ベンチュリ管内気泡微細化現象に伴う圧力波の伝播挙動*

Pressure Wave Propagation with Bubble Breakup Phenomena in a Venturi Tube

上澤 伸一郎** 金子 暁子** 田村 尚也**
UESAWA Shin-ichiro KANEKO Akiko TAMURA Naoya

中林 洋輔** 阿部 豊**
NAKABAYASHI Yosuke ABE Yutaka

Abstract A micro-bubble generator with a venturi tube generates many micro-bubbles and pressure waves with bubble breakup phenomena. However, physical characteristics of the pressure wave in the venturi tube are not clarified. In the present study, a propagation speed and a pressure value of the pressure wave in the venturi tube were measured by an observation with a high speed video camera and a pressure transducer. In addition, an effect of void fraction on the pressure wave was investigated with the observation, the pressure measurement and a void fraction measurement with a constant electric current method. From these measurements, it was confirmed that the propagation speed decreased with an increase of the void fraction. Besides, the speed followed a sonic speed of a homogeneous model for gas-liquid two-phase flow. Therefore the pressure wave propagation was affected by the gas volume of bubbly flow.

Keywords: Bubbly flow, Micro-bubble, Pressure wave, Venturi tube, Void fraction

1. 緒言

ベンチュリ管式マイクロバブル生成装置はベンチュリ管内で起きる気泡の微細化を利用してマイクロバブルを生成する方法である[1, 2]。この気泡の微細化によって、10 μm から 1 mm 程度の直径を持つ微細気泡が生成される。また、気泡の微細化と同時に圧力波が下流に伝播することが示唆されている。このような圧力の伝播は物質に付着した汚染物の剥ぎ取りに効果があると考えられ、洗浄技術への応用が期待されている[3, 4]。

これまでに気液二相流における圧力の伝播挙動について様々な研究が行われてきた。Campbell and Pitcher [5]は質量、運動量、エネルギーの保存則と状態方程式を用いて、気泡が含まれる液中内の衝撃波の伝播挙動について理論的に考察を行い、その理論と衝撃波管を用いた実験結果が一致

することを示した。van Wijngaarden [6]は気泡が含まれる液中を伝播する音波についてまとめており、気泡運動を考慮した理論的考察を行っている。Kameda and Matsumoto [7]は不凝縮性ガスの気泡が含まれる液中の衝撃波の伝播挙動について、衝撃波管を用いた実験と気泡内の熱的挙動と気泡分布の不均一性を考慮した数値解析を行い、実験結果と数値解析結果が一致することを示した。Ando, et al. [8]は弾性変形する管における気泡が含まれる液中の衝撃波の伝播挙動について、流体と構造体の相互作用を考慮した準一次元計算結果と、自由落下する鉄の投射物とポリカーボネート製の緩衝材による衝撃によって発生させた衝撃波の伝播挙動を比較検討し、気相の圧縮性による非線形的効果が衝撃波の伝播挙動において重要であることを示した。また、松熊ら[9]はレーザ

* 2013.11.3 受付

** 筑波大学大学院システム情報工学研究科構造エネルギー工学専攻 〒305-8573 茨城県つくば市天王台 1-1-1
TEL: (029)853-5487 FAX: (029)853-5487 E-mail: abe@kz.tsukuba.ac.jp

一誘起気泡生成時に発生する衝撃波を用いて気泡流中の圧力波の伝播過程を計測し、ボイド率の増加によって、気泡の体積振動に起因する圧力波の振幅が減少することを示した。一方、ベンチュリ管内で起きる気泡の微細化に伴う圧力波の発生ならびにその伝播挙動については、圧力波によるものと考えられている高輝度領域の伝播挙動の可視化計測やベンチュリ管出口における圧力計測から、ベンチュリ管下流に伝播する圧力波の存在が示唆されている[3, 4]。しかしながら、その高輝度領域の伝播挙動が本当に圧力波によるものかを確認した結果はなく、ベンチュリ管内の圧力波の伝播挙動を直接捉えた結果はない。

