Transmural Pressure による断面変形を伴う 垂直管内気液二相流の圧力損失*

Two-Phase Pressure Drop in a Tube with Large Deformation
by Transmural Pressure

酒井 直 樹**
SAKAI Naoki

小 澤 守***
OZAWA Mamoru

原 田 旭****
HARADA Akira

坂 口 忠 司***
SAKAGUCHI Tadashi

Abstract The purpose of this report is to discuss pressure drop characteristics in a flexible and/or collapsible tube where the flow area and the shape change depending on a transmural pressure across the tube wall. Single- and two-phase pressure drop and void fraction were measured in a vertical tube under various external pressure conditions. The results of numerical simulation agreed with the experimental results.

Keywords : Two-phase flow, Collapsible tube, Pressure drop, Void fraction.

1. 緒言

混相流の研究は通常は管の弾性変形のはとんどない剛性管について行なわれている。しかし、生体内における流体輸送管、たとえば血管、胃、腸などの諸器官における流動では、管壁が剛体の場合と異なり、管の内外の圧力差（Transmural Pressure）に対して管が大きく変形するため、混相の流れと管路の変形との相互作用が重要となる。その管路形状ならびに管路断面積は、管の周囲の圧力と管内圧力の差によって規定され、場合によっては管路が大きくつぶれたり、脈動を生じることもあり、それによって流動特性が大きく影響を受けることになる⁽¹⁾⁽²⁾。

本研究は、このように管路の幾何学的な形状が流れの状態に依存して時間的、空間的に変化するような弾性管内の混相流の諸特性を解明することを目的として始められたものである。その第一歩として、まず本報では垂直上昇の水単相流、気液二相流のそれぞれについて弾性管の

* 1990. 9. 27 受付

** 神戸大学大学院 〒657 神戸市灘区六甲台町 1 - 1
TEL (078) 881-1212

*** 神戸大学工学部 〒657 神戸市灘区六甲台町 1 - 1

**** 株式会社凸版印刷 〒527 八日市市妙法寺町1101-20

外圧を一定に保った状態での圧力損失特性およびボイド率特性、ならびにこれら特性量の数値的な予測を行った結果について報告する。

2. 圧力損失とボイド率の測定

実験装置の主要部は水供給系、空気供給系、助走部、弾性管部および外圧供給系からなり、Fig. 1 にその概略を示す。水はポンプ⑧により強制的に供給され、ニードルバルブ、オリフィス⑤を通ったのち、水-空気混合部に入る。また空気はコンプレッサー①により供給され、圧力調節弁②を経て、臨界ノズル④を通り、水-空気混合部にはいる。混合部で形成された二相流は内径10mm、長さ925mmの助走部を通り弾性管テスト部に入り、さらに長さ525mmの剛性管部を通過した後大気に放出される。弾性管テスト部は内径9.6mm、長さ1450mmの弾性管と、弾性管に圧力を加えるための水ジャケット部⑨からなる。この水ジャケット部の圧力は外圧タンク⑩の圧力を調節することによって種々変えることができる。

弾性管としては大場ら⁽⁶⁾の用いたいわゆるペンローズドレーンのように極めて薄いものやいわゆるアメゴム管など種々考えられるが、本実験では管が長いため、アメゴム管に用いた場合には完全につぶれた状態で管にねじれが認められた。そこでここではねじれがかなり少ない半透明の特殊高分子管（商品名：コーンエースパイプ、宇都宮製作所）を用いた。

圧力タップを弾性管に直接取り付けられないために、弾性管部のみの差圧を直接測定するこ

Fig. 1 Experimental apparatus.

Fig. 2 Void fraction measurement.

