ぬれにくい平板上の単一液滴形状に関する一考察^{*}

The Shape of a Droplet on an Un-Wettable Horizontal Flat Plate

中 田 敏 夫^{**}
NAKATA Toshio

細 川 力[†]
HOSOKAWA Tsutomu

藤 原 良 樹[†]
FUJIWARA Yoshiki

大 上 芳 文[†]
OGAMI Yoshifumi

Abstract On dropwise condensation, it has been well known that behavior of condensate droplets on a condensing surface have an effect on the heat transfer considerably. Therefore, it is very important to make clear what the shape of a stationary single droplet on a horizontal flat plate (Teflon plate). We will discuss the shape of a single droplet using CCD camera, and compare the experimental results with its calculated results. From these results, we can easily estimate the shape of a single droplet corresponding with its weight.

keywords : Condensation, Heat Transfer, Surface Tension, Droplet, Shape, Horizontal Flat Plate

1. 緒 言

滴状凝縮における離脱滴は、下部伝熱面上を落下する際に、伝熱面の掃除による伝熱促進と、伝熱面の被覆による伝熱妨害の二つの相反する作用がある。これらの作用による滴状凝縮熱伝達率は膜状凝縮の場合と比べて高い値を示すことは明らかにされている。滴状凝縮現象は膜状凝縮に比べてそのメカニズムは複雑であるが、その熱伝達に影響を与える因子も今日明らかにされつつある。それらの因子の中で、凝縮面上の液滴の挙動と形状は熱伝達に影響をおよぼす重要な因子である。

液滴の挙動については細川ら[1-3]や河合ら[4,5]の研究がある。一方、液滴の形状については、大気中における静止滴の二次元断面形状を対象とした高玉によるぬれの研究[6]、原らによる傾斜面上の滴形状と見かけのぬれ角に関する研究[7]がある。しかし液滴径の増加に対する液滴の形状変化の理解は困難である。また、甲藤[8]、宇高・棚沢[9]などにより伝熱面上の凝縮水の膜厚と熱伝達率および液滴径と熱伝達率などの関係が求められていることから、凝縮滴の形状を球欠あるいは楕円球欠と近似することができれば、液滴の

* 1995.7.29 受付

** 奈良工業高等専門学校電子制御工学科

〒639-11 大和郡山市矢田町22 TEL(07435)5-6111 FAX(07435)5-6129

† 姫路工業大学

形状の各諸量より熱伝達に関する評価を簡略的に行うことができる。

そこで本報は、大気中においてぬれにくい水平面上に静止している既知質量の単一小液滴についての形状に関して、実験および計算を行い比較検討する。

2. 計算による液滴の形状

鉛直上方より見た液滴が円の形状に近ければ、Fig. 1のように液滴は y 軸を中心とする回転楕円体の一部として x' 軸(水平面)上に存在すると考える。したがって、その二次元投影形状が楕円の一部(斜線の部分)であると近似できると仮定すれば、液滴の径 D 、液滴の高さ h と接触角 θ_c を測定することによって、液滴の形状を決定することができる。その方法について以下に述べる。

Fig. 1に示すように、楕円の長軸方向を x 軸、短軸方向を y 軸ととると、長軸径が $2a$ 、短軸径が $2b$ の楕円は次式により表される。

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (1)$$

x' 軸と液滴との交点を $A(D/2, b-h)$ とし、また点 A より液滴に対して接線を引き、 y 軸との交点を $B(0, b^2/(b-h))$ とする。 x' 軸と接線 AB とのなす角 $\angle BAO'$ が接触角 θ_c である。点 A および B の座標より、 $\tan \theta_c$ と b は次式により求められる。

$$\tan \theta_c = \frac{2h(2b-h)}{D(b-h)} \quad (2)$$

$$b = \frac{h(D \sin \theta_c - 2h \cos \theta_c)}{D \sin \theta_c - 4h \cos \theta_c} \quad (3)$$

a は、式(1)、式(2)と点 A の座標より次式により得られる。

$$a = \sqrt{\frac{D(D \sin \theta_c - 2h \cos \theta_c)^2}{4 \sin \theta_c (D \sin \theta_c - 4h \cos \theta_c)}} \quad (4)$$

したがって、 D 、 h および θ_c が与えられれば、式(2)、式(3)、式(4)より、 a および b が求

Fig. 1 Proposed coordinate of a droplet section.

