「力学的シミュレーションシステム」と「ロバスト設計」の融合解析 による水ロケット飛行安定性能の最適化

當摩 栄路^{a,*} 見山 克己^b 井内 智^c

Optimization of Flight Stability of Water Rockets by Integrated Analysis of "Dynamic Simulation System" and "Robust Design"

Eiji Toma^{a,*}, Katsumi Miyama^b, Satoshi Iuchi^c

(Received August 15, 2019; revised October 31, 2019; accepted November 6, 2019)

Abstract

A water rocket is a rocket system that obtains thrust by injecting water with compressed air at high pressure and is usually manufactured using a pressure-resistant plastic bottle. It is compact and easy to manufacture, but technical elements and principles contained in water rockets are in common with the actual rocket system, and it is an appropriate system as a teaching material for science education and research. Since the rocket is a flying object, it is necessary to pay attention to the safety at launch and to set up the aircraft structure that stable flying even if made by anyone. For that purpose, numerical analysis of the flight trajectory to evaluate flight characteristics and quantitative analysis on flight stability are important. However, there are many empirical factors such as basic aerodynamic data required for orbital analysis and guidelines for aerodynamic design / structural design, which are important in achieving stable flight. In this research, we developed "Dynamics Simulation System" based on dynamic consideration and numerical calculation program on the flight distance, and analyzed the optimum flight conditions to obtain the flight stability. Based on the analysis results, by applying "Robust Design", factors which influence the flight stability with flight distance as the evaluation characteristic value are extracted, and approached the optimization of robustness flight conditions.

キーワード：飛行原理，飛行安定性，ロバスト設計，動特性，エネルギー比型 SN 比

Keywords : Flying principle, Flight stability, Robust design, Dynamic characteristic, Energetic S/N ratio

1. はじめに

水ロケットは Fig.1 に示すように、高圧の圧縮空気
で水を噴射して推力を得るロケットシステムである。通
常は耐圧用ペットボトルが材料に用いられ、小型で容易
に製作することができる。打ち上げコストの低さや、水

と空気のみで使用できる手軽さから、産業界での実用化
研究事例として、「ウォーターロケット延線工法」による
山岳地帯の延線に用いられている⁽¹⁸⁾。また、水ロケット
に含まれる技術的な要素や原理は実際のロケットシステ
ムと共通の部分が多く、科学教育・研究用教材として適
切なシステムでもある。しかし、水ロケットが飛翔体で
ある以上、飛行経路の正確性や安定性の確保が重要とな
る。イベント時のように短時間で製作して打ち上げを行
う場合には、簡単な構成の水ロケットを製作するので、
誰が作っても安定に飛行するような機体構成を考える必
要がある。そのためには、飛行特性を評価するためのシ
ミュレーションによる飛行軌道の数値解析や飛行安定性
に関する定量的な分析が重要である。しかし、軌道解析
を行う際に必要となる基礎的な空気力学データや、安定
な飛行を実現する上で重要となる空力設計・構造設計の

* Corresponding author. E-mail:toma-e@tomakomai-ct.ac.jp

a 苫小牧工業高等専門学校 創造工学科

〒059-1275 北海道苫小牧市宇錦岡 443

National Institute of Technology, Tomakomai College

443, Nishikioka Tomakomai, Hokkaido 059-1275, Japan

b 北海道科学大学 工学部 機械工学科

〒006-8585 北海道札幌市手稲区前田 7 条 15 丁目 4-1

Hokkaido University of Science

15-4-1, Maeda 7-jo, Teine-ku, Sapporo-shi, Hokkaido 006-8585, Japan

c 苫小牧工業高等専門学校 機械工学科

〒059-1275 北海道苫小牧市宇錦岡 443

National Institute of Technology, Tomakomai College

443, Nishikioka Tomakomai, Hokkaido 059-1275, Japan

ための指針などは経験的要素が多い。また、飛距離を得るためにボトルに入れる水の量を調整するなど様々なパラメータ条件による多くの実験回数が必要である。現実的には、最適な値は打ち上げを繰り返し行った結果得られたデータがほとんどであり、その科学的根拠は明らかにされていないのが現状である⁽¹⁻²⁾。

従来の研究では、水ロケットの飛距離に関する最適化研究事例⁽²⁾⁽⁴⁻⁶⁾が報告されているが、品質工学シミュレータを適用した飛行安定性能条件の最適化に関する検証事例は報告されていない。

そこで本研究では、水ロケットの飛行性能に関する力学的な考察を基本にした、数値計算プログラムによるシミュレータを開発し、水ロケットの飛距離と飛行安定性を得るための最適な飛行条件について理論分析した。また、その分析結果に基づきロバスト設計の適用による飛行安定性能に関する最適化にアプローチした。ロバスト設計とは、設計パラメータと対象物の品質との関係を調べ、その影響を最小限にする統計学的理論に基づいた設計手法である⁽³⁾。ボトル容量や水量の割合など様々なパラメータを有する水ロケットの飛行安定性能の評価には極めて有効な方法論である。本研究では水ロケットの飛行性能に影響を与える因子を抽出し、飛行安定性を得るためのパラメータ水準の最適化について検証した。

2. 水ロケットの力学的考察

2.1 運動方程式

水ロケット推力飛行の運動を決定する方程式は次のように表される⁽⁴⁾。

$$m \frac{dv}{dt} = F - k(v)^2 - mg \sin \theta \quad (1)$$

$$v \frac{d\theta}{dt} = -g \cos \theta \quad \frac{dm}{dt} = -\beta \quad (2)$$

$$\frac{dx}{dt} = v \cos \theta \quad \frac{dy}{dt} = v \sin \theta \quad (3)$$

Fig. 1. Main structural model of water rocket.

