界面変形による濃度マランゴニ効果の発達と影響について*

Development and Influence of Solutal Marangoni Effect due to Interface Deformation

小林 憲 司^{**,***}
KOBAYASHI Kenji渡 村 友 昭^{**,***}
WATAMURA Tomoaki杉 山 和 靖^{**,***}
SUGIYAMA Kazuyasu

Abstract The Marangoni effect on the repulsive forces on approaching interfaces, which is likely to suppress bubble coalescence due to the surfactant addition, is numerically studied. We consider a bubble-wall system and a bubble-bubble one. We perform direct numerical simulation using a boundary-fitted grid conforming to the interfacial deformation. Spatiotemporal development of the Marangoni stress and liquid film drainage are investigated for various Reynolds and Marangoni numbers. The change in the gas-liquid interface shape is categorized into three types: continuation of pimple, continuation of dimple, and repetition of pimple and dimple. When a dimple forms, the Marangoni stress induced by interface deformation suppresses the pressure drop along the film and therefore the displacement at dimple head, accounting for the mechanism of suppressing bubble coalescence.

Keywords: Solutal Marangoni effect, Film drainage suppression, Direct numerical simulation, Boundary-fitted grid, Dimple shape, Deformable bubble

1. 緒 言

気泡流は化学反応器や曝気技術など工学的に幅広く応用されている。これらの気泡流の機能性をさらに利活用するには、目的に応じて気泡寸法を制御することが有用であり、そのためには、気泡同士が合体する挙動を理解することが不可欠である。この合体挙動を捉えるには、気泡流の流動において、個々の気泡表面におけるミクロスケールの物理から、流れ場全体のマクロな物理まで、複雑に重畳するマルチスケールの現象を考慮することが重要である。例えば、水中を浮上する気液界面に微量の界面活性剤が吸着し、マランゴニ効果が発現すると、気泡同士の合体が抑制される。そのため、下流でも初期に与えた気泡径が維持され、界面活性剤無添加時に比べ上昇気泡に誘起される乱流構造および気泡群分布が大きく変化する[1]。これは気液界面における分子レベルの物質吸着が系全体の流動構造の変化をもたらすこと

を意味する。そこで一連のマルチスケールの現象から、気泡径以下の寸法で特徴づけられる現象に着目し、この動力学的機構を明らかにするためには、気液の界面移動を伴う移動境界問題に取り組む必要がある。二つの界面の接近を対象とした調査に加え、実験における計測の観点から壁面への界面接近について着目したものも多い。

壁面-気液界面の固着及び二気泡の合体は、液膜排水と自由変形界面により決定する。気液界面の合体は、液膜が臨界液膜厚さ[2]（一般的に 50 nm）に達すると発生し[3, 4]、その過程で重要となる液膜の薄肉化速度は、気泡の大きさや、衝突速度、気液界面の境界条件に影響される[4]。

衝突直前の界面挙動を明らかにするための実験的な方法として、壁面-気液界面間及び二気泡間の気液界面について、光の干渉を用いて液膜厚さを計測がなされている[5, 6]。接近速度の増加に伴い、界面形状は Pimple 形状から Dimple 形状へ

* 2019.11.26 受付

** 大阪大学大学院基礎工学研究科機能創成専攻 〒560-8531 大阪府豊中市待兼山町 1-3

TEL: (06)-6850-6167 FAX: (06)-6850-6167 E-mail: kenji.kobayashi@flow.me.es.osaka-u.ac.jp

*** 理化学研究所情報システム部 〒351-0198 埼玉県和光市広沢 2-1

遷移し、Dimple 形状凹部がより深くなる[5]。また、界面活性剤の添加に伴い、二気泡の反発または合体の遅延が観測されている[6]。解析的な方法として、潤滑理論に基づく計算により気液界面の変形を扱った研究も多い。液膜レイノルズ数が $O(10^{-2})$ 程度では、計算値が純水中において実験[7]における気液界面形状と定量的に一致する[8]。また、純水下では慣性や浮力の無視できない半径 $O(10^0)$ mm 程度の大きな気泡においてもバウンス現象を定量的に捕捉できること[9]が報告されている。