められ、式(1)より液滴の形状が計算できる。

楕円の短長径比を $k=b/a$ ($k \leq 1$) とおけば、楕円の離心率 ϵ は次式で定義される。

$$\epsilon = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - k^2} \quad (5)$$

h および液滴の容積 V は、式(3)、式(4)より、以下の式により求められる。

$$\frac{h}{D} = \frac{k(\sqrt{k^2 \cos^2 \theta_c + \sin^2 \theta_c} - k \cos \theta_c)}{2 \sin \theta_c} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} V &= \int_{b-h}^b \pi x^2 dy = \frac{\pi a^2 h^2 (3b-h)}{3b^2} \\ &= \frac{\pi}{6} \left(\frac{h}{D} \right) \frac{\sin \theta_c - (h/D) \cos \theta_c}{\sin \theta_c} D^3 \end{aligned} \quad (7)$$

また、液滴の平均高さ h_m は次式で表される。

$$h_m = \frac{V}{\pi D^2/4} = \frac{2}{3} \left(\frac{h}{D} \right) \frac{\sin \theta_c - (h/D) \cos \theta_c}{\sin \theta_c} D \quad (8)$$

液滴の密度を ρ とすれば、液滴の質量 M_c は、

$$M_c = \frac{\pi}{6} \left(\frac{h}{D} \right) \frac{\sin \theta_c - (h/D) \cos \theta_c}{\sin \theta_c} \rho D^3 \quad (9)$$

で表される。

以上より、 $k=1$ すなわち $a=b$ とすれば、水平面上の液滴の形状は球の一部と見なされ、液滴の形状についての種々の値が容易に求められる。

3. 実験装置と実験方法

Fig. 2 に示すように、ぬれにくい固体表面として $100 \times 200 \text{ mm}$ 、厚さ 15 mm のテフロン板④を水平に固定した。またこの板上には固体表面上の液滴①の鉛直方向と水平方向の映像が CCD ビデオカメラ⑦に一度に撮影できるようにミラー③を取り付けた。撮影の状態はモニター⑨で確認でき、撮影された映像はビデオプリンタ⑧を用いて各液滴の静止画を取り出せる。ランプ⑥により液滴の温度が上昇し、液滴の表面張力に影響を与えることが考えられるので、液滴の近傍に C/A 熱電対を取り付け温度の測定も行った。

液滴に蒸留水と質量濃度 $\eta = 40\%$ のエタノール水溶液を用い、表面張力はジョリーのばね秤を用いて 3 回の測定を行った。注射器から試験面上に滴下させて作られた液滴の質量は、あらかじめ注射器よりの滴下数と質量の関係を、感度 0.1 mg の直示天秤により求められた校正表より得た。

実験は、大気圧中で気温約 15°C 、蒸留水の温度約 10°C のもとで行った。固体表面上の液

Fig. 2 Experimental apparatus.

Fig. 3 Measurement of contact angle.

滴は、CCD ビデオカメラで鉛直方向と水平方向の映像として撮影された。撮影された映像より、 D 、 θ_c および h を求めた。

D は鉛直方向の静止画を中心角 $\pi/4$ rad づつに等分した 4 カ所の D を測定し、平均した。 h は、水平方向の静止画から求めた。 θ_c については、Fig. 3 に示すように、水平方向の静止画の液滴のシルエットの上から、同心円の多く作画された透明用紙を、点 A (または点 B) を基準に重ねて、液滴の輪郭線ともっとも長く重なる円を決める。この円の中心より平板 AB 上を下ろした垂線の長さ s および円の半径 r を求め、次式より、 θ_c を求めた。

$$\theta_c = \pi - \cos^{-1}(s/r) \quad (10)$$

4. 結果および考察

鉛直方向の映像から測定された D は、4 カ所の平均値に対して、最大の誤差が約 1% であったので、ほぼ円形であるとみなせられる。

また測定質量に関して、Fig. 4 は試験液濃度割合 $\eta = 0\%$ (蒸留水) における直示天秤で測定した液滴の質量 M と計算により得られた M_c との関係を示している。ここで M_c は、水平方向の映像の液滴形状から得られた D 、 h と θ_c を用いて、式 (9) により求めた。図より、液滴の質量差は最大 $\pm 10\%$ 以内であることがわかる。また $\eta = 40\%$ のエタノール水溶液についても、同様の結果が得られた。

Fig. 5 は M を増していくときの液滴形状に

Fig. 4 Relationship between M and M_c . ($\eta=0\%$)

Fig. 5 Configuration of droplet.

関して、各液滴の水平方向の静止画（左側）と、各液滴の D 、 h および θ_c より計算した結果（右側）を比較したものである。実線は楕円球欠、破線は球欠と仮定して計算した。図より明らかに、 M が小さければ、液滴は球欠および楕円球欠の計算結果とよく一致している。 M が大きい場合は楕円球欠とした計算結果と一致している。

Fig. 6 は D と h を D で除した値との関係を対

(a) $\eta = 0\%$

(b) $\eta = 40\%$

Fig. 6 Relationship between D and h/D .

数グラフで表している。図中の右側は h/D と対応した ϵ を示している。図中の一点鎖線は、液滴を球欠とした場合である。さらに Fig. 7 は長軸径を一定とし k すなわち ϵ を変化させて画いたものである。この図より $k=0.95$ 以上 ($\epsilon=0.312$ 以下) では円とみなすと、Fig.

Fig. 7 Relationship between ε and elliptic shape.