そこで本研究では、気泡微細化位置から下流に伝播する圧力波の存在ならびにその伝播挙動を明らかにすることを目的とする。この目的を達成するために、ハイスピードビデオカメラを用いてベンチュリ管内流動の観察を行い、気泡崩壊現象の可視化計測ならびに高輝度領域の伝播挙動の可視化計測を行った。次に、圧力波による圧力変動を捉えるため、ベンチュリ管内流路壁面に取り付けた二つの圧力センサを用いて流路内の圧力計測を行った。さらに高輝度領域の伝播挙動と圧力変動の相関を明らかにするため、可視化計測と圧力計測の同期計測から考察をした。最後に気相容積流量比ならびにボイド率が及ぼす圧力伝播挙動への影響について考察を行うため、可視化計測と圧力計測に加え、ベンチュリ管内のボイド率計測を行い、その影響について議論した。

2. 実験方法と実験条件

2.1 実験装置と計測手法

本実験装置の概略図と使用したベンチュリ管の寸法を Fig. 1 に示す。本実験装置では液相供給系と気相供給系に分かれ、両供給系より供給された液相と気相はベンチュリ型混合ノズルで混合され、垂直上向きに気泡流が流れる。生成された気泡は下流にあるベンチュリ管を通して微細化され、微細気泡が生成される。使用したベンチュリ管の入口、出口直径は 16 mm であり、スロート直径は 6 mm である。流動の可視化計測を行うため、ベンチュリ管は透明アクリル製である。

ベンチュリ管内の観察にはハイスピードビデオカメラ (Vision Research、Phantom V12.1) とメタルハライドランプ (Photron、HVC-UL) を

Fig. 1 Experimental apparatus and a venturi tube.

Fig. 2 A pressure transducer into the venturi tube.

用いてバックライト法で行った。

ベンチュリ管内の圧力計測を行うため、ベンチュリ管スロートを $z = 0$ mm とし、流動方向を正として $z = 37, 47$ mm の位置に圧力センサ (Kulite、XTL-190-100SG) を取り付けた。Fig. 2 のようにセンサはそのヘッド先端が流路の内壁面と同位置となるように差し込まれている。センサは直流増幅器 (Unipulse、AM32 & AM 30) を介してロガー (Keyence、NR-500 & NH-08) で計測される。サンプリング周波数は 100 kHz で 1.14 s 間計測した。

ベンチュリ管内のボイド率計測には定電流法を適用した[10]。定電流法はコンダクタンス法のひとつであり、気相と液相の電気抵抗率の違いを利用して計測する。気液二相流の電気抵抗が気相の体積によって変化するので、その電気抵抗を計測することによってボイド率を見積もることができる。定電流法では、定電流を流体に印加し、電圧を計測して気液二相流の電気抵抗を得る。この計測法は主に液膜厚さ計測や環状流のボイド率計測に用いられているが、本研究では Maxwell の理論[11]を応用することで、定電流法の適用範囲を気泡流まで拡張したボイド率換算式を用いる。得られた電圧より、以下の式を用いてボイド率 α を求めている[2, 12]。

Fig. 3 Measurement system of void fraction.

$$\alpha = \frac{v-1}{v+0.5} \quad (1)$$

v は気液二相流で得られた電圧を液相単相流で得た時の電圧で規格化した電圧比である。

使用したボイド率計測装置を Fig. 3 に示す。本装置では、圧力計測位置と同位置である $z = 37$ mm と 47 mm にセンサ電極として直径 1.5 mm のステンレス線を差し込み、センサ電極のヘッドが流路内壁面上にくるように挿入して $z = 37$ mm - 47 mm 間の体積ボイド率を計測した。印加電極としてリング電極をベンチュリ管入口出口に設置し、定電流直流電源 (Metronix, MODEL 6911) から印加電極を通して、流体に 1 mA の定電流を印加した。センサ電極間の電圧はロガー (Keyence, NR-500 & NH-08) を用いて、サンプリング周波数 1 MHz で 1.0 s 間計測した。

2.2 実験条件

作動流体には気相として空気をうい、液相には水道水を用いた。実験時の水道水の温度は 23 ± 3 °C、導電率は 320 ± 1 μ S/cm、溶存酸素は 8 ± 1 mg/L であった。

