鉛直平行二平板の加熱と冷却による安定密度成層水溶液の 混合機構に関する研究*

(第2報：多層対流層生成過程と吸収合体機構)

A Study on Mixing Mechanism of a Stably Stratified Solution between
the Heated and Cooled Vertical Parallel Plates

(2nd Report : On the Evolution of Layering and the Mechanism of Degradation of Layers)

日向 滋**
HINATA Shigeru

姫野 修廣**
HIMENO Nobuhiro

桜井 正幸**
SAKURAI Masayuki

岩佐 昌征**
IWASA Masayuki

市村 市夫**
ICHIMURA Ichio

Abstract In this report the evolution of layering and the mechanism of degradation of layers formed from a stably stratified solution between the heated and cooled vertical parallel plates are precisely discussed. The relationship between Ra_l , which expresses the dimensionless parameter of temperature fluctuation in the layer and Ra_w , which is related to the intensity of the natural convection flow induced by the heated and cooled walls is obtained. When Ra_w is less than 15000, Ra_l increases with the increase of Ra_w and the flow is laminar. When Ra_w is between 15000 and 25000, Ra_l increases rapidly with the increase of Ra_w and the transition to turbulence occurs. The analysis shows that the temperature fluctuation in the layer is attenuated due to the transfer of heat across the interfaces contacting with upper and lower layers and the horizontal convection flow disappears when the critical value of Ra_w is 16800.

Keyword : Mixing of Solution , Double Diffusive Natural Convection, Temperature Fluctuation

1. まえがき

安定密度成層を容器側壁から加熱、冷却することによって発生する二重拡散対流の問題はその対流の多様性と複雑さのために多くの人に興味を持たれ、理論的にも実験的にも行われてきている。Chenら[1]は食塩水を使って側壁の加熱と冷却により、安定な密度成層が多層化した分離対流層と

なる限界値をシャドウグラフによる実験観察で調べ、次元解析から見出した無次元量である初期濃度勾配に基づく Ra_{in} 数の値が $Ra_{in}=15000\pm2500$ になるとしている。理論ではHeinrichら[2]はBoussinesq近似したNavier-Stokesの式、エネルギー式、物質移動の式を基礎式として有限要素法により数値計算を行っている。その結果は対流層

* 1998.2.16 受付

** 信州大学繊維学部機能機械工学科 〒386-8567 長野市常田3-15-1

TEL(0268)21-5429 FAX(0268)21-5321 E-mail: calpish@giptc.shinshu-u.ac.jp

の厚さが0.53cmで、これはChenらの実験値0.6cmと一致するとした。その後Kamakura and Ozoe[3]はやはり有限要素法を使って側壁を加熱、冷却した場合について解析を行い、同時に塩化カリウム水溶液でのシャドウグラフ実験を行っている。計算結果は小さい対流層が次第に合併して大きな対流層になっていく実験の様子を再現して見せた。しかし定量的な対流層の大きさについては述べていない。Lee and Hyun[4]もまたChenらの実験とよく一致する多層対流層の生成過程を数値解析によって示した。最近ではChen and Liou[5]が傾斜容器内での多層対流層の生成過程に関する数値解析を行っている。著者ら[6]の一人はヨウ化ナトリウム水溶液を使った一定熱流束実験から、すでに加熱条件によって対流パターンに均一、不均一对流層の二つがあることを示している。しかしながらそのパターンの具体的な閾値を示すには至らなかった。

前報[7]では、多層対流層の発生、発達、崩壊の各過程についてシャドウグラフの写真と濃度センサによって測定された濃度分布、温度分布の特徴に基づいて考察し、速度中立点の決定法を提案し、それによって決めた対流層の大きさ、数に注目し検討を加えてきた。その結果、混合過程の持続時間すなわち寿命は初期対流強さを表す Ra_{in} 数によって関係づけられ、その依存性の度合いの違いによって三つの領域に分けられることを示した。三つとは、まず矩形容器上部、下部に最初発生した対流層が挟んだ無対流層を侵食していくStarting cells領域、多層化した対流層のうちの弱い対流層が上下の対流層によって吸収合体されるDegradation of layers領域、多層化した対流層を隔てている境界面の流体力学的不安定により崩壊するCollapse of interface領域である。

本報告では、対流層の吸収合体が発生するDegradation of layers領域について、測定された局所パラメータをもとに、その混合機構を詳細に検討する。これによって無対流層の成因についてと対流層のゆらぎの大きさ変化から発生する層流対流層と乱流対流層の限界値の存在を明らかにする。

