Raschig ring 充填層通過の液流れにより生成する分裂気泡群の気泡径分布*

Bubble Size Distribution of Splitting Bubbles Formed by Liquid Flow through Raschig Ring Packed Bed

宮原 敏 郎**
MIYAHARA Toshiro

永 谷 尚 紀**
NAGATANI Naoki

嶋 田 成 吾***
SHIMADA Seigo

大 黒 賢 司***
DAIKOKU Kenji

Abstract Experiments were performed to investigate splitting bubbles formed by liquid flow through a Raschig ring packed bed. A liquid was discharged vertically upwards through a packed bed into a large volume of the same liquid. Shear layers were thus formed both in the packed bed and around the jet. A bubble rising through the packed bed and the jet splits in each layer. The measured bubble size distribution can be well represented by an upper limit log-normal probability function with two constant parameters and only one variable, the maximum stable bubble diameter. In this operation, micro-bubble, the diameter of which is less than 1 mm, was confirmed with increasing liquid velocity through a packed bed. Furthermore, we need mean bubble diameter to give the distribution of splitting bubbles the full picture. Therefore, a correlation equation for volumetric mean bubble diameter of splitting bubbles is presented.

Keywords: Micro-bubble, Bubble splitting, Raschig ring, Upper limit function, Packed bed.

1. 緒 言

近年、富栄養化による湖沼や河川の水質の悪化が各所で問題となっており、種々の改善策が検討されている。最近、足立ら[1]は曝気の一方法としてマイクロバブル技術を適用し、実験的に検証している。この技術が実際に広閉鎖水域の水質浄化に効果ありとの報告もある[2-5]。また、大成ら[2]と大成[6]はカキの養殖の改善をめざし、カキ用マイクロバブル発生装置を考案し、10-40 μ m程度の微細気泡を発生させ、これがカキの養殖に必要な溶存酸素濃度の改善のみならず、カキの生理活性にも有効なことを報告し、若カキの生産に成功したと報告している。

化学工業においても、液中に気体を分散させる

方式の気液接触装置が多用されている。この種の装置は、培養槽への酸素供給を目的とする発酵プロセス、芳香族炭化水素のハロゲン化、石油炭化水素類の酸化などの吸収操作および気液反応操作にと幅広い分野で利用されている。これらの装置で効率の改善策として、微小気泡を用いて、気液接触面積の増大を図っている。

このような理由から、環境分野や化学工業分野で、最近定義は定かでないが、径1 mm以下のいわゆるマイクロバブルの生成に関する研究が盛んになされている。これまで微細気泡を生成するため、気泡塔、気泡攪拌槽などの様々な気液接触装置が考案されてきた。しかし、微細気泡を生成することは非常に困難で、これらの装置にも限界が

* 2006. 6. 12 受付

** 岡山理科大学工学部バイオ・応用化学科 〒700-0005 岡山市理大町1-1
TEL (086) 256-9586 FAX (086) 252-6891 E-mail miyahara@dac.ous.ac.jp

*** 岡山理科大学工学部応用化学科

ある。また装置内では腐食性のある物質や固体粒子が取り扱われることもあり、装置形状の簡単なことが操作、経済的観点からも要求されよう。

このような目的から、Sevik and Park [7]およびUnno and Inoue [8]はオリフィス混合機を提案した。前者は乱流による気泡の分裂に関するHinze [9]の研究を展開し、高レイノルズ数の水のジェットによる空気泡の分裂に関するものである。後者はオリフィス混合機による微細気泡の生成を検討し、適当な条件では0.3-0.4 mm径の気泡の生成を確認している。一方、Lewis and Davidson [10]は剪断流れ場での円筒状気泡に対する非粘性流れの理論より、低粘性液の乱流れ場での気泡の安定性を考察した。しかし、微細気泡を生成するためには、気泡に大きな剪断力を与えて分裂させるという原理は本質的には変わりなく、剪断力場での微細気泡の生成に関する研究は充分とはいえない。

Miyahara *et al.* [11]はオリフィス混合機による分裂気泡群の気泡径分布を検討し、気泡径分布はMugele and Evans [12]の提案するUpper limit log-normal probability functionにほぼ従い、Upper limit log-normal probability functionの一変数である最大安定気泡径を含む臨界ウェーバー数をオリフィス通過の液速度基準のレイノルズ数で相関している。ついでMiyahara *et al.* [13]はUnno and Inoue [8]の板厚の厚いオリフィスではより小さな気泡が生成するとの報告から、ノズルからの乱流ジェットによる気泡の分裂を検討した。さらに、宮原と赤木[14]は実際に微細気泡を生成するには複数個の孔を有する混合機が実用に供せられると考え、2孔を有するオリフィス板を用い、ジェットによる気泡の分裂におよぼすピッチの影響を検討している。