流動条件としてベンチュリ管入口の液相の見かけ速度を $j_{Lm} = 1.66$ m/s (液相容積流量 $Q_L = 20$ L/min) と $j_{Lm} = 2.49$ m/s (液相容積流量 $Q_L = 30$ L/min) とした。気相容積流量比 β は可視化計測において高輝度領域の伝播が確認できる $0.003 - 0.077$ [-] の範囲で行った。ただし、気相容積流量 β は以下のように定義される。

$$\beta = \frac{j_{Gin}}{j_{Lin} + j_{Gin}} \quad (2)$$

(a) A condition without bubble breakup
($j_{Lin} = 1.66$ m/s, $\beta = 0.01$ [-])

(b) A condition with bubble breakup
($j_{Lin} = 2.49$ m/s, $\beta = 0.01$ [-])

Fig. 4 Bubble behavior in the venturi tube in (a) a condition without bubble breakup and (b) a condition with bubble breakup.

ここで j_{Gin} はベンチュリ管入口の気相の見かけ速度である。

3. 実験結果および考察

3.1 ベンチュリ管内流動の可視化計測

Fig. 4 はベンチュリ管全体の可視化計測結果である。撮影条件は撮影速度 $46,000$ fps、露光時間 5 μ s である。Fig. 4(a) はベンチュリ管入口の液相の見かけ速度 $j_{Lm} = 1.66$ m/s、気相容積流量比 $\beta = 0.01$ [-] のときの可視化計測結果である。この流動条件においては、入口から流入してきた気泡はスロート下流において引き伸ばされ分裂することが確認された。対して、ベンチュリ管入口の液相の見かけ速度 $j_{Lm} = 2.49$ m/s、気相容積流量比 $\beta = 0.01$ [-] のときの可視化計測結果 Fig. 4(b) では、スロートを通じた気泡は膨張を始め、その後、ブロック矢印で示す位置において、膨張した気泡はすべて急収縮し崩壊する。収縮崩壊後、気泡は微細化し、多量の微細気泡が生成される。本研究では、スロート下流にかけて気泡が膨張した後に急収縮微細化する現象を気泡崩壊現象と呼ぶ。

Fig. 5 はベンチュリ管入口ならびにベンチュリ管出口における気泡径分布である。気泡径については、可視化計測によって得られた瞬時画像から、気泡を回転楕円体として体積を求め、各気泡の体積等価直径を取得し、これを気泡径とした。気泡崩壊現象が起きない流動条件であるベンチュリ管入口の液相の見かけ速度 $j_{Lm} = 1.66$ m/s、気相容積流量比 $\beta = 0.01$ [-] の気泡径分布では、入口で計測された気泡径分布と比較して、出口の気泡径分布では直径 0.1 mm 以下の微細気泡数割合が 0.05

Fig. 5 Bubble diameter distributions in a condition without bubble breakup ($j_{Lm} = 1.66$ m/s, $\beta = 0.01$ [-]) and a condition with bubble breakup ($j_{Lm} = 2.49$ m/s, $\beta = 0.01$ [-]).

[β]程度増加している。対して、気泡崩壊現象が起きる流動条件である液相見かけ速度 $j_{Lm} = 2.49$ m/s、気相容積流量比 $\beta = 0.01$ [-]の気泡径分布では、入口で計測された気泡径分布と比べ、ベンチュリ管出口で計測された気泡径分布の直径0.1 mmの微細気泡数の割合が0.15 [-]以上増加している。このようにベンチュリ管入口の液相流速によって、ベンチュリ管内の気泡挙動は大きく異なり、気泡崩壊現象によってより多くの微細気泡を生成できることを確認した。