6の結果より、(a)の $\eta = 0\%$ (蒸留水)では $D=2.1\text{mm}$ 以下、(b)の $\eta = 40\%$ エタノール水溶液では $D=2.7\text{mm}$ 以下の液滴は球欠滴とみなせる。これらの径以上の液滴については、 D の増加に対して h/D が減少する傾向にあり、式(11)、式(12)の実験式が得られた。

$$h = 0.756D^{0.756} \quad (\eta = 0\% \text{ の場合}) \quad (11)$$

$$h = 0.543D^{0.602} \quad (\eta = 40\% \text{ の場合}) \quad (12)$$

以上より、液滴の形状は質量の増加にしたがって、連続的に離心率の大きい楕円形状に変化することがわかる。

Fig. 8は、 D と h_m を液滴の最大高さ $h_{\max}$ で除した値との関係を表している。

液滴の質量が増加する場合、 h には限界値が存在する。このときの値を液滴の最大高さ $h_{\max}$ と定義し、次式[2]により計算した。

$$h_{\max} = \sqrt{\frac{2\sigma(1 - \cos\theta_c)}{\rho g}} \quad (13)$$

ここで、 σ は液滴の表面張力であり、 g は重力加速度である。図中の各実線は、 σ 、 θ_c 、そして ρ の値を用いて、式(5)、式(6)、式(8)および式(13)により計算をした結果である。また各実線は ε をパラメータとして表示している。計算値より、 D の増加に対して $h_m/h_{\max}$ は正比例する。また、 D が同じであれば、 ε が大きくなるにしたがって、 $h_m/h_{\max}$ の値は小さくなることわかる。このことより、

(a) $\eta = 0\%$

(b) $\eta = 40\%$

Fig. 8 Relationship between D and $h_m/h_{\max}$.

θ_c および ε が一定であれば、 D の増加に対して、 h の増加割合は常に一定であることを示している。プロットの実験値は、 $\eta = 0\%$ の場合、 D が約 2.1mm 以下で、また、 $\eta = 40\%$ の場合、 D が約 2.7mm 以下において、 $\varepsilon = 0$ の球欠滴と仮定した計算結果とよく一致

している。さらに両条件下で、 D が増すにしたがって、対応する ε の値が大きくなり、 $h_m/h_{\max}$ の値は単調に増加し、1 に漸近する。

5. 結 言

大気圧下のぬれにくい水平面上において、静止している既知質量の液滴形状を観察し、次のことがわかった。

1) 液滴形状は楕円球欠モデルで近似できる。
2) $\eta = 0\%$ (蒸留水) の場合、液滴径が 2.1 mm 以下で、また $\eta = 40\%$ (エタノール水溶液) の場合、液滴径が 2.7 mm 以下の場合に、球欠滴とみなせる。

3) 液滴径が大きく、液滴を楕円形状とみなす場合は、液滴径 D と液滴高さ h の関係は $\eta = 0\%$ のとき $h = 0.756D^{0.756}$ で、 $\eta = 40\%$ のとき $h = 0.543D^{0.602}$ で表される。

4) 液滴径の増加にともない、 $h_m/h_{\max}$ (h_m ; 平均高さ、 $h_{\max}$; 最大高さ) は単調に増加し、1 に漸近する。

以上の結論は、滴状凝縮における凝縮滴の形状および挙動を解析する場合の有益な資料となる。

Nomenclature

a : radius of a ellipse on the major axis
[mm]

b : radius of a ellipse on the minor axis
[mm]
 D : diameter
[mm]
 h : height
[mm]
 h_m : mean hight
[mm]
 $h_{\max}$: maximum hight
[mm]
 k : ratio of b to a
[—]
 M : messured mass
[mg]
 M_c : caluculated mass
[mg]
 V : volume
[mm³]
 η : mass concentration of ethyl alcohol
[%]
 θ_c : contact angle
[rad]
 ε : elliptic eccentricity
[—]
 ρ : density
[g/cm³]
 g : acceleration of gravity
[m/s²]
 σ : surface tenssion
[mN/m]

参考文献

- [1] 細川ほか 2 名, 日本機械学会論文集 B 編, Vol.58, 535-539(1992).
- [2] 細川ほか 3 名, 日本機械学会論文集 B 編, Vol.53, 549-552(1987).
- [3] 細川ほか 2 名, 日本機械学会論文集 B 編, Vol.50, 1981-1984(1984).
- [4] 河合ほか 2 名, 日本機械学会論文集, Vol.31, 1355-1362(1965).
- [5] 河合, 日本機械学会論文集, Vol.32, 107-115(1966).
- [6] 高玉, 日本機械学会論文集, Vol.17, 170-176(1951).
- [7] 原ほか 2 名, 応用物理, Vol.56, 105-110(1987).
- [8] 甲藤, 伝熱概論, 養賢堂, 262(1971).
- [9] 宇高, 棚沢, 日本機械学会論文集論 B 編, Vol.46, 1844-1853(1980).