Moving Particle Semi-implicit 法による ノズル内キャビテーションと液体噴流のシミュレーション*

Numerical Simulation of Cavitation in a Nozzle and Liquid Jet
Using Moving Particle Semi-implicit Method

関 根 章 裕**
SEKINE Akihiro

越 塚 誠 一**
KOSHIZUKA Seiichi

吉 村 一 樹***
YOSHIMURA Kazuki

石 井 英 二***
ISHII Eiji

Abstract The fact that the spray characteristics of automotive fuel injectors of direct injection type are substantially influenced by cavitation in the nozzles is widely known. Many researchers have been engaged in understanding the relation between a cavitating flow and characteristics of fuel spray using a numerical simulation till now. In a free surface flow analysis and a multiphase flow analysis, advantages of using a particle-based meshless method are utilized. However, particle-based meshless methods have not been used to simulate cavitation. In this study, the cavitation in a two-dimensional nozzle and the water jet were simulated using Moving Particle Semi-implicit (MPS) method employing a cavitation model. The simulation results are relatively close to experimental data.

Keywords: Cavitation, Atomization, Liquid jet, Nozzle, Moving Particle Semi-implicit method

1. 緒 言

キャビテーションは流速の増加に伴う流れ場の圧力低下によって液体が気体へと相変化する現象である。キャビテーションの発生は、ポンプやプロペラ、スクリューなどに代表される流体機械や水中推進機構に対してその性能を抑制し、さらには騒音や振動、固体表面の壊食といった問題をも引き起こし得る。その一方で、ノズル噴孔内に発生したキャビテーションは噴流の微粒化に大きな影響を及ぼすことが知られている[1-3]。そのため、ディーゼルエンジンに代表される直噴型の燃料噴射装置においては、キャビテーション現象が燃費の向上や排ガスの低減に直接関わり得

るため、ノズル内のキャビテーション挙動や噴霧特性に関して様々な研究がこれまでに数値解析を用いて行われている。しかし、そのほとんどが格子や要素に基づいた手法であり（例えば、HEM (Homogeneous Equilibrium Model) [4]、界面捕獲法 [5,6]、DDM (Discrete Droplet Model) [7]など）、粒子法を用いた研究例は少ないという印象を受ける。SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) 法 [8,9]では Dauch et al.[10]の研究が、MPS (Moving Particle Semi-implicit) 法[11]では Duan et al.[12]、Ishii et al.[13]、Sun et al.[14]、Yasukawa et al.[15]の研究が、例として挙げられる。

ノズル内キャビテーション解析や噴霧解析に

* 2017.6.15 受付

** 東京大学大学院工学系研究科 〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1

TEL: (03)5841-7005 FAX: (03)5841-7005 E-mail: sekine@mps.q.t.u-tokyo.ac.jp

*** (株)日立製作所研究開発グループ

おける自由表面を伴う流れや混相流れでは、格子を使用しない Lagrange 的手法である粒子法の利点は大いに活かせると考えられ、本研究では粒子法である MPS 法を用いた研究に取り組んだ。ノズル内キャビテーションと液体噴流の数値解析を行うためのキャビテーションモデルの開発を行い、Sou et al.[16]の2次元(2D)ノズルを用いた実験結果と比較することによってモデルの検証を行った。本稿ではこれについて報告する。

2. MPS 法

2.1 支配方程式

キャビテーションの発生によって生じる気泡の膨張・収縮運動が生じる局所付近では液体は圧縮性を示す。しかし、流れ場を予測する上で圧縮性を考慮しないことが与える影響は無視できることが確認されている[17]。また、Duke et al.[18]は、乱流モデルを組み込むことがボイド率や速度場の予測に対して著しい変化を生じないこと、そして、層流として解く場合よりも乱れ強度が必ずしも増すわけではないことを示している。これはキャビテーションの影響が最も乱れが生じるノズル内側壁付近の乱流効果よりも支配的なためである。以上のことに鑑みて、本研究では支配方程式として、以下の非圧縮で層流の連続の式および Navier-Stokes 方程式を使用している。

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\mathbf{u} + \mathbf{g} + \frac{1}{\rho}(\mathbf{f}_s + \mathbf{f}_B + \mathbf{f}_D) \quad (2)$$

ここで、 t は時間、 ρ は密度、 $\mathbf{u}$ は速度ベクトル、 p は圧力、 ν は動粘性係数、 $\mathbf{g}$ は重力加速度ベクトル、 $\mathbf{f}_s$ 、 $\mathbf{f}_B$ 、 $\mathbf{f}_D$ はそれぞれ単位体積あたりの表面張力、浮力、抗力ベクトルである。ただし、 $\mathbf{f}_D$ はノズル噴孔より噴射された流体粒子(噴射粒子)に対してのみ支配方程式に含まれる。

2.2 離散化手法

支配方程式や後述する圧力のポアソン方程式を離散化するにあたって、MPS 法では勾配、発散、ラプラシアンといった各微分作用素に対する粒子間相互作用モデルが用いられる。本研究では、次のものを使用している。ここで、 Λ_i は粒子 i の近傍粒子の集合、 $\mathbf{r}_{ij}$ ($=\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i$) は粒子 i の位置ベクトル $\mathbf{r}_i$ と粒子 j の位置ベクトル $\mathbf{r}_j$ の相対位置ベクトル、 d は空間次元数、 ϕ_i 、 ϕ_j は粒子 i 、 j が

保持するスカラー変数値である。

・勾配モデル[19]