ここで、

m : ロケットの質量 (水の質量を含む)

F : 推力 k : 空気抵抗係数

β : 単位時間当たりの水の噴出量

g : 重力加速度 θ : ロケットの軌道角

v : ロケットの速度 x, y : ロケットの位置座標

2.2 水ロケットに働く力と飛距離の関係

水ロケット飛行時に作用する種々の力を Fig.2 に示す。ロケットをある角度で上向きに打ち上げても軌道は次第に下向きになる。この現象を重力ターンという。重力ターンは、ロケットの推力、空気抵抗、ロケットにはた

F_1 : Thrust

F_2 : Air resistance

F_3 : Gravity

F_4 : Component force in direction of gravity thrust

F_5 : Gravity thrust and vertical component force

F_6 : Difference between thrust and reverse force

F_7 : All combined forces

Fig. 2. Force acting on the water rocket.

Fig. 3. Thrust model.

らく重力という主要な三つの力の合力によって進行方向が決まり、軌道は次第に下向きに変わっていく。現実には、ロケットの飛行運動においては三つの合力以外に、ロケットの進行による揚力、風力、羽根によって生じるロケットの自転運動等、複雑な力が作用している。

2.3 水の噴出による推力

一般的な燃料を用いるロケットとは異なり、水ロケットの推力には、水の噴出によるものと、水がなくなった後に起きる空気の噴出によるものとがある。この推力は、Fig.3 に示すようにボトル内の圧力 P_0 が大気圧 P_a より大きいときに、その圧力差で水が加速されることで発生する⁽⁵⁾。まず、水の噴出によって得られる推力を考える。水（密度 ρ ）を断面積 A の口からロケットに対し速さ u で噴出するとき、微小時間 dt に噴出する水の質量 dm は次式で与えられる。

$$dm = \rho Au \cdot dt \quad (4)$$

質量 dm がロケットから速さ u で後方に噴射されたことで、ロケットの受けた力積 $F \cdot dt$ は、

$$F \cdot dt = dm \cdot u \quad (5)$$

これに(4)式を代入して整理すれば、ロケットの推力 F の式が得られる。

$$F = \rho Au^2 \quad (6)$$

ここで、タンク内の断面積 A_0 、流速 u_0 、噴射口でのそれを A, u とすると、流体力学の基礎式であるベルヌーイの式および連続の式より次式が成り立つ。

$$\frac{1}{2}\rho u^2 + P_a = \frac{1}{2}\rho u_0^2 + \rho gh + P_0 \quad (7)$$

$$u \cdot A = u_0 \cdot A_0 \quad (8)$$

P_a は大気圧、 P_0 は圧力タンク内の圧力である。 g は重力加速度、 h は噴射口からタンク内の水面までの高さである。(7),(8)式から、次式が得られる。

$$u = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{A}{A_0}\right)^2}} \sqrt{\frac{2(P_0 - P_a)}{\rho} + 2gh} \quad (9)$$

これを推力 F の式に代入すれば、水の噴射による推力は次式となる。

$$F = \frac{2A}{1 - \left(\frac{A}{A_0}\right)^2} (P_0 - P_a + \rho gh) \quad (10)$$

圧力タンク内の圧力 P_0 は水の噴出に伴い急激に減少するが、この変化は断熱変化とみなして計算できる。

2.4 空気の噴出による推力

水の噴出が終わった時点で、圧力タンク内にはまだ圧縮空気が残っている。この空気が噴出することにより、ロケットは推力を得てさらに加速されることになる⁽⁶⁾。ここで、空気の圧力、密度がそれぞれ P_1 、 ρ_1 であるタンク内から、圧力 P_a の外気に流出する場合を考える。噴出口

での気体の圧力、密度がそれぞれ P_1 、 ρ_1 とすれば、噴出口での流出速度 u_1 は、圧縮性流体の式より次式が得られる。

$$u_1 = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{P_0}{\rho_0} \left\{ 1 - \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right\}} \quad (11)$$

γ は空気の比熱比で、 $\gamma = 1.4$ を代入し整理すれば、流出速度 u_1 は次式で与えられる。

$$u_1 = \sqrt{7 \cdot \frac{P_0}{\rho_0} \left\{ 1 - \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{2}{7}} \right\}} \quad (12)$$