しかしながら、実験においては界面活性剤濃度や応力の分布を測定することは困難であり、マランゴニ効果と界面変形の関係を抽出し、議論するには限界がある。また、潤滑近似は準定常状態を仮定するため、液膜内部の流れ場や圧力場、マランゴニ応力による気液界面の滑り条件の変化と、その結果に伴う気泡浮上速度の減少[1]という一連の過渡現象を捉えることは困難である。つまり、液膜厚さが気泡径程度以下の物理を詳細に捉えるには、流れ場に加え、界面活性剤の濃度分布を液相部と気液界面上において、時間と空間の関数として十分詳細に解像する必要がある。

これまで、著者らの研究グループでは、壁面-気液界面間の解析において、境界適合格子を適用した直接数値計算を行い、非定常状態での界面活性剤輸送および界面の形状を厳密に解析した[10]。著者らは、 $Re \sim O(10^0)$ において、液膜排水および壁面反発力に対するマランゴニ数の影響や、気液界面の駆動は液相部の流動による圧力が支配的であることを明らかにした。しかし、対象とした液膜レイノルズ数は $Re \sim O(10^0)$ のみであり、広範囲のレイノルズ数におけるマランゴニ効果の影響は議論されていない。また、界面形状の変化とそれに伴うマランゴニ効果の発達の関係は未解明である。さらに、冒頭で述べた界面活性剤の添加に伴う気泡同士の合体抑制効果について議論するためには、壁面-気液界面間に加え、二気泡間の数値的手法が必要である。

本研究では、壁面-気液界面間及び二気泡間の二つのモデルにおいて、液膜と気液界面を対象とし、境界適合格子を用いた直接数値計算を行う。広範囲のレイノルズ数におけるマランゴニ効果による影響の整理や、界面形状の変化に伴うマランゴニ効果の発達と、それによる気泡同士の合体

抑制効果について議論する。

2. 解析方法

2.1 解析領域

計算対象の概略図を Fig. 1 に示す。境界面に対して一定速度 V で接近する単一気泡の間に形成される液膜および気液界面を計算対象とする。計算対象は軸対称系とする。半径方向を r 、高さ方向を z と定義し、原点は対称軸と出口境界の気液界面高さの交点とする。境界上面の速度条件として、滑り無し（気泡・平板モデル）、ならびに自由滑り（気泡・気泡モデル）を課すことで、二つのモデルについて計算を行う。気泡・気泡モデルでは上面境界において対称とする。

Fig. 1 Schematic diagram of analysis domain. (a) bubble-wall system and (b) bubble-bubble system.

2.2 支配方程式

支配方程式は、非圧縮性の連続の式、Navier-Stokes 方程式、液相部及び界面上での界面活性剤の輸送式であり、次式で与えられる。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla \cdot (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T), \quad (2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} C) = D \nabla^2 C, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \nabla_s \cdot (\mathbf{u}_s \Gamma) = D_s \nabla_s^2 \Gamma - D \nabla C_s \cdot \mathbf{e}_\eta, \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{u}$ は速度ベクトル、 C は液相部の界面活性剤濃度、 D は拡散係数、 Γ は吸着濃度である。添え字の s は界面上を、 $\mathbf{e}_\eta$ は界面法線方向単位ベクトルである。

2.3 境界条件

上面境界の境界条件は、気泡・平板モデルの場合、速度条件として滑り無し条件を課す。また、気泡・気泡モデルの場合、上面境界に自由滑り条件を課す。両モデルとも、上面境界においてマランゴニ応力は働かないものとし、圧力の境界条件

はノイマン条件を課す。また、出口境界の速度分布は各時間ステップで前ステップと相似になるよう予め与え、この速度分布が拘束条件となる。出口境界圧力は、計算領域内部の圧力から線形外挿を行い決定する。その他の境界条件である、液相部対称軸上、気液界面においては小山ら[10]と同様の手法を用いる。気液界面の境界条件となるマランゴニ応力の評価式を以下に示す[10,11]。

$$\tau_{\xi\eta} = \nabla_s \sigma = \frac{R_G T \Gamma_{\max}}{\Gamma_{\max} - \Gamma} \mathbf{e}_{\xi} \cdot \nabla_s \Gamma, \quad (5)$$