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \left[\sum_{j \in \Lambda_i} w(\|\mathbf{r}_{ij}\|) \frac{\mathbf{r}_{ij}}{\|\mathbf{r}_{ij}\|} \otimes \frac{\mathbf{r}_{ij}}{\|\mathbf{r}_{ij}\|} \right]^{-1} \left[\sum_{j \in \Lambda_i} w(\|\mathbf{r}_{ij}\|) \frac{\mathbf{r}_{ij}}{\|\mathbf{r}_{ij}\|} \frac{(\phi_j - \phi_i)}{\|\mathbf{r}_{ij}\|} \right] \quad (3)$$

・発散モデル[11]

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{u} \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \in \Lambda_i} \left[w(\|\mathbf{r}_{ij}\|) \frac{\mathbf{r}_{ij}}{\|\mathbf{r}_{ij}\|} \cdot \frac{(\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i)}{\|\mathbf{r}_{ij}\|} \right] \quad (4)$$

・ラプラシアンモデル[11]

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{n^0 \lambda^0} \sum_{j \in \Lambda_i} \left[w(\|\mathbf{r}_{ij}\|) (\phi_j - \phi_i) \right] \quad (5)$$

また、重み関数 $w(\|\mathbf{r}_{ij}\|)$ は、影響半径 r_e を用いて

$$w(\|\mathbf{r}_{ij}\|) = \begin{cases} \left(\frac{\|\mathbf{r}_{ij}\|}{r_e} - 1 \right)^2 & (0 \leq \|\mathbf{r}_{ij}\| < r_e) \\ 0 & (r_e \leq \|\mathbf{r}_{ij}\|) \end{cases} \quad (6)$$

と与えている[20]。さらに、 n^0 および λ^0 はそれぞれ、非圧縮性を評価する指標となる粒子数密度

$$n_i = \sum_{j \in \Lambda_i} w(\|\mathbf{r}_{ij}\|) \quad (7)$$

と粒子間距離の重み付き二乗平均である

$$\lambda_i = \frac{\sum_{j \in \Lambda_i} \left[w(\|\mathbf{r}_{ij}\|) \|\mathbf{r}_{ij}\|^2 \right]}{\sum_{j \in \Lambda_i} w(\|\mathbf{r}_{ij}\|)} \quad (8)$$

の基準値であり、ある粒子を中心に粒子を影響半径 r_e 内に等間隔(初期粒子間距離 l_0)の格子状に配置した状態を仮定して得られる。

2.3 計算アルゴリズム

現在の時刻 k から次の時刻 $k+1$ にかけての粒子位置と速度場の更新は次のように行っている。まず、陽的に計算される式(2)の右辺の第1項(圧力勾配項)以外の項から粒子 i の仮速度 $\mathbf{u}_i^*$ を

$$\mathbf{u}_i^* = \mathbf{u}_i^k + \Delta t [\nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g}]^k + \frac{\Delta t}{\rho} [\mathbf{f}_s + \mathbf{f}_B + \mathbf{f}_D]^k \quad (9)$$

によって、仮位置 $\mathbf{r}_i^*$ を

$$\mathbf{r}_i^* = \mathbf{r}_i^k + \Delta t \mathbf{u}_i^* \quad (10)$$

によって求める。ここで、 Δt は時間刻み幅である。次に、圧力のポアソン方程式を解いて圧力 p_i^{k+1} を求め、この求めた圧力を用いて速度を

$$\mathbf{u}_i^{k+1} = \mathbf{u}_i^* + \left(-\frac{\Delta t}{\rho} \langle \nabla p \rangle_i^{k+1} \right) \quad (11)$$

によって、位置を

$$\mathbf{r}_i^{k+1} = \mathbf{r}_i^* + \Delta t \left(-\frac{\Delta t}{\rho} \langle \nabla p \rangle_i^{k+1} \right) \quad (12)$$

によって修正し、次の時刻 $k+1$ の値を決定する。

ところで、式 (9) の右辺第 4 項 (表面張力項) を計算するにあたっては、実装が簡便でロバストな Kondo and Koshizuka[21] のポテンシャルモデルを使用している。また、右辺第 6 項 (抗力項) を計算するにあたっては、完全球形液滴を仮定して

$$\frac{f_D}{\rho} = -\frac{3}{4d_d} C_D \frac{\rho_a}{\rho_l} u_{i,rel}^2 \mathbf{n}_{jet} \quad (13)$$

を用いている。ここで、添え字 a は周囲気体を表し、 d_d は液滴径、 C_D は抗力係数、 $\mathbf{n}_{jet}$ はノズル噴孔軸垂直断面の単位法線ベクトルである。ただし、 C_D はレイノルズ数 $Re_d (= \rho_a u_{i,rel} d_d / \mu_a)$ を用いて

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{Re_d} \left(1 + \frac{1}{6} Re_d^{2/3} \right) & (Re_d \leq 1000) \\ 0.424 & (Re_d > 1000) \end{cases} \quad (14)$$

としている[22]。 $u_{i,rel}$ は簡単のために周囲気体の質量を無視した運動量理論を用いた次式によって与えている[23, 24]。

$$u_{i,rel} = \frac{u_{i,jet}}{1 + u_{i,jet} \kappa t_{i,jet}} \quad \left(\kappa = \frac{3}{4d_d} C_D \frac{\rho_a}{\rho_l} \right) \quad (15)$$