加瀬野と宮原[15]は親水性および疎水性球形粒子充填層に液を流し、充填層内に大きな剪断力場を形成させ、低液流量での乱流液流れによる気泡の分裂を検討し、親水性の粒子の場合、より小さな気泡が生成することを報告している。しかし、球形粒子充填層では空隙率が小さいので、宮原[16]は数種の市販の金属製充填物の充填層に液を流し、複雑な液流れおよび高剪断力場を形成させ、微細気泡の生成を検討し、Raschig ring充填層の場合最も小さな気泡の生成を確認した。

そこで本研究では、親水性のステンレス製のRaschig ringと疎水性のアクリル樹脂製のRaschig ringを用い、充填物の親水性および疎水性の相違によ

る微細気泡(マイクロバブルを含む)の生成模様を検討するとともに、気泡群の気泡径分布を前述のUpper limit log-normal probability functionで整理することを試みた。さらに、気泡径分布の全貌を明らかにする目的から、生成微細気泡群の体積平均径を検討し、実用的な相関式を得た。

2. 実験装置と方法

2. 1 実験装置

Fig. 1 に実験装置の概略を示す。塔本体は透明アクリル樹脂製で、高さは2.35mである。初期気泡発生部A、気泡分裂部Bおよび気液分離部Cよりなる。塔底から1m上部に充填層1を設置した。充填層の径は5 cmで高さは7 cmである。充填層のこの大きさは予備実験より決定した。詳細は前報[15]に譲る。初期気泡発生部は、内径18cm、高さ1 mの円筒である。気泡分裂部は内寸19cm×19 cm×95cmの直方体で、気液分離部は内寸39cm×39cm×54.5cmの直方体である。気泡分裂部を矩形にしたのは、分裂気泡群をビデオカメラで撮影する際の光学的歪を極力なくするためである。充填物は充填層の上部および下部に間隔8 mmの格子を取り付けることによって固定した。この格子の分裂気泡の大きさに影響のないことを予め確認した。使用した充填物は、親水性のステンレス製のもの4種類と疎水性のアクリル樹脂製のもの5種類のRaschig ringである。形状はパイプをその外

Fig. 1 Schematic diagram of experimental apparatus.

Table 1 Packings employed

Packing	Size [mm]	α [-]	δ [-]	Remarks
Raschig ring	8	2.86	1.11	Stainless steel $t = 0.5$ mm
	10	2.63	1.39	
	12	2.70	1.36	
Raschig ring	15	1.67	1.27	Acrylic resin (PMMA) $t = 1.5$ mm
	8	1.43	1.16	
	10	1.176	0.985	
	12	1.163	0.975	
	15	1.85	1.37	
	18	1.82	1.40	

径の長さに切断したものであり、その詳細をTable 1に示す。なお充填物は不規則充填とした。

2. 2 実験方法

本実験では、連続相である液はポンプにより、貯水槽から流量計で流量を計測された後、塔本体下部に供給され、充填層および気液分離部を経て、貯水槽に循環される。使用液体の温度は貯水槽に備え付けたデジタル温度計にて測定した。なお本実験では連続相としては逆浸透純水製造装置 (Elix 10、日本ミリポア(株)製) にて得られた純水を用いた。

分散相である N_2 シリンダーからの窒素ガスは圧力調整器で調圧され、塔底から50cmの位置に取り付けられたノズルから気泡 (初期気泡) として分散され、充填層を通過した際微小な気泡群に分裂する。装置内に連続相を一定条件で流し、窒素ガスを供給すると連続的に複数の気泡 (初期気泡) が生成する。本実験では、単位時間当たりの発生気泡数を求め、窒素ガス流量より一個の気泡体積を求め、次式より初期気泡径を決定した。

$$d_{b0} = \left(\frac{6 V_{b0}}{\pi} \right)^{1/3} \quad (1)$$

初期気泡径は、充填層通過の液速度により、ノズル部での圧力が異なるため、若干気泡の大きさが異なる。そこで本実験範囲内の充填層通過の液速度に対して得られる初期気泡径を用い、式(1)から得られる気泡径の平均値を採用した。初期気泡径の平均値はほぼ $\pm 5\%$ の誤差範囲であった。