Fig. 6は気泡崩壊が起きる条件である液相見かけ速度 $j_{Lm} = 2.49$ m/s、気相容積流量比 $\beta = 0.01$ [-]における気泡崩壊位置下流の可視化計測結果である。撮影条件は撮影速度 100,000 fps、露光時間 5 μ s である。気泡収縮崩壊直後を 0.000 ms として 0.120 ms までの時間変化を示した。時刻 0.000 ms から 0.030 ms において、気泡崩壊位置から下流において 0.000 ms 時よりも輝度が高くなっている。気泡崩壊から 0.060 ms 後には、高輝度領域は下流に広がり、 $z = 37$ mm まで広がっている。0.120 ms 後には、さらに下流に広がっている。このように時刻が進むにつれ、高輝度領域が下流に伝播していく様子を確認した。

この高輝度領域が生じる原因を明らかにするために、マイクロスコープを使って、気泡崩壊点下流における高輝度領域の伝播時の微細気泡の可視化計測を行った。その可視化計測結果を Fig. 7 に示す。このときの撮影条件は撮影速度 180,000 fps、露光時間 5 μ s である。Fig. 7 の矢印で示す気泡に着目すると、0 ms から 0.033 ms にかけて気泡が収縮していることがわかる。その後、気泡は

Fig. 6 The observational results downstream the bubble breakup point. ($j_{Lm} = 2.49$ m/s, $\beta = 0.01$ [-]).

Fig. 7 Contraction of bubbles downstream the bubble breakup point around $z = 37$ mm.

比較的緩やかに膨張し、元の気泡径に戻る。また同時に、0 ms の画像と比較して、気泡の収縮に伴って画像が全体的に明るくなることわかる。このように気泡径が小さくなることでバックライトの透過率が上昇し、高輝度領域が発生している。このことから、高輝度領域の下流への伝播は気泡の収縮が下流に向かって順々に起きていることを示している。

3.2 ベンチュリ管内の圧力計測

気泡の急収縮によって高輝度領域が発生し、その領域が下流に伝播していることから、気泡を収縮させるような高い圧力場が下流に伝播していると考えられる。そこで、ベンチュリ管の内側壁面にセンサヘッドが来るようにベンチュリ管側面に圧力計を取り付け、管内の圧力計測を行った。圧力センサは流れ方向に対して $z = 37$ mm、47 mm の二点に取り付けられている。Fig. 8(a)は気泡崩壊現象が起きない流動条件である液相見かけ速度 $j_{Lm} = 1.66$ m/s、気相容積流量比 $\beta = 0.01$ [-]における圧力計測結果である。上流側 $z = 37$ mm の圧力の時間変化を実線、下流側 $z = 47$ mm の圧力の時間変化を破線で示している。上流下流の圧力変化共に、ほぼ大気圧で一定値を保っている。目立った振幅は確認されなかった。対して、Fig. 8(b)の気泡崩壊現象が起きる流動条件である液相見

かけ速度 $j_{Lm} = 2.49$ m/s、気相容積流量比 $\beta = 0.01$ [-] では、上流下流の結果ともに圧力の振幅が多数確認された。気泡崩壊位置での可視化計測結果より、単位時間当たりに計測される圧力の振幅数よりも気泡の崩壊数が多いことから、一部の気泡の崩壊によって生成した圧力振幅ならびに複数の気泡が同時に崩壊することで生成した圧力振幅が伝播していると考えられる。また、上流と下流の圧力の時間変化は定性的に同じであるものの、下流の圧力変化は上流に比べて時間遅れがあることが確認できる。この時間遅れは、高圧領域が上流から下流の圧力センサまで伝播するのに要する時間と考えられ、圧力波が下流に伝播していることを示している。