2. 実験結果および考察

2.1 シャドウグラフ写真と濃度、温度、密度分布 実験装置および測定方法については前報におい

て詳述したのでここでは省略する。Fig. 1にUシリーズについてのシャドウグラフ写真、Fig. 2に時間とともに変化していく温度、濃度分布および両分布をもとに計算された密度分布の結果の代表例を示す。この実験条件は、前報で定義された初期値レイリー数

$$Ra_{in} = \frac{g\alpha \Delta T h_0^3}{\nu \kappa} \quad (1)$$

$$h_0 = \frac{\alpha \Delta T}{\phi} \quad (2)$$

$$\phi = \frac{\beta \Delta C}{H} \quad (3)$$

で示すと Ra_{in} 数は 2.15×10^4 で、温度差 ΔT は8.5℃、濃度差 ΔC は10wt%の蔗糖水溶液である。ここで ρ は密度、 z は容器の底からの距離、 x は加熱壁からの水平距離、 t は実験開始からの経過時間を表す。

加熱開始から29秒で、初期対流セルが発生し、11分では水平の細い層状の層流対流層を形成する。その層の数は21層、厚さは計測の結果、平均3.63mmと読みとれる。これらの対流層は16、18分に示すように所々の対流層内に界面の不安定を示す巻き込み渦を作り、層内に広がっていき、乱れた対流層に変化する。この層を写真観察から判定して、安定で層状に流れている層流対流層と区別して乱流対流層と呼ぶことにする。46分ではその約半数の13層となり密度階段を表す境界面が明瞭となる。62分以後は、温度ゆらぎの弱い対流層が無対流層に変化していく吸収合体機構により対流層の数の減少が続く。ここで無対流層になったとする判定は温度ゆらぎがなくなったときとした。この時、まだ濃度分布にはっきりと境界面となる濃度階段があり、従って密度変化の階段も存在するのでシャドウグラフには層として写っている。例として、U52の下から4番目の層についてみると、まだ対流があるが、乱れが押さえられてきている。U58からU77区間では無対流層あるいは厚い境界面とみなされる状態である。なおU52に示す一番上の境界面がゆらいで不安定になり振幅を拡大し崩壊している。これはCollapse of interfaceの機構と名付けた別の対流層合体機構である。

Fig. 1 Shadowgraphs for U series

2. 2 境界面の位置の時間的变化

Fig. 3 に測定された温度分布をもとに境界面水平速度がゼロとなる速度中立点を求め、境界面の位置が時間の経過とともに変化する様子を示す。

境界面について、底に近い方から順に番号をつけて示してある。

弱肉強食のシステムである対流層吸収合体機構が働いて、100分までにおおかたの薄い対流層はなくなり、7層に減少し、それ以後しばらくの間対流層は安定に維持される様子がよくわかる。

2. 3 対流層内の温度ゆらぎと速度ゆらぎ

加熱、冷却壁近くではそれぞれ上昇、下降する自然対流の熱伝達によって熱が供給、排除されて

いる。この熱量を輸送する対流の強さは加熱壁と冷却壁の温度差 ΔT と対流層厚さ h を使った新たに定義するレイリー数

$$Ra_w = \frac{g \alpha \Delta T h^3}{\nu \kappa} \quad (4)$$

の関数として表される。

また加熱、冷却壁を離れて水平運動を始める対流によって運ばれる熱量は上下対流層との間で熱交換しながらその温度分布、速度分布を変えていく。各層内に存在する温度のゆらぎは、対流層内温度分布での極大値と極小値の差 ΔT_f で測定されているが、水平速度のゆらぎは不明である。し

Fig. 2 Vertical profiles of temperature, concentration and density at $x=10\text{mm}$ for U series

Fig. 3 Transient position of the interfaces

かし温度のゆらぎが無くなると無対流層に変化するという実験の結果を見れば温度のゆらぎに依存していると考えられる。そこで水平速度のゆらぎの大きさを表すレイリー数

$$Ra_{fj} = \frac{g \alpha \Delta T_f h^3}{\nu \kappa} \quad (5)$$

を定義する。

Fig. 4 に Ra_{fj} 数が時間経過とともに変化する様子を底に近い方から番号をつけて各層ごとに描い

Fig. 4 Variation of Ra_{fj} with time

たものである。これによれば初期のゆらぎの小さい対流層が一旦隣の対流層と合体して大きいゆらぎのある対流層になっても再び小さいゆらぎの対流層に変化するものも見られる。7 番の対流層では時間460分にゆらぎが急速に衰退していくのがわかる。

