4. Über die Fundamentalgrößen bei Eiflächen.

Von Sôji NAKAJIMA.

(Eingegangen am October, 1928.)

Satz: $\mathfrak{r}$ und $\mathfrak{r}^*$ seien zwei konvexe Flächen in R_{n+1} , deren Punkte einindeutig durch parallele und gleichgerichtete Flächennormalen einander zugeordnet sind.

Für jede Wahl von gemeinsamen Flächenparametern u_i seien die ersten Fundamentalgrößen in zugeordneten Punkten einander gleich

$$(1) \quad g_{ik}^* = g_{ik},$$

wobei

$$\begin{aligned} ds^2 = d\mathfrak{r}^2 &= \sum_{i,k}^{1,n} g_{ik} du_i du_k, \\ -d\mathfrak{r} d\xi &= \sum_{i,k}^{1,n} m_{ik} du_i du_k, \quad (i, k = 1, 2, \dots, n), \end{aligned}$$

sind.

Dann sind die beiden Flächen bis auf eine Translation miteinander identisch⁽¹⁾.

Beweis: Wir wählen die Krümmungslinien von $\mathfrak{r}$ als Parameterkurven [$g_{ik} = 0$, $m_{ik} = 0$, ($i \neq k$)].

Ihr sphärisches Bild in R_{n+1} ist ein orthogonales Kurvennetz. Da nach Voraussetzung die Einheitsvektoren der Flächennormalen

$$(2) \quad \xi^* = \xi$$

sind, entsprechen also den Krümmungslinien von $\mathfrak{r}$ die Krümmungslinien von $\mathfrak{r}^*$. Also ist

$$(3) \quad g_{ik} = m_{ik} = g_{ik}^* = m_{ik}^* = 0 \quad (i \neq k)$$

und es gelten die Formeln von O. Rodrigues

$$(4) \quad \begin{aligned} \mathfrak{r}_{u_i} + R_i \xi_{u_i} &= 0, \\ \mathfrak{r}_{u_i}^* + R_i^* \xi_{u_i}^* &= 0, \end{aligned}$$

(¹) Vergl. Sôji Nakajima, Über die ersten Fundamentalgrößen bei Eiflächen. Dieses Journal, 4 (1927).

R_i, ξ_{u_i} sollen ähnliche Bedeutung haben wie in meiner vorigen Arbeit.

Nach (1) und (2) ist nun

$$g_{ii}^* = \mathfrak{r}_{u_i}^{*2} = R_i^{*2} \xi_{u_i}^{*2} = R_i^2 \xi_{u_i}^2$$

also

$$R_i^* = R_i.$$

Aus (2), (4) und (5) folgt dann

$$\mathfrak{r}_{u_i}^* = -R_i^* \xi_{u_i}^{*'} = -R_i \xi_{u_i}' = \mathfrak{r}_{u_i}$$

also

$$\mathfrak{r}^* = \mathfrak{r} + \alpha,$$

wobei α ein konstanter Vektor ist, w. z. b. w.

August, 1928.