充填層を通過する気泡はほぼ充填層の中心部を通過して分裂する[15]。この分裂した気泡群の気泡径の測定位置に関しては、Unno and Inoue [8] は測定高さが30 cm以上では気泡群の体積平均径がほぼ一定になるとの報告から、本実験では測定位置をオリフィス板から40 cm以上とした。

分裂気泡群の撮影には、シャッター速度1/15000秒を有するビデオカメラ (Digital Video Camera

XL1, Canon製) を用い、気泡分裂部 (液中) の中央部に設置したスケールとともに撮影し、モニターに写し、ノギスによりピントの合っている気泡の径を測定した。測定する気泡の数は100個以上であれば統計的に信頼できるとの報告[17]から200個の気泡を測定対象とした。なお気泡径を測定する際、気泡を回転楕円体とみなし、次式から球相当径を求めた。

$$d_b = \sqrt[3]{d_{bm}^2 \times d_{bn}} \quad (2)$$

ここで、 d_{bm} と d_{bn} は気泡の長径と短径であり、短軸は回転軸上にある。式(2)から気泡体積 V_b が計算され、体積平均径が次式から得られる。

$$d_{30} = \left(\frac{\sum 6 V_b / \pi}{n} \right)^{1/3} \quad (3)$$

3. 実験結果と考察

3. 1 気泡分裂模様

Fig. 2 にステンレス製Raschig ring 15 mmの場合を、Fig. 3 にアクリル製Raschig ring 15 mmの場合の分裂気泡群の写真を示す。いずれの充填物の場合にも、充填層通過の液速度が小さいと、分裂気泡群の大きさはかなり大きいのが、液速度の増

Fig. 2 Photographs of splitting bubbles for 15mm stainless steel Raschig ring.

Fig. 3 Photographs of splitting bubbles for 15mm PMMA Raschig ring.

加に従い、強い剪断力を受けて、微細な気泡の生成を確認できる。特にアクリル製のRaschig ringの場合、より小さな気泡が観察される。前報[15]では、疎水性材質の場合分裂気泡群の気泡径は大きくなることを見出しているが、本結果はこれと異なる。これはアクリル製Raschig ringの場合には、Table 1に示すように、充填物の板厚が大きいと、空隙率が小さく、実際の充填物の間隙を通過する液速度の増加に起因し、疎水性および親水性というよりも空隙率の効果が大きいことを示唆している。

Fig. 4にステンレス製Raschig ring 8mmの場合の結果を、Fig. 5にアクリル製Raschig ring 8mmの場合の結果を示す。充填層通過の液速度による影響はRaschig ring 15mmの場合(Figs. 2と3)と同じ傾向を示す。しかし、Figs. 4と5より、充填物のサイズが小さくなると、同じ液速度ではより小さな気泡の生成を確認できる。ここで

注目すべきは、充填物のサイズが小さくなると、生成される気泡の大きさに、充填物の材質の相違の影響が顕著にみられないことである。このことはFigs. 2と3と同様、前報[15]での親水性および疎水性球形粒子充填層の場合とは結果を異にする。これは、多分に球形粒子充填層と比較して、Raschig ring充填層の場合には、充填層内での複雑な液流れにより、親水性と疎水性の相違が明確に現れないものと推察される。さらに、注目すべきはFigs. 2-5より、液速度の大きい場合に、径1mm以下のマイクロバブルの生成を確認できることである。

3. 2 分裂気泡群の気泡径分布

Fig. 6(A)は親水性である15mmのステンレス製Raschig ringを充填し、充填層通過の液速度を変化させた場合の気泡径分布を対数確率紙に点綴したものである。図より充填層通過の液速度が増加すると、気泡径分布はいずれの場合も図の左にシ

Fig. 4 Photographs of splitting bubbles for 8mm stainless steel Raschig ring.

Fig. 5 Photographs of splitting bubbles for 8mm PMMA Raschig ring.

Fig. 6 Size distribution of splitting bubbles represented by log-normal probability function.

Fig. 7 Size distribution of splitting bubbles represented by log-normal probability function.