ここで、噴出口での圧力 P_1 は外気圧 P_a と等しいとは限らない。噴出する気体の流速 u_1 が音速を超えていないときは、噴出口圧力 P_1 は外気圧 P_a にほぼ等しいと考えることができる。しかし、内外の圧力差が大きくなるとともに、流速が増しても音速を越えることができないので、噴出口圧力 P_1 は外気圧 P_a まで下らない。

$$P_1 = \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \cdot P_0 \approx 0.528 P_0 > P_a \quad (13)$$

このような状態をチョーキング（流れの閉そく）という。噴出空気に与える運動量の反作用としての推力 F_a は、水の噴出の場合と同じように、 $\rho_1 A u_1^2$ となり、また断熱膨張の式を用いることで次式が得られる。

$$F_a = \rho_1 A u_1^2 = 7 A P_1 \left\{ \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{\frac{2}{7}} - 1 \right\} \quad (14)$$

また、空気の噴出口圧力が大気圧より大きいときには、次式に示すようにこれに圧力差による推力 F_p (圧力推力という) が加わる。

$$F_p = A(P_1 - P_a) \quad (15)$$

まとめると、水ロケットの総合推力 F は次式で得られる。

$$F = F_a + F_p = 7 A P_1 \left\{ \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{\frac{2}{7}} - 1 \right\} + A(P_1 - P_a) \quad (16)$$

ここで、 P_1 については次の条件式を代入することができる。

$$0.528 \times P_0 \geq P_a \text{ のとき, } P_1 = 0.528 \times P_0 \quad (17)$$

$$0.528 \times P_0 < P_a \text{ のとき, } P_1 = P_a \quad (18)$$

3. 飛行軌道シミュレーションプログラム

前出の運動方程式及び推力の関係式をオイラー法で解き、EXCEL マクロ関数数値計算プログラム (VBA) によるシミュレータを開発し、水ロケットの飛行安定性を得るための最適な飛行条件の抽出ツールとして適用した。Table 1 に作成した数値計算の基本プログラムを示す。

Fig.4 にシミュレータの動作フローチャートおよび Fig.5 に作成したシミュレータ操作画面を示す。

プログラム開始モードからパラメータ初期値を入力し、数値計算プログラム上で鉛直座標 (y 軸) が 0 になるま

Table 1. Basic formula.

	Value	Unit	Symbol	Description
Various constants	3.141592654	—	π	$\pi = 3.141592654$: π
	101300	N/m ²	P_a	$P_a = 1.013 \times 10^5$: Atmospheric pressure [N/m ²]
	1000	kg/m ³	D_w	D_w : Density of water [kg/m ³]
	1.29	kg/m ³	D_{air}	D_{air} : Air density at 15°C 1atm [kg/m ³]
	1.4	—	γ	$\gamma = 1.4$: Specific heat ratio of air
	287.03	J/kg·K	R	$R = 287.03$: Air gas constant [J/kg·K]
	0.34	—	C	$C = 0.34$: Drag coefficient of air resistance
	0.528281788	—	K_{choke}	$K_{choke} = (2/(\gamma + 1))^{(\gamma/(\gamma - 1))}$: Critical pressure coefficient
Varieties of rocket	0.006361725	m ²	S	$S = \pi * (4.5 * 10^{-2})^2$: Rocket body sectional area [m ²]
	0.165	kg	M_b	$M_b = 0.165$: Rocket mass [kg]
	0.18	m	L	L : Guide rail length [m]
	6.36173E-05	m ²	a	$a = \pi * (4.5 * 10^{-3})^2$: Cross section of inje. port [m ²]
	0.0015	m ³	P_{Vo}	$P_{Vo} = 1.5 * 10^{-3}$: Volume of fuel tank [m ³]
Initial condition	506500	N/m ²	P_{start}	Tank air pressure at launch [N/m ²]
	283.2	K	T_{emp}	Tank air temperature at launch [K]
	6.23101662	kg/m ³	$D_{air, start}$	Tank air density at launch [kg/m ³]
	0.785398164	rad	KA_{start}	Launch angle [rad] ($2\pi \times \theta / 360^\circ$)
	0.5	kg	$M_{w, start}$	Tank water mass at launch [kg] (at 10°C)

Fig. 4. Simulator operation flowchart.

で水ロケットの水平到達距離を計算する。

4. 「ロバスト設計」による飛行安定性の分析

第3章で開発した水ロケットの飛行特性に関する「力学的シミュレーションシステム」の採用により、本章では、ロバスト設計の中核的手法であるパラメータ設計による、ロバストネスな飛行安定性能条件の最適化にアプローチした。飛行安定性能の評価特性は、「動特性評価(エネルギー比型 SN 比)」を採用した。

4.1 ロバスト設計の概要

品質工学におけるロバスト設計の概念について Fig.6 に示す。技術のあるべき姿に近づける改善を行う考え方をロバスト設計といい、ロバストとは、品質工学で安定性という意味である。パラメータ設計とは、ロバスト設計の中核的手法の1つであり、機能性を評価しシステム