ここで、 $u_{i,jet} = |\mathbf{u}_{jet}^T \mathbf{n}_{jet}|$ は粒子 i のノズル噴孔出口部における軸方向の噴射速度、 $t_{i,jet}$ は噴射されてからの経過時間である。式 (9) の右辺第 5 項 (浮力項) については第 3 章で記述する。

2.4 圧力のポアソン方程式のソース項

圧力のポアソン方程式のソース項に対し、本研究では Δt^{-2} の項を持たずかつ可変となる時間刻み幅 Δt にも対応可能な Tamai and Koshizuka[25]

が提案したソース項に基づいた次式で表されるソース項を使用している。

$$\begin{aligned} \langle \nabla^2 p \rangle_i^{k+1} = & \frac{\rho}{\Delta t} \langle \nabla \cdot \mathbf{u} \rangle_i^* + \frac{\rho}{\Delta t} \left| \frac{n_i^k - \hat{n}^0}{\hat{n}^0} \right| \langle \nabla \cdot \mathbf{u} \rangle_i^k \\ & + \frac{\rho}{\Delta t} \left| \langle \nabla \cdot \mathbf{u} \rangle_i^k \right| \left(\frac{n_i^k - \hat{n}^0}{\hat{n}^0} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

ここで、 $\hat{n}^0$ は修正された粒子数密度の基準値であり、基本的には前述した n^0 を値として与える。ただし、自由表面粒子や壁粒子、さらにはそれらを近傍粒子とする流体粒子に対しては、境界近傍付近で極端に粒子数密度が減少することに対応した値を与える (詳しくは文献[25]を参照されたい)。

また、自由表面粒子の抽出は近傍粒子数 $N_{i,neigh}$ を用いた次式[26]によって行っている。

$$N_{i,neigh} < \beta' N_{neigh}^0 \quad (17)$$

ただし、

$$N_{i,neigh} = \sum_{j \in \Lambda_i} w_{sur} \left(\left\| \mathbf{r}_{ij} \right\| \right) \quad (18)$$

$$w_{sur} \left(\left\| \mathbf{r}_{ij} \right\| \right) = \begin{cases} 1 & \left(0 \leq \left\| \mathbf{r}_{ij} \right\| < r_e \right) \\ 0 & \left(r_e \leq \left\| \mathbf{r}_{ij} \right\| \right) \end{cases} \quad (19)$$

であり、 N_{neigh}^0 は基準値 ($r_e = 2.1l_0$ で 12) である。チューニングパラメータ β' の値には、噴射粒子に対しては 0.90、それ以外では 0.80 と、経験的に定めた値を本解析では用いている。

3. キャビテーションモデル

3.1 MPS 法のキャビテーションモデル

MPS 法におけるキャビテーションモデルは Yamakawa et al.[27]によって初めて提案された。このモデルでは液体中の気泡の質量を各流体粒子に変数として持たせ、キャビテーション発生に伴う気泡の成長と崩壊を流体粒子の粒子径を可変として粒子を膨張・収縮させることで表現する。しかし、非均一粒子径を扱うことから比較的複雑なアルゴリズムを用いる一方、計算が不安定になって破綻することが多く、解析条件によって結果が左右されやすいという問題点を有する。これを受けてより安定的なキャビテーションモデルを目指し、粒子法による攪拌槽解析のために Kaito et

al.[28]によって提案された気泡モデル（気泡上昇モデル）に基づいた修正モデル[29]や、粒子数密度を利用する自由表面判定法[11]で問題となる現象を利用した新しいモデル[30]が提案されている。今回、ノズル内キャビテーションの数値解析を、これらの新たに提案されたモデルを併用することによって行った。ただし、行った解析においてキャビテーションモデルとして支配的なのは後者のモデル[30]である。前者のモデル[29]は計算パラメータを設定する上で使用しており、流れ場に対してほとんど影響を及ぼさない。なお、以降では前者のモデルを「サブモデル」、後者のモデルを「メインモデル」と呼称する。

3.2 サブモデル

サブモデル[29]では、球形気泡を仮定し、液体粒子に気泡を含有させて気液二相流を扱う。ただし、Kaito et al.[28]とは異なり、流体粒子 i は気泡数密度 $n_{i,b}$ と気泡半径 $R_{i,b}$ をスカラー変数として保持する。

本来は粒子の密度を変化させて数値計算を行うことが望ましいが、密度比が大きくなることで計算が不安定になる可能性があることから、粒子の密度を一定として数値計算を行う代わりに、気泡を含むことによって生じる密度変化を、ブシネスク近似を用いて浮力として考慮する。したがって、式(2)の右辺第5項において

$$\frac{f_B}{\rho} = -\frac{\alpha_i}{\rho_l}(\rho_l - \rho_g)g \quad (20)$$

とする。ここで、添字 l は液相、添字 g は気相を表し、粒子 i のボイド率 α_i は $n_{i,b}$ および $R_{i,b}$ を用いて次式によって与える。

$$\alpha_i = \frac{n_{i,b} \cdot \frac{4}{3}\pi R_{i,b}^3}{1 + n_{i,b} \cdot \frac{4}{3}\pi R_{i,b}^3} \quad (21)$$

ただし、本研究では、 $10^{-6} \leq \alpha_i \leq 0.01$ として、この範囲を下回る場合には 10^{-6} を、上回る場合には 0.01 を限界値として与えている。ここで上限値が 0.01 と非常に小さいのは、Sugihara et al.[29]とは異なり、流れ場を表現するためにこのモデルを使用しているのではなく、先述したように計算パラメータを設定する目的で使用しているからである。具体的には、キャビテーション気泡の初生位置を把握するために使用している。このモデルを