とはできない。そこで、ここではテスト部上下流の剛性管部の圧力分布を4カ所の圧力タップによって求め、それを外挿してテスト部での差圧を求めた。

弾性管テスト部の上下4カ所にボールバルブを取り付け、締め切り法によってボイド率を測定した。以下にその手順を述べる。

ボイド率を測定する場合にはFig. 1の外圧供給のための圧力容器のかわりに、Fig. 2に示すようにフレキシブルジョイントによって水平あるいは垂直に向きを変えることのできる透明アクリル円管を設置した。このアクリル円管は水ジャケットに圧力を付加するための圧力容器であると同時に、容積を測定するためのメスシリンダでもある。まずこのアクリル円管を垂直に設置し、弾性管の内外圧差が0の状態（以下、基準状態と呼ぶ）での円管内の水位を求めておく。次にこれを水平に倒し、気液界面積を拡大した状態で臨界ノズルおよび圧力調整弁を用いてこのアクリル円管内の空気圧力を所定の値に設定する。この状態で二相流を流動させ、流れが定常流となった後、A、B、C、D、Eの各ボールバルブを同時に締め切る。再びこのアクリル円管を垂直にしたときの管内の水位と最初の基準状態での水位の差が、流動状態での弾性管内の容積と基準状態での容積の差に対応する。ただしここで弾性管材自身は非圧縮性であると仮定している。

A-BおよびC-D区内の水位により弾性管上下流の剛性管部のボイド率が直接求められる。しかしながらテスト部の締め切り区間内の水位を直接目視により測定したとしても弾性管の断面積が流動方向に一定ではないので、その水位により締め切り区間内の水の容積、あるいはボイド率を決定するのは困難である。そこで、テスト部下部の水排水弁および上部の空気吹き込み弁を開放し、締め切り部の水を外部に取り出してその体積を測定した。この水の体積とアクリル円管によって求められた弾性管の体積からテスト部のボイド率が求められる。

このようにして求められたボイド率には弾性管上下の弾性管支持部のボイド率も含まれたも

のとなっている。そこで、支持部のボイド率は弾性管の上流および下流の剛性管部のボイド率と等しいと仮定して測定結果を補正した。

3. 内外圧差—平均管内径の関係 (Tube-Law)

弾性管における流動特性の数値計算を行うには、弾性管の断面積を決定することが重要である。そこで、静水圧を用いていわゆる Tube-law を求めた結果を Fig. 3 に示す。横軸は内外圧差で、この値は、外圧 P_e と内圧 P_i が静水によって付与されているため、長さ方向に一様である。縦軸は、弾性管内の容積と等しい円管としたときの平均の管内径 D_a である。図に示すように D_a は外圧が増加する場合と減少する場合では異なる値をとり、本報で用いた弾性管の場合には Tube-law にヒステリシスが存在することがわかる。このような Tube-law は本実験を通じて変化せず、またヒステリシス特性についても、その再現性を確認した。

4. 数値計算による圧力損失の推算方法

流動方向に断面積が変化する場合の二相流の運動方程式は一般に次のように書ける⁽³⁾。

$$-\frac{\partial P}{\partial Z} = \{\rho_L(1-\alpha) + \rho_G\alpha\}g + \left(-\frac{\partial P}{\partial Z}\right)_{TP} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial Z} \{\rho_L A(1-\alpha)u_L^2 + \rho_G A\alpha u_G^2\} \quad (1)$$

ここで、 P は圧力、 ρ_L 、 ρ_G は液相、気相の密度、 α はボイド率、 A は管断面積、 u_L 、 u_G は液相、気相の流速、 Z は管軸に沿う座標で、弾性管入口（下端）を原点とし、垂直上向きを正方向とする。また g は重力加速度、 $(-\partial P / \partial Z)_{TP}$ は二相流における摩擦圧力降下成分を表す。

断面積が変化する場合には、絞りや拡大による損失を伴うが、管路途中での断面積変化は相対的にゆるやかで、これらの損失は主として弾性管の入口、出口部において顕著であると考えられる。そこで本報ではこれらの損失は入口部、出口部においてのみ考慮することにする。

Fig. 3 Tube-law (volume—averaged diameter vs.transmural pressure).

Fig. 4 Finite difference scheme.

式(1)を数値的に解くにあたって、Fig. 4 に示すメッシュ系に従って差分化を行う。つまり、弾性管の出口部を起点として管路に沿って i 番目のセルにおいて、中央で管内圧力 P_i 、管外圧力 P_{ei} 、ボイド率 α_i を定義し、セルの端で各相流速 u_{Li} 、 u_{Gi} を定義する。