フトしている。すなわち気泡の大きさが小さくなっている。Fig. 6 (B) に示すように特にステンレス製 Raschig ring 8mm の場合には径 1mm 以下の微細な気泡（マイクロバブル）の生成が著しい。これは充填物のサイズが小さくなると、空隙率が小さくなり、充填層内での実際の液速度の増加により、より強い剪断力が働くことと、液流れの複雑さに起因するものと思われる。Fig. 7 (A) は疎水性であるアクリル樹脂製の 15mm の Raschig ring を充填した場合の結果である。ステンレス製の Raschig ring 15mm の場合 (Fig. 6 (A)) と比較して若干生成気泡径は小さい。これは前述のように、アクリル樹脂製の Raschig ring は板厚が大きく、空隙率の減少によるものであろう。Fig. 7 (B) は 8mm のアクリル樹脂製 Raschig ring の場合の結果である。Fig. 6 (B) と比較して、気泡はステンレス製のものよりやや小さい。これも空隙率の減少による結果と思われる。これらの結果から、前報 [15] で球形粒子充填物の場合には、親水性および疎水性の相違が生成気泡径に影響したが、本研究での Raschig ring 充填物の場合には親水性および疎水性の相違は、生成気泡径に大きな影響をおよぼすものではない。むしろ、充填物の空隙率の方がその影響は大きいといえよう。

Figs. 6 と 7 より、気泡径分布は対数確率紙上で直線とはいえないことから、対数正規分布ではうまく説明できないことが分かる。特に、気泡径の大きい領域でこの傾向が顕著である。両図での対数正規分布の密度関数は次式で示される。

$$\frac{dv}{dy} = \frac{\delta}{\sqrt{\pi}} \exp(-\delta^2 y) \quad (4)$$

積分すると

$$v = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\delta y} \exp(-X^2) dX = \frac{1}{2} \{1 + \operatorname{erf}(\delta y)\} \quad (5)$$

式 (5) が篩下積算体積分率を表す。上式中の対数正規分布の変数 y は

$$y = \ln \left(\frac{d_b}{d_b} \right) \quad (6)$$

である。ここで d_b は幾何平均径である。すなわち、本実験結果が対数正規分布で説明できないのは、気泡径を 0 から $+\infty$ まで分布しているとしているためである。実際には、気泡径は 0 からある有限値 $d_{b\max}$ (最大安定気泡径) の間で分布すると考えたほうが妥当であろう。

このことを考慮して Mugele and Evans [12] は Upper limit log-normal probability function を提案している。すなわち、式 (6) 中の y を次式のように定義している。

$$y = \ln \left(\frac{ad_b}{d_{b\max} - d_b} \right) \quad (7)$$

ここで

$$a = \left(\frac{d_{b\max} - d_{b50}}{d_{b50}} \right) \quad (8)$$

この分布を規定するためには、3個のパラメータが必要となる。すなわち、 $d_{b\max}$ 、 a および δ である。 a は式(8)より得られ、 $d_{b\max}$ と δ は次式から算出される。

$$\frac{d_{b\max}}{d_{b50}} = \frac{d_{b50}(d_{b10} + d_{b50}) - 2d_{b90}d_{b10}}{d_{b50}^2 - d_{b90}d_{b10}} \quad (9)$$

そして

$$\delta = \frac{0.394}{\log_{10} \left(\frac{d_{b90}}{d_{b\max} - d_{b90}} \times \frac{d_{b\max} - d_{b50}}{d_{b50}} \right)} \quad (10)$$

また気泡群の体積平均径と最大安定気泡径の間には次式の関係がある。

$$d_{30} = \left\{ 1 + 3a \exp \left(\frac{1}{4\delta^2} \right) + 3a^2 \exp \left(\frac{1}{\delta^2} \right) + a^3 \exp \left(\frac{9}{4\delta^2} \right) \right\}^{-1/3} \times d_{b\max} \quad (11)$$

本実験での親水性のステンレス製Raschig ringの場合と、疎水性のアクリル樹脂製のRaschig ringの場合の結果をUpper limit log-normal probability functionに基づいて再整理したものがFigs. 8と9である。Upper limit log-normal probability functionで双方のデータがほぼ一直線で表さ

れていることが分かる。換言すれば、Raschig ring 充填層を通過する液流れによる微細気泡(マイクロバブルを含む)の気泡径分布はほぼUpper limit log-normal probability functionに従うと言える。ステンレス製Raschig ring 15 mmに対しては、 $a=1.67$ 、 $\delta=1.27$ が、8mmのRaschig ringに対しては、 $a=2.86$ 、 $\delta=1.11$ が得られる。アクリル樹脂製Raschig ring 15 mmに対しては、 $a=1.85$ 、 $\delta=1.37$ が、8mmのRaschig ringに対しては、 $a=1.43$ 、 $\delta=1.16$ を得る。他のRaschig ring充填物に対してはTable 1にまとめて示す。