用いて、ノズル流入部よりも上流部においてキャビテーション気泡の初生が確認されないように式(17)の β' の値を、また、ノズル内全域に渡ってキャビテーション気泡の初生が確認されるなどの不自然な発生分布が生じないように解像度（4章の試験解析は除く）をそれぞれ決定している。

粒子 i に含まれる気泡の成長および崩壊過程には、球形気泡を仮定して一般化 Rayleigh-Plesset 方程式[31]

$$\frac{p_b - p_\infty}{\rho_l} = R_b \frac{d^2 R_b}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dR_b}{dt} \right)^2 + \frac{2S}{\rho_l R_b} + \frac{4\nu_l}{R_b} \frac{dR_b}{dt} \quad (22)$$

を用いる。ここで、 p_b は気泡内部圧力、 p_∞ は無遠慮方での液体の圧力、 S は表面張力係数、 ν_l は飽和蒸気圧である。ここでは式(22)右辺の第1項、第3項および第4項を無視し、 $p_b = p_v$ 、 $p_\infty = p_{i,abs}$ とした次式で表される簡略化モデルを粒子 i に対して用いることによって、式(15)における $R_{i,b}$ の計算を行う。

$$\frac{dR_{i,b}}{dt} = \text{sign}(p_v - \bar{p}_{i,abs}) \sqrt{\frac{2|p_v - \bar{p}_{i,abs}|}{3\rho_l}} \quad (23)$$

なお、MPS法では一般にゲージ圧基準で圧力が扱われるため、 $p_{i,abs}$ は圧力 p_i を絶対圧基準で扱うことを単に明示した表記である。ここで $\bar{p}_{i,abs}$ としているのは、気泡径の変動が不安定となることから、本解析では時間ステップ10回分の平均値を用いているからである。なお、これは圧力変動の時間スケールに比べて小さい。

ところで、式(15)におけるスカラー変数 $n_{i,b}$ の値の更新は、Kaito et al.[28]が提案する気泡上昇モデルを用いた次式によって行われている。

$$\begin{aligned} \frac{Dn_{i,b}}{Dt} = & -\frac{\Delta t}{\beta_i^k} \sum_{j \in \Omega_+} n_{i,b}^k w(\|r_{ij}^k\|) \cos \theta_{ij}^k \\ & - \sum_{j \in \Omega_-} \frac{\Delta t}{\beta_j^k} n_{j,b}^k w(\|r_{ij}^k\|) \cos \theta_{ij}^k \end{aligned} \quad (24)$$

これにより、粒子 i は時刻 k から次の時刻 $k+1$ にかけて自身を中心とした影響半径内の領域で、自身より上部 Ω_+ に存在する粒子 j には自身が保持するスカラー変数値の一部を引き渡し（右辺第1項）、自身より下部 Ω_- に存在する粒子 j からはそれらが保持するスカラー変数値の一部を受け取

る(右辺第2項)。ただし、式中の $\cos \theta_{ij}^k$ および β_i^k はそれぞれ次のように与えられる。

$$\cos \theta_{ij}^k = \frac{\mathbf{e} \cdot \mathbf{r}_{ij}^k}{\|\mathbf{r}_{ij}^k\|} \quad (25)$$

$$\beta_i^k = \frac{1}{v_{i,\text{rise}}} \sum_{j \in \Omega_+} (y_j^0 - y_i^0) w(\|\mathbf{r}_{ij}^0\|) \cos \theta_{ij}^0 \quad (26)$$

ここで、 y_i^0 と y_j^0 は粒子 i と粒子 j それぞれの時刻 0 における位置ベクトルの鉛直方向成分を表し、 $v_{i,\text{rise}}$ はレイノルズ数 $Re = (\rho_1 v_{i,\text{rise}} \cdot (2R_{i,b}) / \mu_1)$ に応じて次式によって与えられる。

$$v_{i,\text{rise}} = \begin{cases} \frac{(2R_{i,b})^2 (\rho_1 - \rho_g) g}{18\mu_1} & (Re < 2) \\ 2R_{i,b} \left\{ \frac{4}{225} \frac{(\rho_1 - \rho_g)^2 g^2}{\rho_1 \mu_1} \right\}^{\frac{1}{3}} & (2 \leq Re < 500) \\ \left\{ \frac{100}{33} \frac{(\rho_1 - \rho_g) g}{\rho_1} \right\}^{\frac{1}{2}} & (500 \leq Re < 10^5) \end{cases} \quad (27)$$

3.3 メインモデル

液体内部で負圧(標準大気圧を下回る圧力)が発生して粒子数密度が低下する場合、粒子数密度を利用する自由表面判定法[11]では誤判定が生じて流体内部に自由表面(キャビティ)がしばしば発生するという問題が生じる。この MPS 法の性質をキャビテーション現象の表現に応用したのがメインモデル[30]である。これは、気相には一様近似を用いて粒子を配置せず、液相にのみ粒子を配置する手法である。具体的には、ノズル内部で自由表面判定を行い、自由表面粒子と判定された粒子に対して $p_{i,\text{abs}} = p_v$ と飽和蒸気圧を圧力のディリクレ境界条件として与える。これにより、飽和蒸気圧を下回る圧力が発生する箇所に空洞が生じるようになる。そして、このとき生じた空洞がキャビテーションの発生領域を表す。ただし、 $p_{i,\text{abs}} \geq 0$ とし、 $p_{i,\text{abs}} < 0$ となる場合には強制的に $p_{i,\text{abs}} = 0$ とする。 $p_{i,\text{abs}} < p_v$ であれば、 $p_{i,\text{abs}} = p_v$ としないのは、局所圧力が飽和蒸気圧を下回ってもキャビテーションが生じないことが実現象ではあるからである。そして、 $p_{i,\text{abs}} < 0$ であれば、 $p_{i,\text{abs}} = 0$ とするのは、 $p_{i,\text{abs}} < 0$ となる圧力が真空を下回る非物理的な圧力であることから、また、解析における数値安定化を図るた