3.3 流動の可視化と圧力の同期計測

可視化計測で得られた気泡の収縮による高輝度領域の伝播と圧力計測で得られた圧力の振幅について相関があるかを確認するために、可視化計測と圧力計測の同期計測を行った。Fig. 9 に流動条件 $j_{Lm} = 2.49$ m/s、 $\beta = 0.023$ [-] における同期計測結果を示す。実線は上流側 $z = 37$ mm の圧力の時間変化、破線は下流側 $z = 47$ mm の圧力の時間変化、一点鎖線は上流と下流の圧力計測点間の空間平均輝度値を示している。空間平均輝度値は Fig. 9 可視化計測結果の四角枠内における各画像ピクセルの輝度値の和をピクセル数で除算した値となっている。空間平均輝度値の変化に着目すると、圧力の振幅と同様に空間平均輝度値も振動していることがわかる。また、その輝度値の振幅と圧力の振幅は同期しており、圧力の上昇に伴い、輝度値も上昇している。さらに、より詳細にみると、上流と下流の圧力値の頂点と輝度値の頂点には時間差がある。最初に上流側の圧力が最大値に到達し、その後に輝度値が最大値に到達し、さらにその後に下流の圧力が最大値に到達する。輝度値の上昇は気泡が収縮することを意味することから、これらの時間差は高い圧力領域を持つ圧力波が下流に向かって伝播することによって、まず上流側の圧力センサが圧力波の高圧領域を捉え、次に高圧領域による気泡の収縮が起きることで輝度値が上昇し、最後に下流側の圧力センサが高圧領域を捉えた結果であると考えられる。このように可視化計測で得られた高輝度領域は圧力計測で得られた圧力波の高圧領域と対応しており、高輝度領域の下流への伝播は圧力波の

Fig. 8 Time variations of pressure at $z = 37$ mm and 47 mm.

Fig. 9 Time variations of pressure and spatial average of brightness ($j_{Lm} = 2.49$ m/s, $\beta = 0.023$ [-]).

伝播を表していることが示された。

3.4 気相容積流量比の影響

ベンチュリ管内で発生する圧力波の発生数やその圧力の大きさは、流動条件である気相容積流量比と相関があると考えられる。そこで、本節では流動条件である気相容積流量比の影響について実験的に検証した。Fig. 10は気泡崩壊条件 $j_{Lm} = 2.49$ m/s における $\beta = 0.003$ [-]、 0.023 [-]、 0.063 [-] での下流 ($z = 47$ mm) の圧力計測結果である。左図は計測開始後10 msまでの圧力の時間変化、右図は計測開始後1.14 sまでの各圧力値に対する度数分布である。時間変化を見ると、各気相容積流量比に対して圧力振幅が異なり、 $\beta = 0.023$ [-] の振幅が比較的大きい。一方全体の度数分布では

明確な違いが確認されなかったが、100 kPa以上の度数に着目すると、 $\beta = 0.023$ [-]における度数が大きいことがわかる。このように気相容積流量比によって、得られる圧力波の圧力値の大きさやその頻度は異なることがわかる。

気相容積流量比が及ぼす圧力波への影響を網羅的に理解するため、気相容積流量比に対する圧力波の発生頻度と圧力波の最大圧力値 $p_{\max}$ について考察した。ここで、計測時間1.14 s間における圧力計測から、Fig. 11のブロック矢印で示すように下流側 $z = 47$ mmで計測された圧力上昇を圧力波と考え、圧力波の発生頻度を数えた。圧力波の最大値 $p_{\max}$ はFig. 11で示すように下流の圧力センサにおける各圧力上昇の最大値とした。気相容積流量比に対する圧力波の発生頻度と最大圧力値 $p_{\max}$ の結果をFig. 12に示す。図中の四角いシンボルは圧力波の発生頻度である。丸いシンボルは各気相容積流量比における圧力波の最大値の平均値 $p_{\max}$ であり、気相容積流量比に対する各圧力波の最大値の総和を圧力波の発生頻度で除算した値である。またエラーバーはその標準偏差となる。図より圧力波の発生頻度は気相容積流量比の増加に伴い、減少することが確認された。これは気相体積の増加に従って、気泡膨張の際の合体頻度が増加したことで、気泡数が減るとともに気泡崩壊数が減少するためと考えられる。対して圧力波の最大圧力値 $p_{\max}$ では、 $\beta = 0.023$ [-]以下の気相容積流量比では、気相容積流量比の上昇に伴い、 $p_{\max}$ は増加していく結果が得られた。一方、 $\beta = 0.023$ [-]より大きい気相容積流量比では、 $p_{\max}$ は減少することが確認された。このように圧力波の圧力値は気相容積流量比に対して極大値を持つことが示された。極大値を持つ原因としては、収縮崩壊する気泡の大きさや形状ならびに気泡崩壊位置における気相割合が寄与していると考えられる。以上の結果より、ベンチュリ管内気泡崩壊現象に伴う圧力波の発生頻度と最大圧力は気相容積流量比に依存することが明らかにされた。