3. 3 微細気泡群の体積平均径の相関

本研究でのマイクロバブルを含む微細な気泡群の気泡径分布がUpper limit log-normal probability functionに従い、分布の密度関数中のパラメータ a および δ が実験的に求められた。しかしながら、分布の全貌を知るためには、最大安定気泡径を予め知る必要がある。前述のように、Upper limit log-normal probability functionでは、体積平均径と最大安定気泡径の間に式(11)に示す関係がある。したがって、体積平均径を予め求め、式(11)から最大安定気泡径を得れば、分布の全貌を知ることが可能となる。

Fig. 10は本実験で得られた微細気泡の体積平均径を充填層通過の空塔液速度に対して示したものである。親水性のステンレスRaschig ringおよび疎水性のアクリル樹脂製Raschig ringいずれの場

Fig. 8 Size distribution of splitting bubbles represented by upper limit log-normal probability function.

Fig. 9 Size distribution of splitting bubbles represented by upper limit log-normal probability function.

合も、液空塔速度の増加により体積平均径は小さくなる。またいずれの充填物の場合にも充填物のサイズが小さくなると、発生気泡径も小さい。体積平均径の立場で見ても、充填物のサイズが大きい場合には、アクリル樹脂製の場合に小さな気泡が得られている。これは、充填物の親水性および疎水性の相違より、充填層の空隙率の相違と考えられる。さらに、充填物のサイズが小さい場合には、親水性および疎水性の相違も大きな影響を与えず、また空隙率の相違も大きな影響を与えていない。ここで、注目すべきは、いずれの充填物の場合にも、体積平均径で径1 mm以下のいわゆる

マイクロバブルの生成を確認できることである。本実験条件以上に充填層通過の液速度を大きくし、充填物のサイズの小さい物を用いれば、マイクロバブルが簡単な操作で得られることが分かる。

以上のことから、微細気泡(マイクロバブルを含む)の体積平均径を相関したものがFig. 11である。この図より、次の相関式を得る。

$$\frac{d_{30}}{d_p} = 4.22 \times 10^4 Re^{-1.3} \quad (12)$$

ここで、 $Re = d_0 U_0 \rho / \mu$ であり、 $8000 \leq Re \leq 40000$ である。なお本結果は水-空気系の結果であるが、

Fig. 10 Volumetric mean diameter of splitting bubbles.

Fig. 11 Correlation of volumetric mean diameter of splitting bubbles.

Fig. 12 Parity plot for volumetric mean diameter of splitting bubbles.

類似的物性を有する系にも適用できるであろう。

3. 4 体積平均径の推算

前述の本実験で得られた a および δ 、さらに式(9)から得られる d_{bmax} を使用し、式(11)から計算された体積平均径と式(3)を用い、気泡径の測定データから計算された体積平均径の比較をFig. 12に示す。両者の一致は良い。

4. 結 言

富栄養化による湖沼、河川の水質浄化および化学反応装置に有効である微細気泡の生成に関する実験を行った。方法としてはステンレス製Raschig ringとアクリル樹脂製Raschig ring用い、充填層通過の液流れによる微細気泡生成に関する実験的な検討を行い、以下の結果を得た。

- 1) Raschig ringのサイズが大きい場合には、充填層の空隙率が生成微細気泡の径に大きく影響するが、サイズが小さくなると、その影響は小さい。
- 2) 充填物の材質的な特性である親水性および疎水性は微細気泡の生成には大きく影響しない。
- 3) 充填層通過の液速度が大きく、Raschig ringのサイズが小さければ、マイクロバブルは十分に生成可能である。
- 4) Raschig ring充填層を通過する液流れにより生成される微細気泡(マイクロバブルを含む)は、対数正規分布では説明できず、Upperlimitlog-normal probability functionにほぼ従う。

5) Upperlimitlog-normal probability function中の最大安定気泡径を求めるため、分裂微細気泡群(マイクロバブルを含む)の体積平均径に対する相関式を得た。

6) Upperlimitlog-normal probability functionでのパラメータである a 、 δ および実測値から得られる最大安定気泡径を用いることで、微細気泡群(マイクロバブルを含む)の体積平均径が推算される。

