渦対モデルによる自己流体推進体の集団運動*

(第1報：中立浮遊体の基本挙動)

Collective Motions of Fluidic Auto-Propulsive Particle by Vortex Pair Model (Part 1: Basic Motions of Hovering Particles)

永田 裕 作**
NAGATA Yusaku

熊谷 一 郎***
KUMAGAI Ichiro

桑名 杏 奈**
KUWANA Anna

Abstract Numerical experiments on the interaction of self-driven particles in a fluid have been conducted in order to understand the collective motion of animal aggregates (flocks of birds, schools of fishes, etc.). In the model, a vortex-pair particle with a fixed center distance as the fluidic auto-propulsive particle (Flapper) was introduced. We analyzed the interaction between two Flappers in two spatial dimensions, and showed their fundamental behavior such as attractive and repulsive motions. Their behavior depends on the relative position and orientation between them because the hydrodynamic effect by the fluid flow around the objects plays an important role in their interaction process. We also examined the collective motion of 1000 Flappers hovering in a gravity field. The aggregation of Flappers maintains its shape (or formation) and position by incorporating a simple protocol to control the motion of each Flapper like animal's taxis, while the aggregation collapses and diffuses without the protocol.

Keywords: Flocks, Schools, Self-driven, Fluid-propulsion, Collective motion, Vortex pair

1. 緒 言

鳥や魚といった流体中を移動する生物は、個体近傍に流れを生成することで推進する。そのような生物が密集した群れを形成すると、各個体が推進のために生成する流れが、互いの運動に影響を及ぼすばかりでなく、群れ全体に及ぶ巨視的な流れを引き起こす場合がある。例えば、魚のホッケが、「ホッケ柱」と呼ばれる円柱状の群れを形成することにより巨視的な流れを発生させ、海面付近のプランクトンを群れの中心に引き寄せ採餌する行動が報告されている[1]。

一般的な生物の群れのモデルは、これまでに数多く提案されている[2-4]。その多くが、各個体について、その近傍の個体との距離や方向を適切に保つことで集団を維持するモデルであり、流体力学的な効果は考慮されていない。

一方、自走する物体集団の流体解析については、ストークス動力学法に基づく微生物の遊泳[5-7]や揚力線理論による編隊飛行[8-10]などについて研究が行われている。これらの研究は条件がきわめて限定的であり、例えば各個体の自律的な推進制御や乱雑で密集した配置での解析は行われていない。

そして、観測や実験については、例えば蚊柱や鳥など生物の群れや化学走性を持つ物質集団について行われた事例がある[11-13]。しかし、これらのほとんどは個体の位置の計測のみであり、その周囲の流れ場を計測することは、非常に困難であるため行われてこなかった。

流れを生成することにより推進する物体の集団運動を解析することは、生物の群れの挙動を理解するだけにとどまらず、様々な実用的な用途が

* 2015.4.15 受付

** お茶の水女子大学理学部 〒112-8610 東京都文京区大塚 2-1-1

E-mail: nagata.yusaku@ocha.ac.jp

*** 明星大学理工学部

考えられる。例えば、ドローンと呼ばれる小型無人飛行体[14,15]や、人体内で薬剤を患部に適切に輸送するドラッグ・デリバリー・システム(DDS)のためのマイクロマシン[16,17]など、流体中を自律的に推進する装置の開発が近年進みつつある。これらの実際の運用では、複数機を乱雑かつ密集した状態で運動させる場面が想定されるが、その最適制御のための理論を確立するためには、物体運動と流体を一体として扱う混相流的な視点や解析が重要となる。

本研究では、このような集団運動を

1. 流体中の運動：流体を介して物体間に相互作用
2. 流体推進：周囲の流体を動かして物体が推進
3. 自律駆動：内部に駆動源を持ち、自律的に運動
4. 密集：流体相互作用が及ぶ範囲に多数

の4つの要素により定義し、「自己流体推進体(Fluidic Auto-Propulsive Particle：略称 Flapper)」の集団運動と呼ぶことにする。そして、自己流体推進体のモデルを立て、無制御状態および各個体に制御を加えた場合の挙動について調べた。第1報では、自己流体推進体モデルの概要およびその基本挙動について述べる。