めである。

4. 噴射粒子に対する補正と試験解析

4.1 噴射粒子に対する補正

Shibata et al.[32]に基づき、本解析では噴流内部粒子(式(14)によって自由表面粒子と判定されない噴射粒子)に対して、圧力のポアソン方程式(式(16))の左辺に仮想粒子を考慮することによって生じる以下の補正項を加えている。

$$\frac{2d}{n^0 \lambda^0} (p_a - p_i^{k+1}) n_{i,\text{vir}} \quad (\#)$$

ただし、 p_a は雰囲気圧、 $n_{i,\text{vir}}$ は仮想粒子による重みであり、次式を用いて与えられる。

$$n_{i,\text{vir}} \equiv \max\{n^0 - n_i, 0\} \quad (28)$$

標準的な MPS 法では、粒子数密度が低くなる自由表面付近の粒子が負圧を示すことによって粒子が飛び散るなど、計算が不安定になることから、負圧を示す粒子の圧力を強制的に 0 Pa (ゲージ圧基準の標準大気圧) とすることによって計算の安定化が図られる。このため、単に 0 Pa という制限を取り払って負圧の発生を認めた解析では、計算が非常に不安定になる恐れがある。補正項(#)は、自由表面上に雰囲気圧を有した仮想粒子があると仮定することで、粒子数密度が低くなる自由表面付近の粒子に対して、自由表面よりも圧力が低下することを抑制し、計算を安定化させる役割を担う。したがって、噴流周囲の圧力も踏まえて噴射粒子の圧力が決定されるという物理的意味としての側面もあるが、補正項の導入は噴流部の計算の安定化を図ることを主な目的としている。

4.2 試験解析

前述した噴射粒子に対する補正の影響について調べるべく、補正を行わなかった場合と行った場合についての試験解析を行った。

用いたノズルの形状を Fig. 1 に、計算条件を Table 1 に示す。ノズル内平均流速 $V_{\text{in}} = 11.5 \text{ m/s}$ としており、流入境界には MPS 法で一般的に用いられる速度固定の流入境界条件[33]を用いている。具体的には、 V_{in} が目標値となるようにノズル上部の領域上端部から流入する粒子の速度を固定して与える。そしてこれは、5 章および 6 章で示す解析に対しても同様である。

解析結果のスナップショットを Fig. 2 に示す。ここで示す結果は、実現象では噴流が Wavy Jet

Fig. 1 Schematic diagram of a 2D nozzle.

Table 1 Standard calculation conditions.

Initial interparticle distance	4.0×10^{-4} m
Initial time step	1.0×10^{-6} s
Effective radii (Laplacian/surface tension/otherwise)	$3.1l_0 / 4.1l_0 / 2.1l_0$ m
Water temperature	303 K
Water density (liquid/gas)	996 / 0.0304 kg/m ³
Water kinematic viscosity	8.04×10^{-7} m ² /s
Saturated vapor pressure	4200 Pa
Surface tension coefficient	0.0712 N/m
Initial bubble number density	10^{12}
Ambient temperature	300 K
Ambient pressure	101300 Pa
Air density	1.18 kg/m ³
Air kinematic viscosity	1.58×10^{-5} m ² /s

となる[16]ものである。Fig. 2(a)は、補正を加えずそのまま解析を行った結果である。噴射粒子がかなり散らばっている様子が確認される。Fig. 2(b)も補正を加えずに解析を行った結果であるが、ノズル噴孔出口部で境界を区切り、噴射粒子とそれ以外の粒子とで圧力のポアソン方程式を分けて圧力を求めた場合の結果である。Fig. 2(a)の場合とほとんど違いはなく、噴射粒子が散らばる様子が確認される。なお、ノズル噴孔出口部には境界条件として Shibata et al.[34]による圧力固定の流出境界条件を使用している。ただし、流出粒子に対する速度補正は行っていない。一方、Fig. 2(c)は、補正を加えた結果である。噴射粒子が広範囲に散らばる状態が抑制されているのが確認される。また、Fig. 2(d)も補正を加えた結果である。ただし、Fig. 2(c)よりもさらに噴射粒子の散らばりが抑制されている。

Fig. 2(c)と異なり、Fig. 2(d)では補正項(#)および式(28)中の n^0 と λ^0 に対してはラプラシアンモデルに対する影響半径をそのまま使い、 n_i に対し

Fig. 2 Snapshots of test analyses. (a) No correction, (b) No correction, however, pressure calculation area is partitioned into two areas, (c) With correction, (d) With stronger correction.