3.5 圧力波伝播挙動におけるボイド率の影響

既存研究において気液二相流における圧力波の伝播速度はボイド率に依存することが指摘されている[5-9]。そこで本研究では上流 $z = 37$ mmと下流 $z = 47$ mmの圧力計測位置に合わせて、その区間のボイド率を定電流法で計測して体積ボイド率を求め、圧力波の伝播速度を二点の圧力計

Fig. 10 Time variations and histograms of pressure at $z = 47$ mm with gas volume flow ratio.

Fig. 11 Definitions of Δt and $p_{\max}$.

Fig. 12 Correlation of maximum pressure value $p_{\max}$ and frequency of pressure waves with gas volume ratio.

測ならびに可視化計測より求めることでボイド率に対する圧力波の伝播速度について考察した。

まず、気相容積流量比 β に対する時間平均ボイド率 α ならびにその気相容積流量比 β のときの気泡崩壊位置下流の可視化計測結果をFig. 13に示す。図より、上流と下流の圧力センサ間 ($z = 37 \text{ mm} - 47 \text{ mm}$) における入口の気相容積流量比に対するボイド率を得ることができた。また、入口の気相容積流量比の増加とともにボイド率が増加することを確認した。

Fig. 14にボイド率に対する圧力波の伝播速度を示す。丸いシンボルの伝播速度は、Fig. 11で示すように、上流下流の圧力計測間距離10 mmにおける圧力伝播時間 Δt [ms]を計測し、計測間距離10 mmを伝播時間 Δt [ms]で除算することで求めている。一方、四角いシンボルの伝播速度はFig. 4の可視化計測で得られた高輝度領域の単位時間当たりの伝播距離より求めた。高輝度領域の単位時間当たりの伝播距離は、断面平均した輝度値が下流から見て、最初に設定閾値以上になる点を高輝度領域の先端位置として求め、その先端位置の単位時間当たりの移動距離から求めている。各シンボルからわかるように、圧力計測と可視化計測から求めた圧力波の伝播速度は一致しており、圧力波の伝播速度はボイド率の増加とともに非線形的に減少することが実験的に明らかにされた。

次に、この伝播速度に対して既存の理論式との比較を行った。Fig. 14の破線は均質流モデルにおける音速の予測式で得られたボイド率と音速の相関を表している。用いた音速の予測式として、スリップ比なし、相変化なしの非圧縮性の液相流体を仮定し、液相質量密度が気相質量密度よりも十分大きいときに成立する以下の式を用いた。

$$c_m = \sqrt{\frac{p}{\alpha(1-\alpha)\rho_L}} \quad (3)$$

このとき p は圧力であり、上流 ($z = 37 \text{ mm}$) と下流 ($z = 47 \text{ mm}$) の時間平均圧力値である絶対圧100 kPaAを用いている。また、 ρ_L は水の質量密度、 α はボイド率を示している。計測結果と音速の予測式を比較すると、均質流モデルにおける音速の予測式と計測値が一致しており、ベンチュリ管下流に伝播する圧力波の伝播速度は均質流モデルの音速の予測式に従うことがわかる。

Fig. 13 Observational results downstream the bubble breakup point and correlation between the void fraction and gas volume flow ratio.

Fig. 14 Correlation between the wave speed and the void fraction, and the comparison with a sonic speed of a homogeneous model ($p = 100 \text{ kPaA}$, $\rho_L = 997 \text{ kg/m}^3$).