ここで、 σ は表面張力、 R_G は気体定数、 T は絶対温度、 $\Gamma_{\max}$ は最大吸着濃度である。

2.4 計算手法

自由変形する気液界面を境界として解析を行うため、本研究では一般座標系として二次元直交曲線座標系[12]を用い、構成方程式を離散化する。流れ場及び圧力場は陰解法 (SIMPLER 法)、濃度場はオイラー陽解法を用いて求め、両者を連立させる。Fig. 2 に界面変形に適応する境界適合格子を示す。気液界面と壁面に格子を寄せた境界適合格子[1,10]を用いることで、界面と界面近傍の間における界面活性剤の吸着脱離過程、及び表面張力勾配に起因するマランゴニ効果を十分高い解像度で捉える。解析領域の出口境界までの r 方向長さは初期液膜高さ $H_0 (= 1 \text{ mm})$ の 4 倍と定義した。格子点数は半径方向、高さ方向それぞれ 124、64 点とした。

本計算では界面の初期形状として、初期液膜高さの $1/1000$ となる曲率 κ を与えている。界面活性剤の物性値は 1-Pentanol を基にし、Table 1 に示す値を用いた。ここで、 k_a は吸着定数、 β は脱離定数である。計算コストの考慮と濃度境界層の

Fig. 2 Example of boundary fitted grid.

Table 1 Physical properties of the surfactant.

D	k_a	β	$\Gamma_{\max}$
[m ² /s]	[m ³ /mol · s]	[mol/m ³]	[mol/m ²]
1.1×10^{-7}	5.08	21.7	5.9×10^{-3}

解像のため、拡散係数 D は先行研究にならい 1-Pentanol の 100 倍に設定した[10]。時間進行とともに出口境界の排水量を一定に保つことで、界面は自由に変形するものの平均接近速度が一定で上面へ接近する。各ステップにおいて境界条件を満たすよう界面を移動させ、格子を再生成している。

3. マランゴニ効果のレイノルズ数依存性

3.1 界面変形のレイノルズ数依存性

Fig. 3 に気泡・気泡モデルでの界面活性剤無添加時における界面形状の時間発達をレイノルズ数ごとに示す。ここで、縦軸は出口境界 ($r = 4$) からの相対的な界面高さである。 t^* は初期液膜高さ H_0 と平均接近速度 V により無次元化した時間 $t^* (= Vt / H_0)$ を表す。レイノルズ数 Re の定義は以下に示す Hendrix らが用いた液膜レイノルズ数[7]にならう。

$$Re = \frac{\rho H_0 V}{\mu}. \quad (6)$$

本研究が対象とする系では、 Re の他に表面張力と物質輸送に関する 6 種類の無次元数 (キャピラリー数、マランゴニ数、ペクレ数、ハッタ数、ラングミュア数、無次元吸着深さ) が存在する[13]。

Fig. 3 Radial profile of gas-liquid interface for various Reynolds numbers.

Re による影響のみを考慮するため、平均接近速度 V を固定し液相密度 ρ を変えることで、 Re を変化させた。Fig. 3 (a) より気液界面は、 $Re \sim O(10^{-2})$ においてはPimple形状が維持されるのに対し、Fig. 3 (b) に示す $Re \sim O(10^0)$ では、Dimple 形状と Pimple 形状が繰り返す振動状態となる。さらに、Fig. 3 (c) に示す $Re \sim O(10^1)$ では、初期の Pimple 形状から直ちに Dimple 形状に遷移し、その後も Dimple 形状が維持される事が分かる。 Re の増加に伴う Pimple 形状から Dimple 形状への遷移[5]は実験においても確認されており、定性的に再現されている。なお、気泡・平板モデルにおいても、同オーダーの Re において、同様の界面状態の傾向を示すことを確認している。次節以降では、各界面状態において、界面活性剤の添加に伴うマランゴニ効果のレイノルズ数依存性を示す。