$i-1$ 番目のセルの各相流速 u_{Li-1} 、 u_{Gi-1} 、ボイド率 α_{i-1} 、管内外圧力 P_{i-1} 、 P_{ei-1} 、断面積 A_{i-1} 、および i 番目のセルの圧力 P_i が既知とすると、連続の条件から、

$$u_{Gi} = \frac{G_{Gi}}{\rho_{Gi} A_i \alpha_i} \quad (2)$$

$$u_{Li} = \frac{G_{Li}}{\rho_L A_i (1 - \alpha_i)} \quad (3)$$

運動量保存式から圧力降下の重力、摩擦、加速の圧力降下の各成分 δP_{hi} 、 δP_{fi} 、 δP_{ai} は、それぞれ次式で与えられる。

$$\delta P_{hi} = \{ \rho_L (1 - \alpha_i) + \rho_{Gi} \alpha_i \} g \delta Z \quad (4)$$

$$\delta P_{fi} = \delta P_{L0i} \times \Phi_{Li}^2 \quad (5)$$

$$\delta P_{ai} = \frac{\rho_L A_{i-1} (1 - \alpha_{i-1}) u_{Li-1}^2 + \rho_{Gi} A_{i-1} \alpha_{i-1} u_{Gi-1}^2 - \rho_L A_i (1 - \alpha_i) u_{Li}^2 - \rho_{Gi} A_i \alpha_i u_{Gi}^2}{A_i} \quad (6)$$

そして、 $i+1$ 番目のセルの圧力 P_{i+1} は、

$$P_{i+1} = P_i + \delta P_{hi} + \delta P_{fi} + \delta P_{ai} \quad (7)$$

で求められる。

ここで、 δZ はセルの長さ、 δP_{L0i} は液単相流の摩擦成分、 Φ_{Li}^2 は二相摩擦乗数である。管摩擦係数の算出には、層流においては Hagen-Poiseuille の式、乱流においては Blasius の式を用いた。またそのときの代表長さとしては次式で示す水力相当直径を用いた。

$$D_{ei} = \frac{4 \cdot A_i}{S} \quad (8)$$

ここで S はぬれ縁長さで、基準状態での値に等しいとする。また A_i は管断面積である。

以上の計算を行うにあたって、以下の関係式を用いた。

まず、管断面積 A_i は、Fig. 3 に示すように Tube-law にヒステリシスが存在するため、実際にどちらの関係を用いればよいのか不明である。そこで、ここでは便宜上二つの特性の中央値（図中の破線）の関係で代表させることにした。

つまり、 i 番目のセルの外圧 P_{ei} と内圧 P_i から A_i は $P_{ei} - P_i$ の関数として Fig. 3 を用いて求められる。

ここで、 P_{ei} は出口部での外圧 P_{e0} が既知であるので次式で表される。

$$P_{ei} = P_{e0} + \rho_L g \frac{L}{M} \left(i - \frac{1}{2} \right) \quad (9)$$

ここで、 M はメッシュ数、 L は弾性管の長さである。

次に、ボイド率 α_i は Drift-Flux モデル⁽⁴⁾ より、次式で表される。

$$\alpha_i = \frac{x / \{ x + (1 - x) \frac{\rho_G}{\rho_L} \}}{C_{oi} + \frac{V_{Gi}}{\{ x / \rho_G + (1 - x) / \rho_L \} G_i}} \quad (10)$$

ここで、 x はクオリティ、 G_i は全質量速度で、各相容積流束 j_G 、 j_L を用いて次式で表される。

$$G_i = \rho_G j_{Gi} + \rho_L j_{Li} \quad (11)$$

また、 C_{oi} 、 V_{Gi} はそれぞれ、ボイド率および容積流束の分布に依存した分布パラメータおよびボイド率で重み付けした平均ドリフト速度で流動様式によって変化するものとし⁽⁴⁾、

$$\text{気泡流} : C_{oi} = 1.0 - 0.2 (\rho_G / \rho_L)^{0.5} \quad V_{Gi} = \sqrt{2} \{ \sigma g (\rho_L - \rho_G) / \rho_L^2 \}^{0.25}$$

$$\text{スラグ流} : C_{oi} = 1.2 \quad V_{Gi} = 0.35 \{ g D_{ei} (\rho_L - \rho_G) / \rho_L \}^{0.5}$$

$$\text{フロス流} : C_{oi} = 1.15 \quad V_{Gi} = 1.18 \{ \sigma g (\rho_L - \rho_G) / \rho_L^2 \}^{0.25}$$

$$\text{環状流} : C_{oi} = 1.0 \quad V_{Gi} = 23 \{ \mu_L j_{Li} / (\rho_G D_{ei}) \}^{0.5} (\rho_L - \rho_G) / \rho_L$$