2. 自己流体推進体のモデル

2.1 モデルの要件

上記の定義に基づき、自己流体推進体の集団運動を解析するためのモデルを作成することを考える。実装に当たっての要件には、定義に基づくものの他に、例えば運動の制御や安定性といった解析および数値計算上の要素も必要となる。これらをまとめると、モデル作成の要件は以下のようになる。

- ・周囲に流れを生成することで推進すること
- ・物体の運動の制御が可能であること
- ・流体中の物体運動が安定であること
- ・群れを表すのに十分な個体数を扱えること
- ・個体間が十分に接近しても解析できること

しかし、これらの要件を完全に満たす自己流体推進する物体のモデルを作成することは、現状の数値流体解析手法および計算機能力において、非常に困難である。

そこで、自己流体推進する「物体」に代わり、自己流体推進する「流体要素」に着目する。流体要素で最も単純な自己流体推進体に「渦対」がある[18]。渦対は2つの渦要素から構成される流体要素であり、循環の絶対値が等しくかつ向きが逆の場合、2つの渦は並進運動する。そして渦の向きが等しい場合には回転運動をする。つまり循環という一つのパラメータで運動を容易に制御可能であり、なおかつ計算量も小さく、上記の要件をすべて満たす。また、単体渦(点渦)の集団運動の解析は過去に多くの研究があり(例えば[19])、それらとの比較・検証が可能である。一方で渦対に関する研究として、一般の非圧縮流れについて双極子(2次元の場合渦対)を計算要素とするラグランジュ的計算手法の開発が進められている[20]。

本研究では、2つの渦の中心間距離を固定した渦対を自己流体推進体としたモデル(「渦対体」と呼ぶ)を提案し、その集団運動の解析を行った。

2.2 渦対モデル

2次元完全流体中において渦は、他の渦が生成する流れにより運動する。渦が2つの場合、それぞれの渦が生成する流れがもう片方の渦を動かし、両者の渦の強さ(循環)の大きさがほぼ同程度であれば、両者は一体となり運動する。特にこのような状態の2つの渦は、一般に「渦対」と呼ばれている。

ここで、この2つの渦の距離が常に固定されていて、かつ構成する渦の循環 Γ の値が調節可能な「渦対体」を考える(Fig.1)。この渦対体は、渦対体を構成する渦の循環の値をコントロールすることにより、2次元平面内で並進・回転運動および加減速など運動の制御が可能である。そして、このような渦対体が空間内に多数存在するとき、各渦対体の運動は、内部の渦だけでなく、外部の渦からも影響を受ける。

Fig. 1 Vortex-pair object.

空間内の渦 i (循環 Γ_i) の運動の基礎方程式は、水平方向に x 座標、鉛直方向に y 座標を取り、渦 i と j との間の距離の 2 乗を r_{ij}^2 とすると、

$$\begin{cases} \frac{dx_i}{dt} = -\frac{1}{2\pi} \sum_{j \neq i} \frac{\Gamma_j (y_i - y_j)}{r_{ij}^2} \\ \frac{dy_i}{dt} = \frac{1}{2\pi} \sum_{j \neq i} \frac{\Gamma_j (x_i - x_j)}{r_{ij}^2} \end{cases} \quad (1)$$

となる。

本研究における渦対体の運動は、以下の手順で計算を行った。まず、式(1)を用い空間内のすべての渦について現タイムステップでの速度を求める。次に各渦を渦対体ごとに分ける。そして渦対体内の渦間距離 L 一定の拘束条件のもと、各渦対体を構成する 2 つの渦の速度を渦対体内の重心位置で合成することにより、渦対体重心の並進・回転速度が求まる。

Fig. 2 Velocity of the vortex-pair object.

例えば Fig.2 の渦対体の場合、渦対体の並進速度 v_c および角速度 ω_c は、渦 1 および渦 2 の渦間距離 L および並進速度 v_1, v_2 を用いて質点系の場合と同様に以下の式で求められる。

$$\begin{cases} v_{cx} = \frac{1}{2}(v_{1x} + v_{2x}) \\ v_{cy} = \frac{1}{2}(v_{1y} + v_{2y}) \\ \omega_c = \frac{1}{L} \{ (v_{1x} - v_{2x}) \sin \theta - (v_{1y} - v_{2y}) \cos \theta \} \end{cases} \quad (2)$$