3.2 モデルにより異なるマランゴニ効果の影響

Pimple形状が維持される $Re \sim O(10^{-2})$ に着目する。Fig. 4 に両モデルでの $t^* = 0.15$ における、活性剤無添加時 wos 及び添加時 ws の圧力差 Δp ($= p|_{r=0} - p|_{r=4}$) と Re の関係を示す。界面活性剤の添加時は、最大吸着濃度を $\Gamma_{\max} = 5.9 \times 10^{-3} \text{ mol/m}^2$ に設定した。図中の破線は、平坦な界面の接近を仮定したときの、圧力差の解析解を示す。以下に

$$\Delta p_{\text{bub.-wall}} = \frac{3\mu V R^2}{4H^3}, \quad (7)$$

$$\Delta p_{\text{bub.-bub.}} = \frac{3\rho V^2 R^2}{8H^2}. \quad (8)$$

Fig. 4 Pressure difference Δp vs. Reynolds number; (a) bubble-wall system, normalized viscous stress scale, (b) bubble-bubble system, normalized using dynamic pressure scale.

示す解析解は、気泡・平板モデルでは、連続の式及び潤滑近似[7]を適用した N-S 方程式より、気泡・気泡モデルでは、連続の式及びベルヌイの定理より得た。

図より、気泡・平板モデルでは $Re \sim O(10^{-2})$ において解析解との一致を確認できる。また、気泡・気泡モデルにおいても解析解との一致を確認できる。なお、 $Re < O(10^{-2})$ における解析解との差異は、界面の曲率に起因した粘性応力による影響である。圧力差の無次元化及び解析解の式中より、液膜内の流動は気泡・平板モデルでは粘性支配、気泡・気泡モデルでは慣性支配となることが分かる。つまり、気泡・気泡モデルはマランゴニ応力による相対的な圧力増加が気泡・平板モデルに対し大きくなる系であると言える。Fig. 5 に両モデルにおける圧力差増加率 $\bar{\phi}_p$ ($= (\Delta p_{ws} - \Delta p_{wos}) / \Delta p_{wos}$) と Re の関係を、マランゴニ数ごとに示す。ここで、圧力差増加率 $\bar{\phi}_p$ は $t^* = 0.05 \sim 0.25$ における時間平均値である。また、マランゴニ数 Ma は以下のように定義される。

$$Ma = \frac{R_G T \Gamma_{\max}}{\mu V}. \quad (9)$$

最大吸着濃度 $\Gamma_{\max}$ を変更することで、 Ma を変化させた。図より、 $\bar{\phi}_p$ は気泡・平板モデルでは Re に依らず一定値を示すが、気泡・気泡モデルではべき乗に従うことが分かる。また、 Ma の増加による $\bar{\phi}_p$ の上昇は見られるが、べき乗の傾きへの影響は十分小さいことが分かる。以上より、

Fig. 5 Increase rate of pressure difference $\bar{\phi}_p$ vs. Reynolds number; (a) bubble-wall system, (b) bubble-bubble system.

Pimple形状が維持される $Re \sim O(10^2)$ においては、気泡同士が接近する際のマランゴニ効果による圧力の上昇は、低 Re かつ高 Ma において顕著になることが分かった。

3.3 反発力のレイノルズ数依存性

界面形状が Dimple 形状と Pimple 形状を繰り返す振動状態である $Re \sim O(10^0)$ 及び、Dimple 形状が維持する $Re \sim O(10^1)$ に着目する。Fig. 6 に両モデルにおける反発力増加率 $\bar{\psi}_F (= (F_{ws} - F_{wos}) / F_{wos})$ と Re の関係を示す。ここで、反発力増加率 $\bar{\psi}_F$ は $t^* = 0.05 \sim 0.25$ の時間平均値である。また、反発力 F は気液界面における圧力を半径方向に

Fig. 6 Increase rate of repulsive force $\bar{\psi}_F$ vs. Reynolds number; (a) bubble-wall system, (b) bubble-bubble system.

