三流体モデルに基づく環状噴霧流の予測手法に関する研究^{*} (第一報 方程式系の数値的安定性に関する検討)

Study on Prediction of Annular-Mist Flow based on the Three-Fluid Model
(1st Report, Examination on Numerical Stability of Governing Equation System)

富山 明 男^{**}
TOMIYAMA Akio

片岡 勲^{***}
KATAOKA Isao

古谷 直 哉[†]
FURUTANI Naoya

坂口 忠 司^{**}
SAKAGUCHI Tadashi

菅原 悟^{††}
SUGAWARA Satoru

Abstract The three-fluid model is one of the most advanced models for phenomenologically analyzing annular mist flow. However, a numerical solution based on the three-fluid model often suffers from unclarified numerical instability. The numerical stability was therefore analyzed in the present study using the minimum relaxation distance of the three-fluid model for the annular mist flow in a vertical heated channel. This analysis made it clear that the instability is apt to occur at the onset of the annular flow and in the vicinity of the dryout location. It was also clarified that the virtual mass force has little effect on the improvement of the numerical stability. Then, a partially implicit method for momentum transfer terms was applied to the numerical integration of the three fluid model. It was confirmed that the numerical stability is improved by this method without increasing the difficulty of the programming.

Keywords : Three-Fluid Model, Annular-Mist Flow, Numerical Stability, Relaxation Distance, Partial Implicit Method

1. 緒 言

環状噴霧流を構成する液膜・液滴・蒸気の各々に対して質量や運動量の保存を適用する一次元三流体モデルが、沸騰水型原子炉(BWR)燃料集合体のドライアウト解析等に近年使用されるようになった[1-4]。本モデル

の特徴は、ドリフトフラックスモデルや二流体モデルでは十分考慮できなかった、液膜からの液滴の飛散、液滴の液膜への付着、液膜の蒸発等の質量輸送の素過程、及びこれらの質量輸送に伴う運動量輸送や界面抗力等を考慮した現象論的解析が可能な点にある[5]。

* 1993.8.9 受付

** 神戸大学工学部機械工学科 〒657 神戸市灘区六甲台町1-1
TEL(078)881-1212(5160) FAX(078)881-0036

*** 京都大学原子エネルギー研究所

† 神戸大学大学院工学研究科

†† 動力炉・核燃料開発事業団大洗工学センター

かしながら、三流体モデルに基づく環状噴霧流解析はまだ十分完成された段階には達しておらず、(1)構成方程式の評価・改良、(2)高精度・高効率の数値解法の確立、(3)信頼できる実験データベースの構築等が不可欠な状況にある。本研究では、Sugawara[2]によって開発された定常一次元三流体モデルに基づく単管内液膜ドライアウト解析プログラムFIDAS-1DS(Film Dryout Analysis in Subchannel-1 Dimensional Steady)を参照モデルとして、上記の各項目に関して体系的に研究を行なうことを目的としている。本報では、このうち三流体モデルの数値計算上の課題を対象としている。実際に計算を行なった経験から判断すると[3,6]、定常一次元三流体モデルは非常に解きにくい方程式系を構成していると考えられる。しかし、定常一次元三流体モデルの数値的安定性は未だ明らかにされておらず、数値的不安定性に起因する数値解の発散や振動に悩まされているのが現状である。例えば、BWR条件の計算をする場合、数値積分の空間刻み幅 Δz を 10^{-4} m 程度の非常に小さな値にしないと安定な数値解が得られないことが多い。

そこで本研究では、既報[7]に提示した支配方程式系の最小緩和距離に基づく安定性解析手法により、三流体モデルの数値的安定性の定量的評価を試みた。この際、三流体モデルにおいても二流体モデルと同様に仮想質量力による安定性の向上が実現できるか否かについても検討した。また、計算の複雑化を伴わずに数値的安定性を向上できる数値解法についても数値実験的に検討した。

2. 対象とする基礎方程式と構成方程式

本研究では、垂直管内強制沸騰流動系環状噴霧流を記述する支配方程式系として、FIDAS-1DS コードの基礎方程式・構成方程式を採用する。この支配方程式系は気液両相とも飽和状態を仮定した定常一次元三流体モデルに基づいており、現時点で最も信頼できる基礎方程式と構成方程式により構成されて