のパラメータ値を決定する方法である。パラメータとはシステムの設計定数、構成要素であり、パラメータ設計の実験では、制御因子として選択される。システムパラメータの組合せの中に、誤差因子でわざとばらつきを発生させ、そのばらつきに対抗できる強い制御因子の水準を最適化することでロバストネスを改善する⁽⁷⁻⁹⁾。

4.2 目的機能と品質特性

パラメータ設計では、システムの目的機能をどう捉えるかが重要である。目的機能とは、システムが果たすべき役割のことをいい、品質特性は以下の4種類に分けられる。目的機能を取り上げることにより、他の類似したシステムにも設計情報が生かすことができ、技術の汎用性が広がる。

- (a) 望小特性 (非負で小さい程良い)
- (b) 望大特性 (非負で大きい程良い)
- (c) 望目特性 (目標値がある)
- (d) 動特性 (入出力の相関, 出力安定性)

本研究では、水ロケットの飛行安定性が目的機能であり、それを得るための最適なパラメータ条件を抽出する品質特性を水平到達距離とした「動特性(エネルギー比型 SN 比)」を適用した⁽¹⁰⁻¹¹⁾。尚、本研究での品質特性評価には、以下のデータ解析ツールを採用した。

・JUSE. StatWorks/V5 品質工学編(日科技研)

4.3 機能性評価

多くのシステム技術の理想機能は、入力の変化に対して出力が直線的に変化するのが理想である。システムの全出力特性値(全仕事量)はエネルギー又は仕事量に比例しなければならない。特に水ロケットの飛翔時には、

Fig. 5. Simulator operation screen.

Fig. 6. Robust design.

推力を発生させる入力エネルギーが必要であり、またその機能を乱す空気抵抗などのエネルギーが存在する。

そこで本研究では、入出力の関係を表す理想機能関数がエネルギー変換に伴う線形的な関係になることに着目し、Fig.7に示すような理想機能状態を定義した。水ロケットの機能を理想状態に近づけて、ばらつきや変動を小さくするようなパラメータを効率よく抽出することが「機能性評価」の目的である。理想状態との差は何らかのエネルギーロスと考えることができる。すなわち、水ロケットの機能が目的とした出力以外に消費されて、結

Fig. 7. Ideal function state.

果として飛行安定性に影響することになる。

ロバスト設計では機能、特にエネルギー変換を基本とする機能性を定義し、その安定性を迅速に評価する「機能性評価」が重要である⁽¹²⁾。

4.4 エネルギー比型 SN 比

パラメータ設計で用いられている、ばらつきの尺度を表す従来型 SN 比は、入力信号の大きさ（範囲）やデータ数によって変化してしまうことがあり、技術者はそれ

に留意してデータを取得・分析しなければならないという課題点がある。理想機能状態($y = \beta M$)からのばらつきや非線形性を機能の安定性の悪さと考えて評価するのが SN 比の考え方である。本研究で採用した「エネルギー比型 SN 比」は、品質工学会の公認地方研究会である関西品質工学会の研究メンバーによって研究され、2008 年 6 月に発表された新しい SN 比である⁽¹³⁾。

あらゆる技術はエネルギーの変換や伝達を伴っていることから、技術開発やその技術レベル評価においてエネルギー的な視点は重要である。エネルギー比型 SN 比は、様々なエネルギーがどのように使われるのかに立脚した技術的な品質の評価尺度である。ここでいう技術的な品質とは、システムに入力されたエネルギーをより多くいつまでも安定して目的（出力）に使用できるかということである。

水ロケット飛行時の理想機能状態では、エネルギーを有効成分(S_β)と有害成分(S_N)に分解し、これらの比によってエネルギー比型 SN 比を計算する。パラメータ設計で SN 比を使用する場合は、常用対数の 10 倍として、デシベル値(db)で表す。以下にエネルギー比型 SN 比(η_E)の基本計算式を示す。

Table 2 に示すように、ノイズ因子 n 水準、信号因子 k 水準、ノイズ因子水準 $i(i=1,2,\dots,n)$ 、信号因子水準 $j(j=1,2,\dots,k)$ における出力 y_{ij} が得られたと仮定する。

・全変動成分 S_T

nk 個の各データ y_{ij} の 2 乗の和であり $y=0$ からの変動を示す。

$$S_T = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k y_{ij}^2 \quad (19)$$

・平均的な傾きの大きさ β_{N0}

入力信号のある動特性では有効成分を平均的な傾きの大きさと考えてノイズ因子 N_i 水準の傾き β_{Ni} を求める。

$$\beta_{Ni} = \frac{\sum_{j=1}^k M_j y_{ij}}{\sum_{j=1}^k M_j^2} = \frac{L_{Ni}}{r} \quad (20)$$

ここで、

r : 有効除数, L_{Ni} : 線形式

平均の傾きは、

$$\therefore \beta_{N0} = \frac{\sum_{i=1}^n \beta_{Ni}}{n} \quad (21)$$

Table 2. Correspondence table for SN ratio calculation.