そして、求まった渦対体の重心速度から、次タイムステップの渦対体位置および方向が確定する。

2.3 系の設定および計算条件

渦対モデルによる自己流体推進体の基本的性質を調べるため、重力下での自己流体推進体の集団運動について、典型初期配置からの少数渦対体挙動とランダム初期配置からの多数渦対体挙動の 2 つの系の数値計算を行った。

流体要素である渦対には、本来は重力のような外力は作用しないが、渦対体の「ホバリング状態」をつくるために、仮想的に重力に相当する効果を導入することを考える。重力加速度を g 、数値計算のタイムステップを Δt として、ここでは単純に、渦速度を数値計算する際に、重力を作用させる方向（マイナス y 方向）に各タイムステップにおいて $v_g = g\Delta t$ を追加することで重力効果を導入した。

渦対体は、単体で推進による上昇と重力による下降がバランスをとって静止状態（つまりホバリング状態）となるようパラメータを設定した。このような単体ホバリング設定の渦対体を用いたのは、渦対体の運動を抑制することにより、複数個の相互作用による挙動や、多数の場合に集団の外側に生じる流れ場を見やすくするためである。

はじめに、渦対体の持つ基本的性質を調べるため、2 個および 3 個の渦対体を直列・並列などの典型的な位置に初期配置し、数値計算を行った。次に、多数の渦対体をランダムに配置したときの振る舞いについて、無制御の場合と安定のための簡単な制御を加えた場合の挙動を調べた。後者は、単体であればホバリング状態を保つ渦対体が、集団となった場合に、周囲の渦対体から流体相互作用を受けてもホバリング状態を保つように各渦対体に制御をかけることである。

この制御は、渦対体の方向が「基本方向」（渦対内の渦が水平に並んだ状態、つまり単体の場合にホバリング状態を保つ向き）からずれた場合に、循環の総和を保ちながら各渦の循環の値を変え、次タイムステップで基本方向に戻る操作である。例えば Fig.2 のように水平軸（ x 軸）に対し渦中心軸が角度 θ 傾斜している場合、2 つの渦の持つ循環の値にそれぞれ $\Delta\Gamma = -\pi\theta L^2 / \Delta t$ を加えることにより、渦対体中心周りに時計回りの回転成分が加わる。それにより、次ステップにおいて渦対体は水平に戻る。（そして水平に戻った後、制御のために加えた循環値 $\Delta\Gamma$ をゼロにする）。

数値計算については、時間積分に 2 次

Adams-Bashforth 法を用いた。予備計算として、Takaki ら[19]による単独渦についての集団運動の数値シミュレーションと同じ条件で数値計算を行い、計算の妥当性を確認した。境界条件は自由空間（壁なし）であり、用いたパラメータは、渦対体の大きさ（渦間距離 L ）を 1、循環については Takaki らが用いた値（ $\Gamma=10$ ）を採用し、この 2 量により他の各量を無次元化した。無次元タイムステップは $\Delta t = 0.1$ 、無次元重力加速度はホバリング状態を実現するため $g = 15.9$ とした。なお、以降の図の座標は無次元量による表示である。

3. 結果および議論

3.1 典型配置の少数渦対体

渦対体が 2 個の場合を Fig.3 および Fig.4 に示す。各 Fig の上図は、一定時間間隔の渦対体の位置を 1 枚の図の中にプロットした図（重力の方向は図の下方方向）であり、下図は、位置の座標成分

Fig. 3 Two-particle case of vertical initial location (normalized) : particle location (upper) and time series of y -component (lower).

Fig. 4 Two-particle case of horizontal initial location (normalized) : particle location (upper) and time series of x -component (lower).