ではその他で使用する値の小さい影響半径を用いて得られる値を使用している。これは、Shibata et al.[34]の本来の定義とは異なる。しかし、こうすることで、Fig. 2(c)では粒子数密度が低下する自由表面付近の粒子に対してのみ作用する補正が内部の粒子に対しても作用するようになる。これにより、噴流内部の粒子から自由表面付近の粒子に至るまで圧力値は雰囲気圧に近い値をとるようになり、噴流内部から自由表面にかけての圧力勾配は緩やかなものとなる。その結果、粒子間の相互作用が抑制され、噴射粒子の散らばりがさらに抑制されたと考えられる。以上のことから、仮想粒子による補正を行わない場合、噴射粒子は散らばり易くなることが分かる。

粒子に対して補正項(#)を考慮することは、圧力のポアソン方程式の係数行列の対角成分を意図的に大きくすることである。これは、計算の安定性が向上する効果を生む。このような効果は、限られた圧縮性の考慮[35]や疑似圧縮性の導入[26]で見られ、補正項(#)の導入はこれらと同様な働きをしていると考える。ただし、噴射粒子の散らば

り具合は、影響半径の大きさや解像度によっても変化すると思われるので、これらの因子も踏まえた総合的な比較検討は今後の課題である。

5. 数値解析結果

補正項(＃)の導入を Fig. 2(d)の場合と同様にし、Fig. 1 に示すノズル形状を用いて、 V_{in} を 9.0 m/s から 19.0 m/s まで 0.5 m/s の間隔で変えて解析を行った。ただし、以降の解析結果では、各 V_{in} に対する噴流の様相の差異を明瞭にするため、噴流周囲に多少生じる $n_i = 0$ の単独飛行粒子は解析結果を整理する上で除外している。

Table 1 に示す計算条件において、初期粒子間距離 l_0 を 2.0×10^{-4} m と解像度を 2 倍にし、勾配モデル (式(3)) に用いる影響半径をそれぞれ $2.1l_0$ 、 $3.1l_0$ 、 $4.1l_0$ 、 $4.6l_0$ 、 $5.1l_0$ とした 5 つの場合に対して、各 V_{in} における噴射粒子の散らばり具合とノズル内キャビテーション長さについて調べた。その結果を Fig. 3 と Fig. 4 に示す。ただし、Fig. 3 は解析を開始してから V_{in} が準定常状態となる 2.0 ms 後を時刻 $t_{in} = 0$ ms とし、 $t_{in} = 0 \sim 5.0$ ms 間のノズル噴孔出口部から 16 mm 以内の噴霧粒子に対して、ノズル噴孔の中心軸から幅方向へのズレに対する不偏分散を表している。また、Fig. 4 は $t_{in} = 1.0 \sim 5.0$ ms 間の時間平均画像より計測した無次元化したキャビテーション長さ (キャビテーション長さをノズル長さで除した値) を表している。

Fig. 3 より、いずれの影響半径においても V_{in} の増加に伴って噴射粒子の散らばりが促進される傾向を示す。しかし、 $2.1l_0$ の値は他に比べて全体的に大きく、 V_{in} の増加に伴った値の増加傾向もそれほど顕著ではない。これは噴流が広がらない低流速域において、すでに噴射粒子が大気領域に広く分布していることを意味し、解析精度の悪さを窺わせる。一方、 $3.1l_0$ 以上では全体的に大きかった分散値が抑制され、とり得る値の範囲が同様なものとなり、勾配モデル (式(3)) に用いる影響半径の大きさが噴射粒子の大気領域における分布に大きく影響を及ぼすことが確認される。ただし、 $3.1l_0$ と $4.1l_0$ では V_{in} の増加に伴って分散値も増加し続ける傾向を示すのに対し、 $4.6l_0$ と $5.1l_0$ では途中より明らかな減少傾向を示す点は異なる。さらに、影響半径の大きさは、ノズル内のキャビテーションの成長に対しても大きな影

Fig. 3 Unbiased variance with different effective radii for the gradient model.

Fig. 4 Dimensionless cavitation length with different effective radii for the gradient model.

響を及ぼすことが Fig. 4 より確認される。影響半径を大きくすることによって、キャビテーションの成長は促進されており、 $4.1l_0$ ではノズル長さに達するキャビテーションが高流速域 ($V_{in} \geq 17.5$ m/s) で発生するようになる。そして、 $4.6l_0$ 、 $5.1l_0$ とさらに大きくなることでキャビテーションの成長のタイミングはやや早くなるが、 $4.1l_0$ とそれ程変わらない結果を示すようになる。

実験[16]では、 V_{in} の増加に伴ってキャビテーションの成長が促進されることによって噴流が広がり、 $V_{in} = 17.5$ m/s 付近でキャビテーション長さがノズル長さに達すると噴流が逆に広がらなくなる現象が確認されている。本解析でこのような結果が確認できるのは $4.6l_0$ と $5.1l_0$ であり、MPS 法を用いた解析では一般に使用されない大きな値である。影響半径は大きくすることによって精度の向上が期待できる一方で、計算時間が増加す

るため、通常ここまでの値は用いられない。しかし、キャビテーションが発生するようなノズル内の流れ場の圧力計算では、数値振動の振幅が大きくなる傾向にあることから、この擾乱の影響を低減するために通常より大きな値を用いることで良好な結果が得られると考えられる。このとき用いる値としては、Fig. 3 と Fig. 4 の結果において $4.1l_0$ 以上になると同様な結果を示すことから、少なくとも $4.1l_0$ 程度の大きさは必要であると考ええる。ただし、勾配モデル以外で用いる影響半径の大きさや解像度によって結果は多少変化すると考えられる。そのため、詳細な検討は今後の課題である。さらに、現時点では、低流速域において噴射粒子の分布は時間の経過とともに実験結果と大きくずれる（広く散らばる）ことを確認していることから、これへの対処も今後の課題である。