		Input signal M				
		M_1	M_2	M_3	$\dots$	M_k
Noise factor N	N_1	y_{11}	y_{12}	y_{13}	$\dots$	y_{1k}
	N_2	y_{21}	y_{22}	y_{23}	$\dots$	y_{2k}
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	N_n	y_{n1}	y_{n2}	y_{n3}	$\dots$	y_{nk}

・平均の傾きの変動（有効成分） S_β

平均の傾きの変動は、 $y = \beta_{N0} M$ の大きさの 2 乗和で表される。

$$\therefore S_\beta = n \sum_{j=1}^k (\beta_{N0} M_j)^2 = nr \beta_{N0}^2 \quad (22)$$

・有害成分 S_N

有害成分は、各データと平均の傾きの比例式との差の変動を表し、全変動成分から有効成分を引くことで求まる。

$$\therefore S_N = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k (y_{ij} - \beta_{N0} M_j)^2 = S_T - S_\beta \quad (23)$$

・SN 比 η_E

$$\eta_E = 10 \log \left(\frac{S_\beta}{S_T - S_\beta} \right) = 10 \log \left(\frac{S_\beta}{S_N} \right) (db) \quad (24)$$

4.5 「動特性評価」による飛行安定性の分析

本節では、水ロケットの飛行安定性に関する最適な飛行条件を抽出することを目的機能とした“動特性評価（エネルギー比型 SN 比）”で検証した。動特性とは、入力を変化させて出力を調べる特性で、様々な因子の組合せの中で、入力と出力の 2 次元的なばらつきが最小となる条件を評価する方法である。様々な使用条件や環境下でも、入力と出力信号が比例関係になることが望ましく、再現性と共に先行性、汎用性という面でよりロバストネスな改善効果が得られる。

4.5.1 水準表と各種因子の決定

Table 3 に本実験における制御因子の水準表を示す。制御因子は” ボトル容量 ”, ” ガイドレール長さ ”, ” 発射角度 ”, ” 水量割合 ” の 4 つのパラメータを設定した。Table 4 に、本実験で抽出した誤差因子を示し、ロケット本体の空気抵抗である無風および向かい風とした。

Table 5 に、本実験の実験計画・データ表を示し、入力として信号因子（初期圧力；3atm, 5atm, 7atm）を設定した。Fig.8 に、実験 No.毎のシミュレーションによる初期圧力（横軸：atm）と飛距離（縦軸：m）の入出力関係グラフを示す。グラフから、入出力の初期圧力と飛距離の関係が飛行安定性に関わる線形性有無を評価する特性要素であることがわかる。

Table 3. Control factors.

No	Factors	Level 1	Level 2	Level 3
1	BOTILE cap. BOTILE dia.	0.5L (68mm)	1.0L (80mm)	1.5L (90mm)
2	LAIL leng.	0.18m	0.28m	0.38m
3	LUNCH ang.	35°	45°	55°
4	WATER vol.	30%	50%	70%

4.5.2 SN比と傾き β の算出

パラメータ設計では、機能性評価には動特性のSN比が用いられ、機能特性に影響する各種の誤差があっても安定した出力が得られることが理想である。機能性評価を行うには、入力信号を変えて出力の直線性を調べることになる。これが動特性のSN比である。本実験では、「ゼロ点比例に基づくエネルギー比型SN比」を採用した。Table 6に出力データからのSN比と傾き β の値を示し、Table 7に算出したSN比と傾き β の計算過程を示す。

ここで傾き β とは、出力平均の傾きの大きさに対してのばらつき度合いの指標であり、真数で表される。

4.5.3 要因効果と分散分析

Fig.9に制御因子毎のSN比と傾き β を要因効果図で表したものを示す。要因効果表（Table 8）は、特性値に対する因子または因子の組合せの影響を表し、それを図示した線図が要因効果図である。

Table 4. Noise factors.

No	Factors	N1	N2
1	Air resist.	No wind	Head wind

Table 6. SN ratio and slope β .

EXP. No	BOTTLE cap.	LAIL leng.	LUNCH ang.	WATER vol.	SN ratio	Slope β
1	0.5L	0.18m	35°	30%	13.569	6.054
2	0.5L	0.28m	45°	50%	13.113	5.828
3	0.5L	0.38m	55°	70%	11.053	0.837
4	1.0L	0.18m	45°	70%	7.253	3
5	1.0L	0.28m	55°	30%	17.439	8.239
6	1.0L	0.38m	35°	50%	13.273	8.371
7	1.5L	0.18m	55°	50%	11.514	10.063
8	1.5L	0.28m	35°	70%	6.888	2.55
9	1.5L	0.38m	45°	30%	14.52	12.256

Table 5. L9 orthogonal table and experimental data.