とした。ここで σ は表面張力、 μ_L は液体の粘性係数である。また、流動様式の判定には、次式⁽⁵⁾を用いた。

気泡流からスラグ流への遷移式 (Govier Aziz)

$$j_{Gi} = 0.56 j_{Li} + 0.16 \{ g D_{ei} (\rho_L - \rho_G) / \rho_L \}^{0.5} \quad (12)$$

スラグ流からフロス流への遷移式 (Golan)

$$j_{Gi} = 0.139 \{ g D_{ei} \rho_L / \rho_G \}^{0.5} + 0.011 (\rho_L / \rho_G)^{0.5} j_{Li} \quad (13)$$

フロス流から環状流への遷移式 (Golan)

$$j_{Gi} = 0.545 \{ g D_{ei} \rho_L / \rho_G \}^{0.5} + 1.23 (\rho_L / \rho_G)^{0.5} j_{Li} \quad (14)$$

また、二相摩擦乗数としては、気泡流においては井上、青木の式(1)⁽⁶⁾

$$\Phi_{Li}^2 = \frac{1}{1 - \alpha_i} \left\{ 1 + 350 \frac{\alpha_i}{Re_{Li} Fr_{Li}} \right\}^{0.5} \quad (15)$$

また、スラグ流では Chisholm の相関式⁽⁷⁾

$$\Phi_{Li}^2 = 1 + \frac{C}{\chi_i} + \frac{C}{\chi_i^2} \quad (16)$$

$$\chi_i^2 = \frac{\delta P_{Loi}}{\delta P_{Goi}} \quad (17)$$

また、フロス流、環状流では井上、青木の式(2)⁽⁸⁾を用いることとした。

$$\Phi_{Li}^2 = 1 + 250 \frac{x}{1 - x} \quad (18)$$

ここで δP_{Loi} 、 δP_{Goi} は各相が単独で管を満たして流動したときの摩擦圧力降下成分で、 C は各相が乱流か層流かによって異なった値をもち、たとえば気液両相が乱流の場合には $C = 20$ となる。

Re_{Li} 、 Fr_{Li} は、それぞれ各区間での液相レイノルズ数、液相フルード数で次式で定義される。

$$Re_{Li} = \frac{\rho_L j_{Li} D_{oi}}{\mu_L} \quad (19)$$

$$Fr_{Li} = \frac{j_{Li}^2}{g D_{oi}} \quad (20)$$

弾性管の出口部、入口部における絞りによる損失は、液単相流に対する損失に二相摩擦乗数をかけることによって、二相流に対する値とした。

$$\delta P_{\xi i} = \delta P_{\xi oi} \times \Phi_{Li}^2 \quad (21)$$

ここで、拡大の場合は、

$$\delta P_{\xi oi} = \xi_i \left(1 - \frac{A_i}{A_{i-1}} \right) \frac{\rho_L j_{Li}^2}{2} \quad (22)$$

縮小の場合は、

$$\delta P_{\xi oi} = \zeta_{ci} \frac{\rho_L j_{Li}^2}{2} \quad (23)$$

式(22)、式(23)における ξ および ζ は、各要素の入口部断面積と出口部断面積との比によって与えられる損失係数⁽⁹⁾で、Table 1、Table 2 にその値を示す。なお、Table 1 における θ は広がり角で次式で定義した。

$$\theta_i = \tan^{-1} \frac{D_{i-1} - D_i}{2 \delta Z} \quad (24)$$

Table 1 Resistance coefficient ξ in Eq.(22)⁽⁹⁾.

θ	10°	20°	30°	40°	50°	60°	90°	180°
ξ	0.15	0.41	0.68	0.82	0.92	1.1	1.1	1.1

Table 2 Resistance coefficient ζ_c in Eq.(23)⁽⁹⁾.