(Fig.3 については y 成分、Fig.4 については x 成分)の時系列図である。上図において初期の渦対体位置を白抜き矢印で示している。初期の渦対体位置として、鉛直方向に並べた場合と水平方向に並べた場合の 2 パターン行った。なお、いずれの場合も、初期では渦対体の向きは基本方向かつパラメータはすべての渦対体と同じである。

初期に鉛直方向に並んでいる場合、距離を保ったまま一定速度で上昇した (Fig.3)。一般的に、2 個の渦対 (あるいは渦輪) が進行方向に並んでいる場合には、渦間をすり抜けて互いに追い越しながら進行する[18,21]が、ここでの渦対体は内部の 2 つの渦の距離が一定になるように拘束されているため、誘導速度の左右方向成分は対称性および拘束条件によりキャンセルされる一方、上下方向成分が発生してホバリング状態から上昇に移行する。

一方、渦対体を2つ水平方向に並べた場合、2つの渦対体は接近しながら徐々に下降していった (Fig.4)。相互作用により渦対体の方向が基本方向から傾くことで重力の効果が卓越するため、2つの渦対体は互いに近づきつつ重力により下降する。

次に、渦対体が3個の場合の結果を Fig.5、Fig.6 および Fig.7 に示す。2個の図の場合と同様に Fig.5 および Fig.6 の上図は一定時間間隔での渦対体の位置を1枚の図の中にプロットした図 (重力の方向は図の下方方向) であり、下図は位置の座標成分 (Fig.5 については y 成分、Fig.6 については x 成分) の時系列図である。そして上図において初期の渦対体位置を白抜き矢印で示している。

初期配置として、鉛直方向に3つ並べた場合、水平方向に3個並べた場合および正三角形の頂点の位置に並べた場合の3パターンを行った。

水平配置の場合、左右の対称性から2個の場合と類似した挙動を示した。また、鉛直配置および

Fig. 5 Three-particle case of vertical location (normalized) : particle location(upper) and time series of y -component (lower).

三角配置では、渦対体は2個と1個に分かれて運動した。分かれた1個のほうは、他の渦対体からの距離が離れるにつれ相互作用が及ばなくなり、鉛直配置では元の本バリング状態に、三角配置では渦対体方向の変化により移動する。

Fig. 6 Three-particle case of horizontal location (normalized) : particle location (upper) and time series of x -component (lower).

Fig. 7 Three-particle case of triangle initial location (normalized).

3.2 ランダム配置の多数渦対体

渦対体数を 1000 個にし、渦対体サイズに対し 100×100 の領域にランダムに配置した場合の初期配置を Fig.8 上に示す。図中の点は、渦対体の位置を表している。そして Fig.8 下は、無制御の渦対体の 1000 ステップ後のスナップショットである。この図中の矢印は、一定間隔地点での流速ベクトルを表している。各渦対体の向きは基本方向で渦対体パラメータは同一である。

無制御の場合、時間とともに全体として渦対体は下降した。いくつかの渦対体は、方向の変化により重力方向以外の方向に移動し、全体として渦対体が徐々に水平方向に広がる傾向が見られた。

次に、渦対体に制御を加えた場合の渦対体位置および集団近傍の流れ場を Fig.9 に示す。

Fig. 8 1000-particle with no-control (normalized) : initial location (upper) and after 1000 steps (lower).

Fig. 9 Flow pattern around the particle-cloud (normalized): fixed in initial condition (upper) and controlled objects in steady state (lower).

Fig.9 上は、初期配置 (Fig.8 上と同じ配置) で渦対体の位置と方向の両方を完全に固定した場合の渦対体位置および流れ場であり、左右対称な双極子的分布をしている。

Fig.9 下は、各渦対体に制御をかけた場合について定常に落ち着いた時の渦対体位置及び流れ場である。ここでは、渦対体間相互作用により基本方向から傾いた渦対体を探索し、2.3 節で述べた制御により水平に戻す操作を各タイムステップ毎に行っている。この比較的単純な制御により、Fig.8 下の無制御の場合のように渦対体は落下せず、ほぼ初期配置の近傍にとどまっている。しかし、制御によるゆらぎのために、流れ場は初期配置の場合のような軸対称からずれる。

3.3 議論

本研究では、流れを生成することにより流体中を推進する個体（自己流体推進体）について、密集した集団を形成した場合の各推進体の運動および集団周囲の流れについての理解を目的としている。特に自己流体推進性と制御性および非常に多数の推進体を扱うことに重点を置くため、完全流体の流体要素である渦対体のモデルを用いて集団挙動を調べた。本報では、自己流体推進体が物体として持つ質量や体積の効果を省略しているものの、自己流体推進体集団の解析がほとんど行われていない現状において、1000 個規模の制御可能な自己流体推進体の解析を行い、流体中の集団運動に関するいくつかの重要な知見を得ることができた。本モデルのこのような長所および短所を踏まえた上で、結果についての議論を以下に述べる。