Fig. 7 Radial profiles of (a) shape of gas-liquid interface, (b) adsorption concentration for various Reynolds numbers.

面積分したものと定義し、以下に示す。

$$F = \int_0^4 2\pi r p dr. \quad (10)$$

図より、両モデルともに $\bar{\psi}_F$ は、 $Re \sim O(10^0)$ ではおよそ一定値を示すのに対し、 Re が約 10 を超えると Re と正に相関する。これらの違いは、3.1 節で述べた界面の形状変化に起因する。

Fig. 7 に気泡・気泡モデルにおける $t^* = 0.50$ で界面高さや界面吸着濃度の半径方向分布を、 Re ごとに示す。 Re はそれぞれ、 $Re \sim O(10^1)$ の Dimple 形状が時間的に維持される領域のものである。図より、 Re の増加に伴い Dimple 形状はより深くなり、濃度勾配はより急峻になることが分かる。つまり、反発力増加率の $Re \geq 10$ での上昇は、Dimple 深さ [10] の増大により誘起されるマランゴニ応力の増加に起因する。次章では、 $Re = 50$ の気泡・気泡モデルを対象として、マランゴニ応力の発生機構に着目し、その効果を考察する。

4. 高 Re での界面変形とマランゴニ効果の発達

4.1 マランゴニ応力の発生機構とその効果

Fig. 8 に気泡・気泡モデルにおける界面活性剤添加時 ($Ma = 3 \times 10^5$) および無添加時での種々の半径方向分布の時間発達を示す。

界面活性剤添加時に着目する。(a) の気液界面の Dimple 形状の発達に伴い、(d) の界面吸着濃度の勾配が誘起され、(e) のマランゴニ応力が時間経過とともに大きく発達する。マランゴニ応力は、Dimple 形状中心から頭頂部にかけては液膜排水を促進する向きに、Dimple 形状頭頂部から出口境界にかけては液膜排水を抑制する向きに働く。このマランゴニ応力の分布は、Dimple 形状中心から頭頂部までは流路が先細形状となっており、液相部は空間的に加速する流れ場である一方で、Dimple 形状頭頂部から出口境界にかけては流路が末広形状となっており、液相部は空間的に減速する流れ場となることに起因する。

界面活性剤添加時と無添加時に着目し、比較を行う。無添加時では、(a) の Dimple 形状頭頂部における液膜の薄肉化に伴い、(b) の同箇所において半径方向流速が大きく増加し、(c) の局所的な圧力の低下が確認できる。一方で、添加時では、(e) の Dimple 形状頭頂部において発達したマランゴニ応力に起因し、(b) の半径方向流速の増加

Fig. 8 The spatiotemporal evolution; (a) shape of gas-liquid interface, (b) radial flow velocity on the gas-liquid interface, (c) pressure on the gas-liquid interface, (d) adsorption concentration, (e) Marangoni stress. The left panels display with surfactant case ($Ma = 3 \times 10^5$), while the right panels display without surfactant one.

Fig. 9 Radial profiles of (a) shape of gas-liquid interface, (b) radial flow velocity on the gas-liquid interface, and (c) pressure on the gas-liquid interface for various Marangoni numbers.

が大きく抑制されると同時に、(a) の同箇所において界面高さの変位が抑制され、(c) の局所的な圧力低下を大きく防いでいることが確認できる。

4.2 マランゴニ効果の飽和

マランゴニ効果による影響のマランゴニ数依存性を調査するため、Fig. 9 に気泡・気泡モデルにおける $t^* = 0.50$ での界面高さ、界面上の半径方向流速、界面上の圧力の半径方向分布を Ma ごとに示す。図より、 Ma の増加に伴い、特に Dimple 形状頭頂部において、界面高さの上昇、液膜排水流速の減少、圧力低下の抑制効果が大きくなることが分かる。このことから、本現象にマランゴニ効果が十分影響を与えるようなマランゴニ数域を確認できる。

Fig. 10 に気泡・気泡モデルにおける反発力増

Fig. 10 Increase rate of repulsive force vs. Marangoni number.