A_{i-1}/A_i	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
ζ_c	0.41	0.38	0.34	0.29	0.24	0.18	0.14	0.08	0.0	0

数値計算においては上部剛性管出口部の大気圧を境界条件とし、上部剛性管部については断面積一定として全圧力降下を算出して、これによって弾性管出口部の内圧 P_e を決定した。

5. 水単相流における圧力損失特性

ここでは水単相流の実験結果と計算結果について述べる。ここで、弾性管部での全圧力降下より重力成分を差し引いた圧力降下の値を $\Delta P_r/L$ とし、 $\Delta P_r/L$ と Q_L の関係の実験結果および計算結果を Fig. 5 に示す。

弾性管中央位置での外圧 P_e が25、35kPaの場合には圧力降下 $\Delta P_r/L$ は水流量 Q_L の増加とともに単調に増加するが、外圧が45kPa以上になると水流量 Q_L の少ないところで急激に増加しその後ゆるやかに増加する傾向が見られる。これは、外圧が高く、かつ水流量の少ない場合、たとえば図中の点Aでは内圧が外圧に対し相対的にかなり低いので管が大きくつぶれた状態にあり、水流量の増加とともに摩擦損失が大きく増加する。一方、水流量が比較的大きい場

Fig. 5 Single-phase pressure drop.

合、たとえば図中の点Bでは、内外圧差が小さくなるため、管が拡がり摩擦損失の増加が抑えられるためと考えられる。また実線で示した計算結果は、実験値と定性的にも定量的にもよく一致しており、この数値計算によって弾性管の圧力損失特性をほぼ推算できるものと考えられる。

また、Conrad⁽¹⁾やOhbaら⁽²⁾の実験結果では、圧力降下が Q_L の増加とともに減少する、いわゆる負性抵抗特性が認められ、そこで流量脈動が観察されることが報告されているが、本実験範囲では負性抵抗特性は認められなかった。大場らの実験では一般に弾性管の長さが短く、流動方向の断面積変化が本実験の場合と比べてかなり大きいため、断面積急変部での流れの剥離をはじめとする流れの微細な構造や流体力学的な不安定が関与していると思われる。それに対して本研究では断面積変化は全体的にゆるやかで、大きな断面積変化は主に出入口部に限定され、全圧力降下のうち出入口部における値は相対的にかなり小さい。したがって、Ohbaらの実験において重要な流れの微細な構造がここではあまり問題とならない。

また、本実験においても比較的高外圧の条件のもとで流量脈動が観察されたが、その脈動の周期はせいぜい流動時間と同オーダーであった。この脈動がOhbaらの観察した脈動と機構的に同じものかどうか現状では不明であり、今後検討する予定である。

6. 気液二相流におけるボイド率と圧力損失の特性

本節では気液二相流におけるボイド率、圧力損失特性の実験結果および数値計算結果について述べる。

6.1 ボイド率特性

Fig. 6、Fig. 7 にテスト部平均ボイド率 α の測定結果と大気圧換算の空気流量 Q_G との関係を示す。いずれの場合も α は Q_G とともに増加し、 Q_L の増加とともに減少する傾向にあり、通常の剛性管における特性と基本的には同様である。外圧が高い場合と低い場合のボイド率を比較すると、外圧が高い55kPaの場合の方が若干小さな値をとる。これは、後述の圧力降下特性でも明らかなように、外圧が高い方が圧力降下つまり管内圧が高く、気液密度比 ρ_L/ρ_G が相対的に小さいことによると思われる。

図には弾性管に沿う圧力分布が直線状であると仮定して求めた管長の中央位置での内圧を代

Fig. 6 Void fraction.

Fig. 7 Void fraction.

表圧力とし、そこでの外圧との差を用いて求めた管断面積に対して算出した Drift-Flux モデルによるボイド率と、その代表圧力のもとで算出した Smith の式⁽⁶⁾による結果をそれぞれ実線、破線で示す。いずれの場合もこれらの二つの相関式による結果は実験結果とはほぼ一致し、特異な性質は認められなかった。さらに、本数値計算においては既述のように Drift-Flux モデルを用いているが、この数値計算によるテスト部平均ボイド率と実験結果との比較を Fig. 8、Fig. 9 に示す。外圧が高い場合には計算値の方が若干大きな値を示すようではあるが、全体的にはほぼ一致しているとみなすことができ、ここでのボイド率の評価が妥当なものであることがわかる。

6. 2 気液二相流における圧力降下特性

各流動条件におけるテスト部での単位長さ当りの全圧力降下 $\Delta P_t / L$ と空気流量 Q_G との関

Fig. 8 Void fraction (Comparison between experimental and calculated results).