Fig. 5 は側壁からの供給熱量を輸送する対流強さを表す Ra_w 数にたいして Ra_{fj} 数はどのように変わるかを表したものである。 Ra_w 数が増加するにつれてゆらぎの大きさは対流層の番号のべつなく増加する。その後、 Ra_w 数が15000から25000の間で Ra_{fj} 数は階段状に増加するのがわかる。これは二つの層流対流層が対等に合体し、対流層が層流から乱流に変化する閾値といえる。これに対して弱い対流層を吸収して合体した対流層は無対流層を含めた対流層厚さとなっているので、厚さが大きくなって Ra_w 数が増加しても対流層はそれほど乱れていない結果、 Ra_{fj} 数は小さくなる。その傾向は◎印の11番目の対流層に顕著に見られ、吸収合体対流層が層流から乱流に移行する過程で生じる。他方、対流層の吸収消滅過程である乱流対流層から層流対流層への遷移は Ra_w 数が25000から15000までの範囲に見られる。 Ra_{fj} 数は Ra_w 数の減少とともに急に減少する。この Ra_{fj} 数と Ra_w 数との関係は実験条件を変えた場合の J シリーズ、M シリーズを加えた結果でも Fig. 6 に示すように一本の特性曲線として描ける。さらに Ra_w 数が 10^6 近くにもう一つゆらぎの大きさが急に変わる領域が見られる。これは対流層が Collapse of interface の機構で崩壊して消滅する過程の変化を捉えたものである。

Fig. 5 Relationship between Ra_{fj} and Ra_w for U series

Fig. 6 Relationship between Ra_f and Ra_w for various experimental series

2. 4 対流層内の温度ゆらぎの理論解析

多層化した対流層が吸収合体してその数を減らしていくDegradation of layers領域の機構について解析する。Fig. 7に実験の例として、 $x=2.5$ mm、 $x=10$ mm、 $x=17.3$ mmの各位置で測定した温度分布U51-S、U50-C、U49-Nを拡大して示す。下から4層目が考察の対象となる対流層である。他の場合と比べて対流層上方のゆらぎ温度は上段の対流層によって低温側に引き下げられ、下方のゆらぎ温度は下段の対流層によって高温側に引き上げられている。したがって例として $x=10$ mmのU50-Cについて、各速度中立点を結んだ点線が図に示されているが、この層において負の

Fig. 7 Vertical profiles of temperature for U49N, U50C, U51S

Fig. 8 Various temperature profiles

勾配線となっていることがわかる。これがゆらぎが急速に小さくなる時の温度分布の特徴である。

Fig. 8にゆらぎが減衰していく温度分布の推移過程の模式図を示す。①、②、③の順にゆらぎ温度は小さくなり、やがて一直線の温度分布となって、交互対流が無くなり、無対流層になる。このときの限界となる Ra_w 数を調べたい。

以上のように複雑な熱および物質移動現象であるが本解析では次のような仮定の下に簡単な熱移動のみ扱う熱伝導モデルを提案する。

1) 吸収消滅過程にある対流層を考える。吸収しつつあるその上下対流層は乱流対流層で、物質移動が活発にあり、境界面は時間とともに移動して、対流層厚さは変わるはずであるが考察の間は一定とする。

2) 対流層は急速にゆらぎが小さくなる領域であるので水平交互移動速度は考えるが、対流層内厚さ方向のゆらぎ速度分布は考慮しない。

3) 水平交互移動速度は加熱壁を上昇した境界層速度分布を平均した値を採用する。

4) 対流層は加熱側の方が冷却側に比べて高く、境界面は傾いているが、水平であるとする。また対流層内の交互対流の厚さは水平方向距離 x の関数であるが、一定とする。

5) 上下対流層が境界面を通して加熱、冷却する際の局所熱伝達率の値は現在のところ不明である。そこで実験から得られた速度中立点での温度から境界面温度分布を推定して、境界条件として与える。

一様な水平速度 u 、加熱壁 $x/d=0$ の温度分布 $\eta(y/h)$ 、上方境界面 $y/h=0$ での温度分布 $\phi_1(x/d)$ と対流層内の速度中立面 $y/h=1/2$ の温度分布 $\phi_2(x/d)$ が与えられたとき対流層上半分のエネルギーの方程式および境界条件は、