加率 $\psi_F (= (F_{ws} - F_{wos}) / F_{wos})$ と Ma の関係を時間ごとに示す。図より、 ψ_F は $Ma < O(10^4)$ では Ma のべき乗に比例し増加するが、 $Ma > O(10^6)$ ではおよそ一定値に収束することが分かる。この傾向は、マランゴニ数の上昇と対応する Γ_{max} の増加に伴い、界面活性剤の気液界面への吸着量が増加することで、マランゴニ応力が発達することに起因する。なお、界面活性剤の界面への吸着に伴い液相部に濃度境界層が形成されるが、 $Ma > O(10^6)$ においては、界面近傍における濃度が非常に薄くなり、吸着流束が頭打ちとなるため、吸着濃度の増加が止まり、 ψ_F は一定値へ収束する。また、時間経過に伴い ψ_F は上昇する。これは、時間経過に伴い界面での吸着濃度の勾配がより大きくなり、マランゴニ応力が発達することに起因する。

4.3 マランゴニ効果による液膜破断の抑制

Fig. 11 に気泡・気泡モデルにおける界面活性剤添加時 ($Ma = 3 \times 10^5$) および無添加時での気液界面及び液膜内流速分布の時間発達を示す。図より、時間経過に伴う Dimple 形状の発達と、Dimple 形状頭頂部付近の液膜内流速の増加が確認できるが、その程度は界面活性剤の有無より大きく異なることが分かる。この差異は、界面活性剤の添加により Dimple 形状頭頂部の変位が抑制されることを表す。気泡・気泡モデルでは、 $z = 1$ mm に

Fig. 11 Radial profile of gas-liquid interface and velocity distribution in liquid film for several instants. (a) $t^* = 0.4$, (b) $t^* = 0.5$, (c) $t^* = 0.6$. The left panels display with surfactant case ($Ma = 3 \times 10^5$), while the right panels display without surfactant one.

において対称条件を課すことで気泡同士の接近を考えている。従って、Dimple 形成に伴い、Dimple 形状頭頂部において顕著となる気泡間液膜の薄肉化は、界面活性剤の添加により緩和されることが確認できる。この結果は、マランゴニ効果が気泡同士の合体抑制に寄与することを示す。

5. 結 言

壁面-気液界面及び二気泡の接近現象に対するマランゴニ効果の影響とその発生機構を調査するため、液膜及び気液界面を対象とし、境界適合格子を適用した直接数値計算を行った。液膜排水や界面形状、界面での圧力分布について界面活性剤の影響を調査し、その結果、以下の知見を得た。

界面の上昇過程における界面形状は、 $Re \sim O(10^{-2})$ では Pimple 形状、 $Re \sim O(10^1)$ では Dimple 形状となる。なお、 $Re \sim O(10^1)$ では Pimple 形状と Dimple 形状が交互に現れる。Pimple 形状が維持される領域では、マランゴニ効果による圧力上昇は、気泡・気泡モデルの低 Re かつ高 Ma において顕著となる。Dimple 形状が維持される領域では、マランゴニ効果による反発力増加率は、 $Re \geq 10$ において増加する。この増加は、 Re の増加とともに Dimple 形状がより深くなり、マランゴニ応力がより発達することに起因する。

マランゴニ応力は、界面の時間発達に伴う Dimple 化により、吸着濃度の勾配が誘起されることで発達する。このマランゴニ応力は、Dimple 形状頭頂部において液膜排水を抑制する向きに最も発達する。界面活性剤添加時と無添加時を比較すると、マランゴニ応力による Dimple 形状頭頂部の変位抑制効果が顕著であり、同箇所での局所的な圧力低下を抑制する。この結果は、マランゴニ効果が、Dimple 形状頭頂部における液膜の薄肉化を緩和し、気泡同士の合体抑制に寄与することを示す。