孤立している状態ではホバリング状態にある渦対体を、複数個近接して配置すると相互作用によりホバリング状態が崩れ、初期配置に応じた集団運動を示すことが確認できた。このことは、流体推進する生物などの群れでは、流体を介した相互作用を無視できないことを示している。一方で、渦対体の集団を無制御で配置した場合は、初期の密集状態から時間とともに渦対体が水平方向に拡散していき、群れ構造を維持することができなかった。以上のことから、自己流体推進体の群れについてモデルを立てるには、一般の群れモデルのような個体間ルールと流体による相互作用の双方を組み込む必要があると考えられる。

また制御モデルにおいては、各個体に数値計算のタイムステップ単位で方向制御を行った。これは、最も短い反応時間による制御の効果を今回の研究では対象としていることを意味する。密集した自己流体推進体の集団では、各個体が生成する流れが他の個体の運動に影響を及ぼす上、本制御では渦対体を構成する渦の循環値を変えて制御しているため、制御により集団が大きな変化を伴わずにホバリング状態を維持できるかどうかは自明ではなかった。集団のホバリング状態を本制御で維持できることが確認できたため、今後は制御時間（反応時間）を延ばす方向で変えた場合の集団の安定性を調べる予定である。

この方向制御により渦対体の集団を維持した場合、群れ周辺に形成される流れ場は双極子的で、

群れ中央で上昇し周辺で下降している。ホッケの群れも同様に双極子型の流れ場を形成すると考えられているが、渦対体の場合と比べ方向が逆となっている。これは、渦対体とホッケとでは推進機構が異なり、個体が周囲に生成する流れの向きが逆であるためである。その違いはあるが、各推進体が推進のために生成する微視的な流れが、密集した推進体集団を形成することで群れ全体に及ぶ巨視的な流れ場を形成することが確認できた。

渦対体モデルは、機構が非常に単純であるため、多数の渦対体を扱うことが可能であり、挙動の解釈や理論への展開も行いやすい。また、運動が安定で制御が容易であるため、各種制御モデルを組み込んで流体中での運動についてモデルの動作検証にも活用できる。一方で 2 次元に限定されることや体積や質量に由来する流体作用が物体とは異なるが、このような短所を差し引いても自己流体推進性のもつ基本的な性質を理解する糸口になると期待される。

また本稿では、重力に平行な面における自己流体推進体の基本挙動の解析を行った。それに対して、水平面（重力に直交する面）における自己流体推進体集団の基本挙動および群れモデルにより制御した場合の集団挙動の解析については、第 2 報で述べる。

4. 結 言

流体中で、駆動源をもち周囲の流体を動かすことにより運動する物体の集団運動について、「自己流体推進体（Flapper）」の集団運動として定義づけを行った。そして自己流体推進体に対して渦対体による 2 次元モデルを立て数値計算を行った結果、以下の知見を得た。

- 2 渦対体について初期配置が直列の場合、渦対体内渦距離の拘束条件により、一般的な渦輪や渦対で知られる「追い抜き挙動」は見られず、距離を保ったまま進行することが確認された。
- 2 渦対体で初期配置が並列の場合、渦対体間距離を近づけながら重力方向に落下することが確認された。
- 3 渦対体の場合、2 渦対体と 1 渦対体で運動が分かれる現象が見られ、基本的に 2 渦対体の場合と類似した挙動を示した。

- 1000 渦対体の場合、無制御では全体として落下しながら、方向の変化により水平方向に広がっていくことが確認された。
- 1000 渦対体で各渦対体に方向を保つための制御を加えた場合、ほぼ初期の配置を保つことが確認された。
- 各推進体が推進のために生成する微視的な流れが、密集した推進体集団を形成することで群れ全体に及ぶ巨視的な流れ場を形成することが確認された。

謝 辞

研究を進めるにあたり、サポートして頂きました郡宏お茶の水女子大学准教授およびアドバイスを頂きました木村龍治東京大学名誉教授に感謝いたします。

Nomenclature

- x_i : x -location of the vortex i
 y_i : y -location of the vortex i
 Γ_i : circulation of the vortex i
 r_{ij} : distance between the center of the vortices
 L : distance between the inner vortices
 g : gravity acceleration