Fig. 9 Temperature profiles on the boundaries

$$\rho c_p u / d \frac{\partial (T / \Delta T)}{\partial (x / d)} = \lambda / h^2 \frac{\partial^2 (T / \Delta T)}{\partial (y / h)^2}, \quad 0 < y / h < 1/2 \quad (6)$$

$$y / h = 0, \quad T / \Delta T = \psi_1(x / d) \quad (7)$$

$$y / h = 1/2, \quad T / \Delta T = \psi_2(x / d) \quad (8)$$

$$x / d = 0, \quad T / \Delta T = \eta(y / h) \quad (9)$$

ここで y は対流層の上方境界面からの厚さ方向距離、 T は温度、 c_p は流体の比熱、 λ は熱伝導率、 d は加熱、冷却壁間の隙間長さを表す。冷却側から加熱側に向かう対流層下半分の反対流の場合も同様に定式化でき、境界条件

$$y / h = 1, \quad T / \Delta T = \psi_3(x / d) \quad (10)$$

が与えられる。Fig. 9 に境界条件として使った $\psi_1(x/d)$ 、 $\psi_2(x/d)$ 、 $\psi_3(x/d)$ 、 $\eta(y/h)$ を示す。ここで温度分布曲線は図に示すようないくつかの一次式で近似した。 p 、 s は温度分布を表すに必要な $x/d=0$ 、 $y/h=1/2$ における無次元温度である。この方程式の解は

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_0 \\ &+ \frac{4}{h} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\bar{Fo}_h 4n^2 \pi^2 x/d} \sin 2n\pi \left(\frac{y}{h}\right) \\ &\times \left[\int_0^{h/2} \eta(\xi/h) \sin \frac{2n\pi}{h} \xi d\xi \right. \\ &+ \frac{2n\pi \zeta}{h} \int_0^x e^{-\bar{Fo}_h 4n^2 \pi^2 \xi/d} \\ &\times \{ \psi_1(\xi/d) - (-1)^n \psi_2(\xi/d) \} d\xi \left. \right] \quad (11) \end{aligned}$$

で与えられる。ここで、 θ は $T/\Delta T$ 、 θ_0 は $p-2(p-s)y/h$ 、 ζ は $\lambda/\rho c_p u$ 、 $\bar{Fo}_h$ は無次元数で $\zeta d/h^2$ を表す。

Fig. 10 に計算結果を示す。U49-N、U50-C、U51-S の下から 4 段目の対流層温度分布の実験結果と比較してある。ゆらぎ温度分布は実験値と温度差にして最大 0.5℃ 程度の違いが見られ、上方、下方流の温度の接合は余りよくない。これは u を一様速度と仮定したことと、接合点での境界条件を熱流束でなく温度が等しいとしたためと考えられる。しかし全体の分布形はおよそ一致している。得られた解の分布形を決める因子は $\bar{Fo}_h$ 数、境界条件温度分布 $\psi_1(x/d)$ 、 $\psi_2(x/d)$ 、 $\psi_3(x/d)$ 、 $\eta(y/h)$ が挙げられる。 $\psi_1(x/d)$ 、 $\psi_2(x/d)$ 、 $\psi_3(x/d)$ 、 $\eta(y/h)$ の分布形の影響については、実験から得られた 3 カ所での境界温度の制約のもとで種々の分布について計算し、調べたが大きな影響が無いことがわかった。その結果、 $\bar{Fo}_h$ 数が一番重要な因子で特に分布の減衰に影響を与えることがわかった。 $\bar{Fo}_h$ 数の構成変数のうち物性値 λ 、 ρ 、 c_p は水溶液が決まると大きな変化はない。したがって、 u 、 d 、 h が重要な変数であり、 u は Ra_w 数、 R 数の関数として与えられるので、結局

$$\bar{Fo}_h = f(Ra_w, R, d/h) \quad (12)$$

となり ΔT 、 d が一定の場合は h の大きさが分布形を決めることになる。

境界条件の温度分布は変わらないとして、対流層厚さを少しずつ減少していくと、ゆらぎの温度

Fig. 10 Comparison of the model with the experimental data

分布形の極大値、極小値の差が次第に小さくなってゼロになる h の値 h_c 、それに対応する Ra_{wc} 数が求まる。この値が無対流層となる一つの閾値として定義できる。本計算結果では $Ra_{wc} = 16800$ となった。この限界値は実験結果を示した Fig. 5 での Ra_f 数が急に減少する領域の下限値である Ra_w 数 15000 の値に対応している。またこの時の h_c は 0.52 cm となる。以上のように可成り大胆な仮定の下にモデル計算をした結果は乱れた対流層が急速にゆらぎを減少させる限界 Ra_{wc} 数を推定することができた。