Fig. 9 Void fraction (Comparison between experimental and calculated results).

係および計算結果をFig.10、Fig.11に示す。全圧力降下はいずれの場合も、 Q_g に対して緩やかに増加している。また、外圧の増加とともに、 $\Delta P_t/L$ は大きくなっている。これは、水単相流のときと同様に弾性管が大きく変形しているため、主として摩擦成分が Q_g の増加とともに大きくなることによる。

Fig.10 Two-phase pressure drop.

Fig.11 Two-phase pressure drop.

実線で示した数値計算結果では Q_g の少ないところで $\Delta P_t/L$ が Q_g の増加とともにわずかに減少している。これはこれらの領域では全圧力降下内に占める重力成分の割合が相対的に大きいことによる。本実験範囲内において、計算結果はほぼ全域で実験値とよく一致しており、本報で用いた数値計算により二相流における圧力降下も推算できることがわかった。

次に、数値計算によって求めた管軸方向の断面積変化の様子をFig.12、Fig.13に示す。

外圧の低い場合には内圧は単調に増加し、それとともに断面積変化も非常にゆるやかに変化している。一方、外圧が高い場合には、弾性管出口付近で内圧が急激に増加し、その後上流に向かって緩やかに増加している。断面積も内圧の変化と同様に出口付近で急激に変化している。

Fig.12 Distribution of cross sectional area

Fig.13 Distribution of cross sectional area

一般に内外圧差に依存してその断面積が変化する場合には、最も大きな内外圧力差は管内の圧力勾配に依存して出口もしくは入口付近において観察され、そこでの断面積変化は急激であるが、それはごくせまい範囲に限られる。したがって、そのような比較的長い管路の圧力降下のうちの摩擦、加速、重力の各成分の計算においては、管路の断面積が内外圧差によって管長方向に変化することを考慮しなければならないのは当然であるが、管路の断面変形による流動損失については出入口部においてのみ考慮しておけば十分であろう。また、出入口部を除く管路の大部分の領域では通常の剛性管に対して用いられているボイド率や摩擦損失の相関式が適用できる。

7. 結言

今回行った実験および数値解析で以下に示すような結論を得た。

水単相流において弾性管の圧力損失は、外圧が低い場合には水流量の増加と共に単調に増加

するが、外圧が高い場合には低流量で急激に増加し、その後緩やかに増加し、流量の増加に対する圧力降下の増加の割合は次第に小さくなる。

気液二相流においては、ボイド率は Drift-Flux モデルや Smith の式にはば一致すること、また全圧力降下は気液流量や外圧の増加とともに増加することがわかった。

このような内外圧差によって断面が変化する比較的長い弾性管の圧力降下やボイド率は弾性管を断面が流動方向に対し変化している剛性管の集合体と考え、従来、剛性管に対して用いられてきた圧力降下やボイド率の相関式を用い、また水力相当直径を代表長さとすることによって、推算できることが分かった。

本研究を遂行するにあたり、ご協力いただいた当時学生、山崎勝也、森 隆、小浜 卓の諸氏に感謝いたします。

参考文献

- (1) Conrad, W.A. : IEEE Trans. Bio-Medical Eng., BME-16-4, 284-295 (1969).
- (2) Ohba, K. et al. : Tech. Rept. Kansai Univ. No25, 1-13 (1984).
- (3) Lahey, Jr., R.T. and Moody, F.J. : The Thermal-Hydraulics of a Boiling Water Nuclear Reactor, ANS (1979).
- (4) Zuber, N. and Findlay, J.A. : Trans. ASME, J.Heat Transfer, 87, 453-468 (1965).
- (5) 日本機械学会編：気液二相流技術ハンドブック、コロナ社 (1989).
- (6) 井上 晃、青木成文：機論 (第 2 部) 36-288、1358-1365 (1970).
- (7) Chisholm, D., D., Int. J. Heat Mass Transfer, 10, 1767-1778 (1967).
- (8) 井上 晃、青木成文：機論 32-238, 940-947 (1966).
- (9) 日本流体力学会編：流体力学ハンドブック、6-2、207、丸善 (1987).