EXP. No	BOTTLE cap.	LAIL leng.	LUNCH ang.	WATER vol.	M1:3 atm		M2:5 atm		M3:7 atm	
					N1	N2	N1	N2	N1	N2
1	0.5L	0.18m	35°	30%	13.96	13.18	24.25	22.46	53.31	45.25
2	0.5L	0.28m	45°	50%	8.31	8.15	28.23	25.64	50.18	42.5
3	0.5L	0.38m	55°	70%	0.69	0.66	3.85	3.83	6.93	6.86
4	1.0L	0.18m	45°	70%	1.35	1.25	9.8	9.42	29.21	27.08
5	1.0L	0.28m	55°	30%	22.07	19.99	44.77	36.89	67.75	51.27
6	1.0L	0.38m	35°	50%	11.96	11.33	45.47	39.1	71.28	56.85
7	1.5L	0.18m	55°	50%	11.57	10.96	58.16	46.87	89.45	64.51
8	1.5L	0.28m	35°	70%	1.26	1.15	7.6	7.56	25.06	23.55
9	1.5L	0.38m	45°	30%	33.46	29.4	63.16	49.13	108.97	74.52

Fig. 8. Relationship between initial pressure and flight distance.

この線図の意味合いは、SN 比に影響が大きく、出力の傾き β に影響がない因子を抽出し、その水準が水ロケットの飛行安定性能に有意性が高いものと判断できる。

Fig.9 において、最適な水準は、それぞれ丸で囲まれた部分の因子「ボトル容量:1.0L」,「発射角度:55 度」,「ガイドレール長さ:0.38m」,「水量割合:30%」になる。

ボトル容量は、飛行安定性を得る条件として、空気抵抗力の少ない小径の方が有利であると推定できる。また、

得られた特性値は水準ごとに平均値に対してばらつきがある。このばらつき尺度を分散分析表 (Table 9)で評価した。この表から、分散比が大きい因子であるボトル容量と水量割合は、飛行安定性能への影響度が高い因子であることが推定できる。Table 10 に水ロケットの飛行性能に関して、本実験範囲における飛行安定性を得るための最適な制御因子水準の組合せを示す。

Fig. 9. Factor effect diagram.

Table 7. Calculation process.

EXP. No	Slope β	Effective div. r	Sum squa.		SN $\times\beta$	Se	SN'	S β /SN'	SN ratio
			ST	S β					
1	6.054	166	6350.6267	6083.1561	27.6183	239.8523	267.4706	22.743	13.569
2	5.828	166	5914.1035	5638.7765	27.1958	248.1312	275.327	20.48	13.113
3	0.837	166	125.4876	116.3581	0.0028	9.1267	9.1295	12.745	11.053
4	3	166	1774.7119	1493.58	1.7636	279.3683	281.1319	5.313	7.253
5	8.239	166	11470.5854	11267.3763	156.1506	47.0585	203.2091	55.447	17.439
6	8.371	166	12180.5023	11632.9611	109.3829	438.1583	547.5412	21.246	13.273
7	10.063	166	17996.2116	16809.8591	326.6493	859.7032	1186.3525	14.169	11.514
8	2.55	166	1300.4298	1079.415	0.7422	220.2726	221.0148	4.884	6.888
9	12.256	166	25814.5654	24933.9006	630.3573	250.3076	880.6648	28.313	14.52

Table 8. Factor effect table.

SN ratio Total a.v.g 12.069						Slope β Total a.v.g 6.355			
Factor effect						Factor effect			
No	Factors	Dispersion	Level 1	Level 2	Level 3	Dispersion	Level 1	Level 2	Level 3
1	BOTTLE cap.	2.704	0.5L	1.0L	1.5L	12.375	0.5L	1.0L	1.5L
			0.509	0.586	-1.095		-2.116	0.181	1.934
2	LAIL leng.	3.912	0.18m	0.28m	0.38m	1.959	0.18m	0.28m	0.38m
			-1.291	0.411	0.88		0.017	-0.816	0.799
3	LUNCH ang.	3.719	35°	45°	55°	1.408	35°	45°	55°
			-0.826	-0.44	1.266		-0.697	0.673	0.024
4	WATER vol.	35.168	30%	50%	70%	40.624	30%	50%	70%
			3.107	0.564	-3.671		2.494	1.732	-4.226

Table 9. Variance table.

SN ratio				Slope β			
Factors	Sum squa.	Freedom	Dispersion	Factors	Sum squa.	Freedom	Dispersion
BOTTLE cap.	5.408	2	2.704	BOTTLE cap.	24.751	2	12.375
LAIL leng.	7.825	2	3.912	LAIL leng.	3.917	2	1.959
LUNCH ang.	7.439	2	3.719	LUNCH ang.	2.816	2	1.408
WATER vol.	70.336	2	35.168	WATER vol.	81.249	2	40.624
Total	91.007	8	11.376	Total	112.733	8	14.092

Table 10. Optimization results.

No	Condition	BOTTLE cap.	LAIL leng.	LUNCH ang.	WATER vol.	Estimated val.		Gain	
						SN ratio	Slope β	SN ratio	Slope β
1	Optimal	1.0L	0.38m	55°	30%	17.908	9.854	4.339	3.801
2	BM	0.5L	0.18m	35°	30%	13.569	6.054		

Table 12. Confirmation experiment data.