6. 実験結果との比較

勾配モデル (式(3)) に用いる影響半径を $5.1l_0$ とした解析結果に実験結果[16]を併せたものを Fig. 5 と Fig. 6 に示す。Fig. 5 は Fig. 4 と同様に V_{in} と無次元化したキャビテーション長さとの関係を表し、Fig. 6 は V_{in} と噴流半角 ($t_{in} = 1.4 \sim 1.6$ ms 間の時間平均画像から噴流角を計測し、これに 0.5 を乗じた) との関係を表す。

Fig. 5 と Fig. 6 より、キャビテーション長さおよび噴流半角はいずれも実験結果に概ね一致しており、本解析で用いたモデルの妥当性が窺える。ただし、実験ではキャビテーションが発生しない V_{in} において、ノズル入口角部でキャビテーションが生じているなど、解析結果では低流速域において実験よりもキャビテーションが過剰に発生している (Fig. 5)。そして、これに伴って噴霧半角も大きくなる傾向にある (Fig. 6)。これはノズル角部を流入する流体が回り込むようにして生じる空洞と、キャビテーションによって生じる空洞とが区別できないというメインモデルの問題点によって引き起こされていると考えられ、今後の課題である。

最後に、文献[16]に載る実験の画像 (Figure 3(a)) に合わせた解析結果のスナップショットを参考までに Fig. 7 に示す。なお、(図中の破線はノズル噴孔出口部から 16.0 mm 離れた位置を表す)。ノズル内のキャビテーションが伸びていくにつ

Fig. 5 Dimensionless cavitation length.

Fig. 6 Jet half angle.

Fig. 7 Snapshots of simulation at $t_{in} = 1.4$ ms.

れて噴流が拡がり、ノズル長さに達すると逆に拡がらなくなる様子が再現されている。ただし、 $V_{in} = 17.5$ m/s におけるキャビテーション領域の分布は、実験ではノズルの左右一方のみの側壁に沿ってキャビテーション領域が伸びる Hydraulic Flip となる。ここでは、やや噴射粒子の散らばりを確認できるが、全体的印象は噴流が拡がらなくなる様子が再現されている。しかし、他方の側壁に対してもキャビテーションは長く伸びてしま

っており、Hydraulic Flip の再現はできていない。

7. 結 言

ノズル内キャビテーションおよび噴流の数値解析に関して MPS 法を用いた計算モデルを提案した。さらに、提案モデルを用いて 2D ノズルのノズル内キャビテーションと液体噴流の数値解析を行った。キャビテーション長さや噴霧半角に関して解析結果を実験結果[16]と比較したところ、概ね一致し、解析手法の妥当性が認められる結果を得た。ただし、現状では自由表面とキャビテーション領域の区別ができないことや Hydraulic Flip の再現ができないこと、また分裂や蒸発によって液滴径が減少することなどは考慮されていないなど、今後も改良および検討が必要である。

参考文献

- [1]Chaves, H., Knapp, M., Kubitzek, A., Obermeier, F. and Schneider, T., Experimental Study of Cavitation in the Nozzle Hole of Diesel Injectors Using Transparent Nozzles, SAE technical paper, 950290 (1995).
- [2] Soteriou, C., Andrews, R. and Smith, M., Direct Injection Diesel Sprays and the Effect of Cavitation and Hydraulic Flip on Atomization, SAE technical paper, 950080 (1995).
- [3] Tamaki, N., Shimizu, M., Nishida, K. and Hiroyasu, H., Effects of Cavitation and Internal Flow on Atomization of a Liquid Jet, Atomization Spray, Vol. 8(2), 179-197 (1998).
- [4] Wallis, G. B., One Dimensional Two-Phase Flow, 143, McGraw Hill, New York (1969).
- [5] Hirt, C. W. and Nichols, B. D., Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries, J. Comput. Phys., Vol. 39(1), 201-225 (1981).
- [6] Sussman, M., Smereka, P. and Osher, S., A Level Set Approach for Computing Solutions to Incompressible Two-Phase Flow, J. Comput. Phys., Vol. 114(1), 146-159 (1994).
- [7] Dukowicz, J. K., A Particle-fluid Numerical Model for Liquid Sprays, J. Comput. Phys., Vol. 35(2), 229-253 (1980).
- [8] Lucy, L. B., A Numerical Approach to the Testing of the Fission Hypothesis, Astrophys. J., Vol. 82, 1013-1024 (1977).
- [9] Gingold, R. A., and Monaghan, J. J., Smoothed Particle Hydrodynamics: Theory and Application to Non-Spherical Stars, Mon. Not. R. Astron. Soc., Vol. 181(3), 375-389 (1977).
- [10] Dauch, T., Braun, S., Wieth, L., Chaussonnet, G., Keller, M., Koch, R. and Bauer, H. J., Computation of Liquid Fuel Atomization and Mixing by Means of the SPH Method: Application to a Jet Engine Fuel Nozzle, Proc. of ASME Turbo Expo 2016: Turbomachinery Technical Conference and Exposition, GT2016-56023 (2016).
- [11] Koshizuka, S. and Oka, Y., Moving-particle Semi-Implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid, Nucl. Sci. Eng., Vol. 123(3), 421-434 (1996).
- [12] Duan, R. Q., Koshizuka, S., Jiang, S. Y., Oka, Y., Yamaguchi, A. and Takata, T., Numerical Analyses of Flashing Jet Structure and Droplet Size Characteristics, J. Nucl. Sci. Technol., Vol. 43(3), 285-294 (2006).
- [13] Ishii, E., Ishikawa, M., Sukegawa, Y. and Yamada, H., Secondary-Drop-Breakup Simulation Integrated with Fuel-Breakup Simulation Near Injector outlet, J. Fluids Eng., Vol. 133(8), 081302 (2011).
- [14] Sun, Z., Chen, X., Xi, G., Liu, L. and Chen, X., Mass Transfer Mechanisms of Rotary Atomization: A Numerical Study Using the Moving Particle Semi-Implicit Method, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 105, 90-101 (2017).
- [15] Yasukawa, Y., Ishii, E., Yoshimura, K. and Ogura, K., Fuel Spray Analysis Near Nozzle Outlet of Fuel Injector During Valve Movement, 10. Tagung Diesel-und Benzindirekteinspritzung 2016, 345-362 (2017).
- [16] Sou, A., Rubby, P., Moon, S., Wada, Y. and Yokohata, H., Synchrotron X-Ray Phase Contrast Imaging of Cavitation in Fuel Injector Nozzles with Various Sizes, Proc. of 9th Int. Conf. Multiphase Flow (ICMF 2016), Affari-3.C-Mo (2016).
- [17] Schmidt, D. P., Gopalakrishnan, S. and Jasak, H., Multi-Dimensional Simulation of Thermal Non-Equilibrium Channel Flow, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 36, 284-292 (2010).
- [18] Duke, D. J., Schmidt, D. P., Neroorkar, K., Kastengren, A. L. and Powell, C. F., High-Resolution Large Eddy Simulations of Cavitating Gasoline-ethanol Blends, Int. J. Engine Res., Vol. 14(6), 578-589 (2013).
- [19] Suzuki, Y., A Hamiltonian Particle Method and Multi-Physics Simulation (in Japanese), 13-14, Ph. D. Thesis, The University of Tokyo (2008).
- [20] Kondo, M. and Koshizuka, S., Improvement of Stability in Moving Particle Semi - Implicit Method, Int. J. Numer. Meth. Fluids, Vol. 65(6), 638-654 (2011).
- [21] Kondo, M., Koshizuka, S. and Takimoto, M., Surface Tension Model Using Inter-Particle Potential Force in Moving Particle Semi-Implicit Method, Trans. JSCES, 20070021 (2007).
- [22] Miller, H. E. and Beardsley, E. G., Spray Penetration with a Simple Fuel Injection Nozzle, Langley Memorial Aeronautical Lab., 222 (1926).
- [23] Wakuri, Y., Fujii, M., Amitani, T. and Tsuneya,