謝 辞

本論文の計算結果の一部は、理化学研究所情報システム部の HOKUSAI Great Wave より得た。

Nomenclature

F	: repulsive force	[N]
H	: height of gas-liquid interface	[m]
Ma	: Marangoni number	[-]
p	: pressure	[Pa]

Re	: Reynolds number	[-]
t	: time	[s]
$\mathbf{u}$	: velocity vector	[m/s]
V	: average approach velocity	[m/s]

Greek letters

Γ	: adsorption concentration	[mol/m ²]
μ	: viscosity	[Pa·s]
ρ	: density	[kg/m ³]
τ	: shear stress	[Pa]

Subscripts

bub.	: bubble
wall	: wall
max	: maximum value
ws	: with surfactant
wos	: without surfactant
0	: initial

参考文献

- [1] Takagi, S. and Matsumoto, Y., Surfactant Effects on Bubble Motion and Bubbly Flows, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 43, 615-636 (2011).
- [2] Manev, E. D. and Nguyen, A. V., Effect of Surfactant Adsorption and Surface Forces on Thinning and Rupture of Foam Liquid Films, *Int. J. Miner. Process.*, Vol. 77, 1-45 (2005).
- [3] Horn, R. G., Castillo, L. A. D. and Ohnishi, S., Coalescence Map for Bubbles in Surfactant-Free Aqueous Electrolyte Solutions, *Adv. Colloid Interface Sci.*, Vol. 168, 85-92 (2011).
- [4] Liu, B., Manica, R., Zhang, X., Bussonniere, A., Xu, Z., Xie, G. and Liu, Q., Dynamic Interaction between a Millimeter-Sized Bubble and Surface Microbubbles in Water, *Langmuir*, Vol. 34, 11667-11675 (2018).
- [5] Zhang, X., Manica, R., Tchoukov, P., Liu, Q. and Xu, Z., Effect of Approach Velocity on Thin Liquid Film Drainage between an Air Bubble and a Flat Solid Surface, *J. Phys. Chem. C*, Vol. 121, 5573-5584 (2017).
- [6] Liu, B., Manica, R. and Liu, Q., Coalescence of Bubbles with Mobile Interface in Water, *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 122, 194501 (2019).
- [7] Hendrix, M. H. W., Manica, R., Klaseboer, E., Chan, D. Y. C. and Ohl, C. D., Spatiotemporal Evolution of Thin Liquid Films during Impact of Water Bubbles on Glass on a Micrometer to Nanometer Scale, *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 108, 247803 (2012).
- [8] Manica, R., Hendrix, M. H. W., Gupta, R., Klaseboer, E., Ohl, C. D. and Chan, D. Y. C., Modelling Bubble Rise and Interaction with a Glass Surface, *Applied Mathematical Modelling*,

- Vol. 38, 4249-4261 (2014).
- [9] Manica, R., Klaseboer, E. and Chan, D. Y. C., Force Balance Model for Bubble Rise, Impact, and Bounce from Solid Surfaces, *Langmuir*, Vol. 31(24), 6763-6772 (2015).
- [10] Koyama, M., Sugiyama, K., Watamura, T., Iwatsubo, F. and Takagi, S., Numerical Investigation on Kinetics of Gas-Liquid Interface and Drainage Suppression of Liquid Film as Approach of a Single Bubble to a Flat Wall, *Jpn. J. Multiphase Flow*, Vol. 32(1), 80-88 (2018).
- [11] Frumkin, A. and Levich, V., On Surfactants and Interfacial Motion, *Zh. Fiz. Khim.*, Vol. 21, 1183 (1947).
- [12] Takagi, S., Matsumoto, Y. and Huang, H., Numerical Analysis of a Single Rising Bubble Using Boundary-Fitted Coordinate System, *JSME International Journal Series B Fluids and Thermal Engineering*, Vol. 40(1), 42-50 (1997).
- [13] Cuenot, B., Magnaudet, J. and Spennato, B., The Effects of Slightly Soluble Surfactants on the Flow around a Spherical Bubble, *J. Fluid Mech.*, Vol. 339, 25-53 (1997).
-