Confirmation experiment data: Flight distance (m)															
Condition	3	atm.	5	atm.	7	atm.	Effective div. Total vari.		Slope β_{N1}		A.V.G slope	Active ing.	Harmful ing.	True num.	SN ratio
	N1	N2	N1	N2	N1	N2	r	S_T	N1	N2	β_{N0}	S_β	S_N	S_β/S_N	η
BM	14.0	13.2	24.3	22.5	53.3	45.2	83.0	6350.91	6.47	5.64	6.05	6085.70	265.21	22.95	13.61
Optimal	21.6	19.8	44.3	36.5	67.7	51.5	83.0	11388.88	9.16	7.26	8.21	11184.81	204.07	54.81	17.39

Table 11. Reliability of L9 experiment.

L9 Orthogonal exp.		By inverse estimation	
SN ratio		Reliability check	
MAX.	17.439	Obtained from exp. SN ratio of BM	13.569
MIN.	6.888	Estimated val. of BM	13.066
Diff.	10.551		-
10% of diff.	1.0551	$\geq$	0.503
Judgment		Reliable	

4.6 L9 直交表実験の信頼性評価

Table 10 に示すように、最適条件の推定値がベンチマーク条件 (BM 条件) よりも高く、利得が確保されている結果を基に、L9 直交表実験結果に信頼性 (加法的) があるかどうかを確認した。

判定方法は統計学的経験則から、L9 直交表で得られた SN 比の最大値と最小値を求め、その差の 10% の値から推定した BM 条件の SN 比との差が、この 10% の範囲内であれば、信頼性があると判断できる⁽¹⁴⁻¹⁵⁾。

Table 11 に信頼性の評価結果を示す。飛距離と初期圧力の比例関係のばらつきを評価し、飛行軌道の安定性に関して望ましい条件であり、L9 直交表実験には信頼性があると判断できた。

Table 13. Reproducibility of confirmation experiment.

Condition	SN ratio [db]		Reproducibility
	Estimated	Confirmed	
BM	13.57	13.61	100%
Optimal	17.91	17.39	97%
Gain	4.34	3.78	87%
Repro.(%)	70% $\leq$	87%	$\leq$ 130%
Gain diff.	0.56	$\leq \pm 3\text{db}$	
Judgment	Reproducible		
Flight stability (%)	39%		

4.7 確認実験による再現性評価

確認実験の目的は、直交表実験と比較して時や場所や環境などが変化しても、出力が安定するかどうかを確認することである。確認実験データの評価結果を Table 12 に示す。確認実験では、選択された最適条件と BM 条件の SN 比の推定値を求めて、再度直交表実験と同じ 2 種類に関して実験を行って SN 比を取得し、両者の推定値の差と確認実験の差 (利得) を比較して、今回の実験には再現性があるかどうかを調べる。

確認実験における再現性の評価結果を Table 13 に示す。パラメータ設計では、利得の再現性 (%) が 70% から 130%

Fig. 10. Input / output linearity verification results.

Table 14. Summary of optimization analysis results.

Simulation analysis		Robust design
Factors	Condition	
BOTTLE cap.	1.0L, 1.5L	1.0L
LUNCH ang.	45° ~55°	55°
WATER vol.	30% ~40%	30%
AIR press.	5 atm~7 atm	3 atm~7 atm

の範囲内に、あるいは利得の差(db)が ± 3 db以内であれば、再現性があると判断できる。本実験結果では、利得の再現性が87%で、かつ利得の差が0.56dbで「再現性がある」と判断できた。さらに、BM条件に対する飛行安定性の向上率が約4割(39%)で、抽出した最適条件が適正に選定され、水ロケットの理想機能状態に大きく近づいたことを示している。Fig.10は、確認実験における最適条件とBM条件の入出力の線形関係を検証比較したグラフである。入力（初期圧力）に対する出力（飛距離）の変化を表し、最適条件の方がBM条件よりも安定した線形的な比例関係であることがわかる。

5. 結言

本研究では、水ロケットの飛行性能に関して力学的な考察を基本にした、数値計算プログラムによるシミュレータを開発し、内部圧力や水、圧縮空気の噴射速度の時間変化を計算により求めた。次に、水ロケットにおいて設定できる初期条件を考え、それらを変化させた場合に飛距離がどのように変化するかを考察し、運動方程式を解くことで飛距離を得るための飛行条件を推定した。その結果、初期圧力は5気圧~7気圧程度、水量はボトル

容積(1.0L,1.5L)の30%~40%程度、機体重量は100g~130g程度、打上角度は45度~55度程度が最適であることが判明した。また、第4章では、その分析結果に基づき「ロバスト設計」の適用による水ロケットの飛行安定性能に影響を与える因子の抽出と、最適な飛距離と安定性を得るための飛行条件を検証した。シミュレーションによる飛行特性の分析結果とパラメータ設計による最適条件の評価結果を比較すると、ほぼ同様の結果が得られた(Table 14)。