4. 結 言

- 1) 可視化計測結果から、気泡崩壊現象に伴って下流に高輝度領域が伝播することを確認した。また、高輝度領域は気泡の収縮によって起きていることを確認した。
- 2) 圧力計測結果から、気泡崩壊現象が起きる流動条件では気泡崩壊が起きない流動条件と比較して圧力のピークが計測された。
- 3) 可視化と圧力の同期計測から、高輝度領域

の伝播時に圧力が大きく上昇することを確認した。このことから、高輝度領域の伝播は圧力波の伝播であることが示された。

- 4) 得られる圧力波の発生頻度や最大圧力値は気相容積流量比に対して依存性を持つことが確認された。
- 5) 定電流法で得られたボイド率とベンチュリ管下流に伝播する圧力波の速度には相関が見られ、ボイド率の増大とともに非線形的に圧力波の速度が減少することが示された。また、気液二相流における均質流モデルの音速の予測式との一致を確認した。このことからベンチュリ管内の気泡微細化現象に伴う圧力波の伝播速度は均質流モデルの音速の予測式に従うことが明らかにされた。

Nomenclature

c_m	: sonic speed	[m/s]
j	: superficial velocity	[m/s]
p	: pressure	[Pa]
Q	: volume flow rate	[L/min]
Δt	: interval of pressure propagation	[ms]
v	: electric voltage ratio	[-]
z	: vertical coordinate in the venturi tube	[m]

Greek letters

α	: bulk void fraction	[-]
β	: gas volume flow ratio	[-]
ρ	: mass density	[kg/m ³]

Subscripts

G	: gas phase
L	: liquid phase
in	: inlet of a venturi tube
max	: maximum value

参考文献

- [1] Kaneko, A., Nomura, Y., Takagi, S., Matsumoto, Y. and Abe, Y., Bubble Break-up Phenomena in a Venturi Tube, Trans. JSME Ser. B, Vol. 78(786), 207-217 (2012).

- [2] Uesawa, S., Kaneko, A., Nomura, Y. and Abe, Y., Study on Bubble Breakup Behavior in a Venturi Tube, Multiphase Sci. Technol., 24(3), 257-277 (2012).
- [3] Abe, H., Kaneko, A., Abe, Y. and Ike, M., Proposal of a Surface Cleaning Technique with a Venturi-type Microbubble Generator, Proceedings of JSME Fluids Engineering Conference 2010, 129-130 (2010).
- [4] Tamura, N., Kaneko, A., Uesawa, S., Abe, Y. and Ike, M., Study of the Non-chemical Micro-bubble Washing with a Venturi Tube, Proceedings of JSME MECJ-13, CD-ROM, J054022 (2013).
- [5] Campbell, J. I. and Pitcher, S. A., Shock Waves in a Liquid Containing Gas bubbles, Proc. R. Soc. London Ser. A, Vol. 243(1235), 534-1958 (1958).
- [6] van Wijngaarden, L., One-Dimensional Flow of Liquids Containing Small Gas Bubbles, Ann. Rev. Fluid Mech., Vol. 4, 369-396 (1972).
- [7] Kameda, M. and Matsumoto, Y., Shock Waves in a Liquid Containing Small Gas Bubbles, Phys. Fluids, Vol. 8, 322-335 (1996).
- [8] Ando, K., Sanada, T., Inaba, K., Damazo, S. J., Shepherd, E. J., Colonius, T. and Brennen, E. C., Shock Propagation through a Bubbly Liquid in a Deformable Tube, J. Fluid Mech., Vol. 671, 339-363 (2011).
- [9] Matsukuma, S., Nishi, W., Ogasawara, T. and Takahara, H., Experimental Investigations of Pressure Wave Propagation by the Inception of a Laser-Induced Bubble in Bubbly Flows, Japanese J. Multiphase Flow, Vol. 26(5), 577-585 (2013).
- [10] Fukano, T., Measurement of Time Varying Thickness of Liquid Film Flowing with High Speed Gas Flow by a Constant Electric Current Method (CECM), Nucl. Eng. Des., Vol. 184(2-3), 363-377 (1998).
- [11] Maxwell, J. C., A Treatise on Electricity & Magnetism. Vol. 1, 435-441, Dover Publications, New York (1954).
- [12] Uesawa, S., Kaneko, A. and Abe, Y., Measurement of Void Fraction in Dispersed Bubbly Flow Containing Micro-bubbles with Constant Electric Current Method, Flow Meas. Instrum., Vol. 24, 50-62 (2012).