2. 5 Ra_{wc} 数と Ra_{in} 数の関係

初期条件の濃度勾配に基づく密度差に打ち勝って、加熱水が上昇して形成する対流層厚さ h_0 が限界対流層厚さ h_c と比較して大きい場合は吸収合体した後の対流層が h_c より大きい多層化した対流層となるため安定に維持される。もし h_0 が h_c に比べて十分小さい場合は、一旦ゆらぎによって形成された対流層は速やかに Starting cells が形成した対流層に吸収され消滅して多層化した対流層の様相にはならない。本報告でとりあげた U シリーズの h_0 に対応する Ra_{in} 数は 21500 で、計算で得られた Ra_{wc} 数の 16800 より大きい。したがって U シリーズは多層の対流層を形成する実験条件といえる。ちなみに前報に示した Ra_{in} 数が 16800 より小さい条件である R、X、W シリーズでは多層化していない。

3. 結 論

安定密度成層を容器側壁から加熱、冷却することによって発生する二重拡散対流の混合機構について研究した。本報告では、多層化した対流層の吸収合体が発生する Degradation of layers 領域について、側壁からの供給熱量を輸送する自然対流強さに関係する Ra_w 数と対流層内の水平速度のゆらぎの大きさを表す Ra_f 数との関係を調べた。その結果以下の結論を得た。

(1) 多層化した対流層において、 Ra_w 数が 15000 以下では、ゆらぎの大きさを表す Ra_f 数は Ra_w 数の増加とともに増加するが小さい。流れは層流である。

(2) Ra_w 数が 15000 から 25000 の間で Ra_f 数は急に増加する。ここでは二つの対流層の界面がゆらいで巻き込み渦を作り、層内に広がって合体し、層流対流層から乱流対流層へ遷移する。これに対し

て弱い対流層を吸収して合体した対流層は無対流層を含めた対流層厚さとなっているので、厚さが大きくなって Ra_w 数は 15000 以上に増加しても対流層はそれほど乱れずに層流のゆらぎ機構を残し、 Ra_f 数は乱流対流層の Ra_f 数より小さい。他方、対流層の吸収消滅過程である乱流対流層から層流対流層への遷移は Ra_w 数が 25000 から 15000 までの範囲に見られ、 Ra_f 数は Ra_w 数の減少とともに急に減少する。

(3) 吸収消滅過程にある弱い対流層の温度ゆらぎは、上方、下方の対流層への熱移動の結果、消滅し、無対流層となることを簡単な熱伝導モデルで示し、その限界値 $Ra_{wc} = 16800$ を求めた。 Ra_{in} 数が Ra_{wc} 数より大きい場合には安定な多層の対流層が形成される。

Nomenclature

c_p	: specific heat	[Jkg ⁻¹ K ⁻¹]
H	: height	[m]
d	: depth	[m]
g	: gravitational acceleration	[ms ⁻²]
h	: thickness of layer	[m]
h_0	: reference length	[m]
ρ	: dimensionless temperature	
s	: dimensionless temperature	
t	: time	[s]
T	: temperature	[K]
u	: advective velocity	[m/s]
x	: distance from heated wall	[m]
y	: distance from upper interface of layer	[m]
z	: distance from bottom wall	[m]
ΔC	: concentration difference	[wt%]
ΔT	: temperature difference	[K]
ΔT_f	: temperature fluctuation	[K]
Fo_k	: Fourier number	
Ra_f	: Rayleigh number based on temperature fluctuation	
Ra_{in}	: Rayleigh number based on initial condition	
Ra_w	: Rayleigh number based on temperature difference	
Ra_{wc}	: critical value of Ra_w	

Greek letters

α	: coefficient of thermal expansion	[K ⁻¹]
β	: coefficient of density variation with concentration	[wt% ⁻¹]
ζ	: parameter (= $\lambda / \rho c_p u$)	[m]
η	: dimensionless distribution of temperature	
θ	: dimensionless temperature (= $T / \Delta T$)	

θ_0 : dimensionless temperature ($=p-2(p-s)y/h$)
 κ : thermal diffusivity [m^2s^{-1}]
 λ : thermal conductivity [$\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$]
 ν : kinematic viscosity [m^2s^{-1}]
 ρ : density [kgm^{-3}]
 ϕ : initial density gradient [m^{-1}]
 ψ : dimensionless distribution of temperature

参考文献

[1] Chen, C.F., et al., Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.14, 57-65 (1971).

[2] Heinrich, J.C., Int. J. Numer. Meth. Eng., Vol.20, 447-464 (1984).
 [3] Kamakura, K. and Ozoe, H., Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.36, 2125-2134 (1993).
 [4] Lee, J.W. and Hyun, J.M., Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.34, 2409-2421 (1991).
 [5] Chen, Y.M. and Liou, J.K., Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.40, 711-725 (1997).
 [6] 姫野修廣ほか 2 名, 日本機械学会論文集 B 編, Vol.55, 2486-2492 (1989).
 [7] 日向 滋ほか 4 名, 混相流, Vol.11, 131-140 (1997).