- R., Studies on the Penetration of Fuel Spray in a Diesel Engine, Bulletin of JSME, Vol. 3(9), 123-130 (1960).
- [24] Amsden, A. A., O'Rourke, P. J. and Butler, T. D., KIVA-2: A Computer Program for Chemically Reactive Flows with Sprays, Los Alamos Natl. Lab. Rep., LA-11560-MS (1989).
- [25] Tamai, T. and Koshizuka, S., Least Squares Moving Particle Semi-Implicit Method, Comput. Particle Mech., Vol. 1(3), 277-305 (2014).
- [26] Tanaka, M. and Masunaga, T., Stabilization and Smoothing of Pressure in MPS Method by Quasi-Compressibility, J. Comput. Phys., Vol. 229(11), 4279-4290 (2010).
- [27] Yamakawa, T., Koshizuka, S., Shibata, K., Shinma, A. and Wakahara, Y., Development of a Cavitation Model in the MPS Method, CMD2012, 218-219 (2012).
- [28] Kaito, S., Koshizuka, S., Kikuchi, Y., Kujime, Y., Ishiba, Y. and Horiguchi, A., Development of the Bubble Model for the Stirred Tank Analysis in Particle Method, CMD2014, 666-668 (2014).
- [29] Sugihara, S., Sekine, A., Koshizuka, S., Yoshimura, K. and Ishii, E., Development of a Model for Cavitation Flow Analysis in Direct Injectors Using MPS Method, Proc. of Conf. Computational Engineering and Science, A-5-1 (2016).
- [30] Sekine, A., Koshizuka, S., Yoshimura, K. and Ishii, E., Development of a Simple Cavitation Model Using the MPS Method for the Flow Analysis in Automotive Fuel Injector, CMD2016, 104 (2016).
- [31] Plesset, M. S. and Prosperetti, A., Bubble Dynamics and Cavitation, Annu. Rev. Fluid Mech., Vol. 9(1), 145-185 (1977).
- [32] Shibata, K., Masaie, I., Kondo, M., Murotani, K., and Koshizuka, S., Improved Pressure Calculation for the Moving Particle Semi-Implicit Method, Comput. Particle Mech., Vol. 2(1), 91-108 (2015).
- [33] Shibata, K., Koshizuka, S., Murotani, K., Sakai, M., and Masaie, I., Boundary Conditions for Simulating Karman Vortices Using the MPS Method, Journal of Advanced Simulation in Science and Engineering, Vol. 2(2), 235-254 (2015).
- [34] Shibata, K., Koshizuka, S. and Masaie, I., Inlet and Outlet Boundary Conditions of Fixed Pressure for a Particle Method, CMD2015, 066 (2015).
- [35] Ikeda, H., Koshizuka, S., Oka, Y., Park, H. S. and Sugimoto, J., Numerical Analysis of Jet Injection Behavior for Fuel-Coolant Interaction Using Particle Method, J. Nucl. Sci. Technol., Vol. 38(3), 174-182 (2001).
-