参考文献

- [1] Kitagawa, T., Nakagawa, T., Kimura, R., Niino, H. and Kimura, S., Vortex Flow Produced by Schooling Behavior of Arabesque Greenling *Pleurogrammus azonus*, Fish Science, Vol. 77, 217–222 (2011).
- [2] Reynolds, C. W., Flocks, Herds, and Schools: A Distributed Behavioral Model, Computer Graphics, Vol. 21(4), 25–34 (1987).
- [3] Vicsek, T., Czirok, A., Ben-Jacob, E., Cohen, I. and Shochet, O., Novel Type of Phase Transition in a System of Self-Driven Particles, Phys. Rev. Lett., Vol. 75(6), 1226–1229 (1995).
- [4] Shimoyama, N., Sugawara, K., Mizuguchi, T., Hayakawa, Y. and Sano, M., Collective Motion in a System of Motile Elements, Phys. Rev. Lett., Vol. 76(20), 3870–3873 (1996).
- [5] Lighthill, M. J., On the Squirming Motion of Nearly Spherical Deformable Bodies through Liquids at Very Small Reynolds Numbers, Comm. Pure Appl. Math., Vol. 5, 109–118 (1952).
- [6] Pedley, T. J. and Kessler, J. O., Hydrodynamic Phenomena in Suspensions of Swimming Microorganisms, Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 24, 313–358 (1992).
- [7] Ishikawa, T., Transport Phenomena in a Suspension of Microorganism, Japanese J. Multiphase Flow, Vol. 28(3), 288–295 (2014).
- [8] Schlichting, H., Leistungersparnis im Verbandsflug, Mitteilungen dt. akad. Luftfahrtforschung, 97–139 (1942).
- [9] Sugimoto, T., A Theoretical Analysis of Formation Flight as a Nonlinear Self-Organizing Phenomenon, IMA Journal of Applied Mathematics, Vol. 68, 441–470 (2003).
- [10] Kawabe, H., A Study on Optimal Pattern and Leader Shift of Formation Flight, Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Vol. 50(168), 134–140 (2007).
- [11] Okubo, A. and Chiang, H. C., An Analysis of the Kinematics of Swarming of *Anarete pritchardi*, Res. Popul. Ecol., Vol. 16(1), 1–42 (1974).
- [12] Ballerini, M., Cabibbo, N., Candelier, R., Cavagna, A., Cisbani, E., Giardina, I., Lecomte, V., Orlandi, A., Parisi, G., Procaccini, A., Viale, M. and Zdravkovic, V., Interaction Ruling Animal Collective Behavior Depends on Topological Rather Than Metric Distance, PNAS, Vol. 105(4), 1232–1237 (2008).
- [13] Ban, T., Chemotaxis of Soft Matter Induced by the Marangoni Effect, J. Japan Soc. Fluid Mech., Vol. 34, 21–24 (2015).
- [14] D’Andrea, R., Can Drones Deliver? IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, Vol. 11(3), 647–648 (2014).
- [15] Cirque du Soleil, SPARKED: A Live Interaction Between Humans and Quadcopters, <https://www.youtube.com/watch?v=6C8OJsHfmpI>
- [16] Takakura, Y., Maruyama, K. and Yokoyama, M., Drug Delivery Systems and Micromachines, Drug Delivery System, Vol. 16(2), 71–76 (2001).
- [17] Masoud, H., Bingham, B. I. and Alexeev, A., Designing Maneuverable Micro-Swimmers Actuated by Responsive Gel, Soft Matter, Vol. 8, 8944–8951 (2012).
- [18] Sommerfeld, A., Mechanik der Deformierbaren Medien, Kap. 4, Akademische verlag, Leipzig (1957).
- [19] Takaki, R. and Utsumi, M., Middle-Scale Structure of Point Vortex Clouds, FORMA, Vol. 7, 107–120 (1992).
- [20] Matsumoto, Y., Ueno, K. and Saito, T., A Moment Model with Variable Length Scale for the Motion of a Vortex Pair in Two-Dimensional Incompressible Flows, Phys. Fluids, Vol. 21, 047103-1-11 (2009).
- [21] Oshima, Y., The Game of Passing-Through of a Pair of Vortex Rings, J. Phys. Soc. Japan Vol. 45, 660–664 (1978).