しかしながら、水ロケットにおいては様々な条件の設定が可能であることから、これらの条件は一つ一つが独立しているのではなく、それぞれが密接に関係している。そのため、最も良いバランスになるように設定する必要がある。さらには、パラメータ設計による飛行条件の評価における分散分析結果から、最大飛距離と飛行安定性を得るための最適化には、別のパラメータ水準を追加する必要があることも検証できた。例えば、本研究で取り上げていないパラメータとして、尾翼の大きさや形状とその取付位置、胴体の長さ等が挙げられる。これらを変えると、機体重量の他に、揚力、抗力、重心、空力中心の位置が変化するため、飛行安定性や噴射後の飛行に影響を与えるものと推定できる⁽¹⁶⁻¹⁷⁾。

このように、水ロケットは極めて奥の深いシステムであることがわかった⁽¹⁸⁻¹⁹⁾。今後の課題としては、飛行に関わるパラメータ条件を追加し、シミュレーションによる分析結果と実証実験結果との誤差についてさらに詳細な分析を進める予定である。さらには、水ロケット推進剤であるボトル内の水の挙動によるロケット本体への振動による飛行安定性への影響に関する分析や風洞実験等により、飛行性能に関わる流体力学的な実証実験データを取得し、最適化研究をさらに探究する予定である⁽²⁰⁾。

文 献

- (1) 富田信之, 渡辺力夫, 竹前俊昭: 水ロケットによる科学技術教育システムの開発, 日本機械学会 2003 年度年次大会講演論文集 (V), pp. 393-394, 2003
- (2) 渡辺力夫, 富田信之, 竹前俊昭: 水ロケットの推力特性制御の方法, 日本航空宇宙学会論文集, Vol.51 No.593, pp. 314-320, 2003
- (3) 田口玄一: 最適化設計のための評価技術, 日本規格協会, pp.13-90, 2002.
- (4) 太田貴之, 梅村章: 水ロケットにおける飛行最適条件の研究, 日本航空宇宙学会論文集, Vol.49 No.574, pp. 382-387, 2001
- (5) 渡辺力夫, 橋村一正, 富田信之, 竹前俊昭: 水ロケット推力特性とノズル改良設計, 日本機械学会 2000 年度年次大会講演論文集 (IV), pp.525-526, 2000.
- (6) 渡辺力夫, 富田信之, 竹前俊昭: 水ロケットの空力特性と飛行安定化について, 日本航空宇宙学会論文集, Vol.51 No.609, pp. 449-455, 2004.
- (7) 越水重臣, 鈴木真人: 実践 品質工学, 日刊工業新聞社, pp.3-56, 2007
- (8) 広瀬健一, 上田太郎: タグチメソッド解析法入門, 同友館, pp.1-24, 2015
- (9) 三浦克朗: シミュレーションによる射出成形機の型締機構の最適化, 品質工学会誌, Vol.16, No.1, pp.78-83, 2008
- (10) 田口玄一: 新製品開発におけるパラメータ設計, 日本規格協会, pp.1-74, 1988
- (11) 田口玄一: 技術開発のための品質工学, 日本規格協会, pp.1-24, 1999
- (12) 鈴木真人: 難しい品質工学, 日刊工業新聞社, pp.34-48, 2016
- (13) 鶴田明三: エネルギー比型 SN 比, 日科技連, pp.17-72, 2016
- (14) 立林和夫: 入門タグチメソッド, 日科技連, pp.9-37, 2004
- (15) 矢野宏: 品質工学計算法入門, 日本規格協会, pp.74-137, 2002
- (16) 岩崎英, 太田貴之, 梅村章: 水ロケットにおける飛行最適条件の推定 (その 1), 日本機械学会 2000 年度年次大会講演論文集 (IV), pp.517-518, 2000
- (17) 岩崎英, 太田貴之, 梅村章: 水ロケットにおける飛行最適条件の推定 (その 2), 日本機械学会 2000 年度年次大会講演論文集 (IV), pp.519-520, 2000
- (18) 坂井孝弘, 中村光一: 延線用水ロケットの飛行, 日本機械学会 2000 年度年次大会講演論文集 (IV), pp.531-532, 2000
- (19) 仲野亮, 富田信之, 藤岡政俊, 町田豊隆: 画像処理による水ロケット軌道の観測, 日本機械学会 2003 年度年次大会講演論文集 (V), pp. 387-388, 2003
- (20) 田口玄一: 実験計画法と品質工学, 品質工学会誌, Vol.2, No.1, pp.2-8, 1993

当摩 栄路

1981 年 3 月工学院大学工学部機械工学科卒業。自動車メーカーで生産技術エンジニアとして従事。2010 年に「技術士 (機械部門)」を取得。2018 年から苫小牧高専創造工学科教授に赴任し現在に至る。品質工学の実践に関わる研究に従事。

見山 克己

1987 年 3 月北海道大学工学部金属工学科卒業。自動車部品メーカーや電子部品メーカーで開発業務に従事。1999 年「技術士 (金属部門)」取得。2010 年より北海道工業大学 (現北海道科学大学) 工学部機械工学科勤務。2012 年博士 (工学), 同年より北海道科学大学教授, 現在に至る。

井内 智

2015 年 4 月苫小牧高専機械工学科に入学。本科 5 年次の卒業研究テーマとして品質工学シミュレータの開発と水ロケット飛行性能の最適化研究に取り組み, 現在に至る。