Nomenclature

- a : parameter in upper limit log-normal probability function [-]
- d_b : diameter of splitting bubbles [m]
- d_{bm} : major axis of bubble [m]
- d_{bmax} : maximum stable bubble diameter [m]
- d_{bn} : minor axis of bubble [m]
- d_{b0} : initial bubble diameter [m]
- d_{b10} : bubble diameter at $v=0.1$ [m]
- d_{b50} : bubble diameter at $v=0.5$ [m]
- d_{b90} : bubble diameter at $v=0.9$ [m]
- d_{30} : volumetric mean diameter of bubbles [m]
- d_o : diameter of packed bed [m]
- d_p : size of Raschig ring [m]
- $d_{30(cal)}$: calculated value of volumetric mean diameter of bubbles [m]
- $d_{30(exp)}$: experimental value of volumetric mean diameter of bubbles [m]
- n : number of bubbles [-]
- Re : Reynolds number ($=d_o U_o \rho / \mu$) [-]
- t : thickness of packing [m]
- U_o : superficial liquid velocity through packed bed [m/s]
- V_b : bubble volume [m³]
- V_{b0} : initial bubble volume [m³]
- v : cumulative volume fraction less than stated size [-]
- y : dimensionless function of d_b (GREEK letters) [-]
- δ : size distribution parameter [-]
- μ : viscosity of liquid [Pa · s]
- ρ : density of liquid [kg/m³]

参考文献

- [1] 足立有平, 綿貫 啓, 竹元重博, Leo Thobach, 鍋田英生, 古川憲治, マイクロバブルによる湖沼の水質改善に関する研究, 水処理技術, 45, 303-310 (2004).
- [2] 大成博文, 前田邦男, 松尾克美, 山原康嗣, 渡辺勝利, 石川並木, マイクロバブル技術によるカキ養殖効果, 水工学論文集, 46, 1163-1168 (2002).
- [3] 大成博文, 高橋正好, 氷室昭三, 赤対秀明, 混相流におけるマイクロバブルの役割, 混相流, 16, 130-137 (2002).
- [4] 道奥康治, 神田 徹, 大成博文, 西川孝春, 松雄克美, 木戸崇博, マイクロバブル・エアレータによる貯水池の水質浄化実験, 水工学論文集, 44, 1119-1124 (2000).
- [5] 大成博文, 佐賀孝徳, 渡辺勝利, 前田邦男, 松尾克美, マイクロバブルの高機能性と水質浄化, 資源処理技術, 46, 238-244 (1999).
- [6] 大成博文, マイクロバブル技術による水産養殖の復興, 化学工学, 67, 139-141 (2003).
- [7] Sevik, M. and Park, S. H., The Splitting of Drops and Bubbles by Turbulent Fluid Flow, *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, 95, 53-60 (1973).
- [8] Unno, H. and Inoue, I., Size Reduction of Bubbles by Orifice Mixer, *Chem. Eng. Sci.*, 35, 1571-1579 (1980).
- [9] Hinze, J. O., Fundamentals of the Hydrodynamic Mechanism of Splitting in Dispersion Process, *AICHE J.*, 1, 289-295 (1955).
- [10] Lewis, D. A. and Davidson, J. F., Bubble Splitting in Shear Flow, *Trans. I. Chem. Eng.*, 60, 283-291 (1955).
- [11] Miyahara, T., Hashimoto, S., Matsunaga H. and Akagi, Y., Bubble Splitting by Turbulent Jet Emitted from Orifice, *J. Chem. Eng. Japan*, 32, 91-96 (1999).
- [12] Mugele, R. A. and Evans, H. D., Droplet Size Distribution in Sprays, *Ind. Eng. Chem.*, 43, 1317-1324 (1951).
- [13] Miyahara, T., Matsunaga, H. and Akagi, Y., Bubble Splitting by Turbulent Jet Emitted from Nozzle, *J. Chem. Eng. Japan*, 32, 704-707 (1999).
- [14] 宮原敏郎, 赤木靖春, 2孔を有するオリフィスからの乱流ジェットによる気泡の分裂, 岡山理科大学紀要, No.35A, 223-229 (1999).
- [15] 加瀬野悟, 宮原敏郎, 親水性および疎水性球形粒子充填層を通過する液流れによる気泡の分裂, 混相流, 18, 246-254 (2004).
- [16] 宮原敏郎, 充填層を通過する液流れによるマイクロバブルの生成, 水処理技術, 46, 209-215 (2005).
- [17] Miyahara, T., Matsuba, Y. and Takahashi, T., The Size of Bubbles Generated from Perforated Plates, *Int. Chem. Eng.*, 23, 517-523 (1983).