いると考えられる。以下、FIDAS-1DSの支配方程式系を整理しておく。

基礎方程式には、Saitoら[1]によって導入された以下の質量保存式(1)-(3)、運動量保存式(4)-(6)、状態方程式(7)、(8)、体積率定義式(9)が用いられている。

$$\frac{d\rho_G \alpha_G V_G}{dz} = M_B \quad (1)$$

$$\frac{d\rho_F \alpha_F V_F}{dz} = -M_B - M_E + M_D \quad (2)$$

$$\frac{d\rho_E \alpha_E V_E}{dz} = M_E - M_D \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_G \alpha_G V_G^2}{dz} + \alpha_G \frac{dp}{dz} \\ = -F_{FG} - F_{EG} + M_B V_F - \alpha_G \rho_{GG} \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_F \alpha_F V_F^2}{dz} + \alpha_F \frac{dp}{dz} \\ = F_{FG} - F_{EF} - F_{WF} + M_D V_E \\ - (M_E + M_B) V_F - \alpha_F \rho_{FG} \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_E \alpha_E V_E^2}{dz} + \alpha_E \frac{dp}{dz} \\ = F_{EF} + F_{EG} - M_D V_E \\ + (M_E + M_B) V_F - \alpha_E \rho_{EG} \quad (6) \end{aligned}$$

$$\rho_G = \rho_G(p, H_G) \quad (7)$$

$$\rho_F = \rho_E = \rho_F(p, H_F) \quad (8)$$

$$\alpha_G + \alpha_F + \alpha_E = 1 \quad (9)$$

ここで、添字のG, F, Eは各々蒸気、液膜、液滴を、記号の ρ は密度(kg/m^3)、 α は体積率、 V は速度(m/s)、 p は圧力(Pa)、 H はエンタルピー(kJ/kg)、 M_B は液膜の蒸発量

(kg/m³s)、 M_E は液滴飛散量(kg/m³s)、 M_D は液滴付着量(kg/m³s)、 F_{ij} は流体*i*と流体*j*間の界面抗力(Pa/m)、 F_{WF} は液膜と管壁間の摩擦力(Pa/m)、 g は重力加速度(m/s²)、 z は流れ方向位置(m)を表す。

式(1)-(9)を数学的に閉じた形とするために、FIDAS-1DSでは以下に示す構成方程式が用いられている。まず、質量輸送項は次式で評価される。

$$M_B = \frac{4q_w}{DH_{GL}} \quad (10)$$

$$M_D = \frac{4}{D} k_D C \quad (11)$$

$$M_E = \frac{4}{D} (m_E + m_{BE}) \quad (12)$$

ここで、 D は管直径(m)、 q_w は壁面熱流束(kW/m²)、 H_{GL} は潜熱(kJ/kg)である。また、 C は平均液滴濃度(kg/m³)、 k_D は液滴伝達係数(m/s)、 m_E は液滴飛散流束(kg/m²s)、 m_{BE} は液膜の沸騰に起因する液滴飛散流束(kg/m²s)を表し、各々以下の式で評価されている。

$$C = \rho_E \alpha_E / (\alpha_E + \alpha_G) \quad (13)$$

$$k_D = 0.009 V_G (C / \rho_G)^{-0.5} Re_G^{-0.2} Pr_G^{-2/3} \quad (14)$$

$$m_E = 1.07 \frac{\mu_F}{\sigma^2} \left(\frac{\rho_F}{\rho_G} \right)^{0.4} \tau_{FG} \Delta h_{eq} V_G \quad (15)$$

$$m_{BE} = \frac{q_w C}{H_{GL} \rho_G} \exp \left(- \frac{t_F \sqrt{\tau_{WF} / \rho_F}}{4761 (\mu_F / \mu_G)^{2.66} \mu_F / \rho_F} \right) \quad (16)$$

ただし、

$$Re_G = \rho_G V_G D / \mu_G$$

$$\Delta h_{eq} = \begin{cases} k_S = t_f (0.57 + t_f (2.173 \times 10^4 - t_f (3.88 \times 10^7 - 5.568 \times 10^{10} t_f))), & Re_G \geq 10^5 \\ k_S \{2.136 \log_{10} Re_G - 9.68\}, & Re_G < 10^5 \end{cases} \quad (18)$$

ここで、 Pr はプラントル数、 μ は粘性係数(kg/ms)、 Re_G は気相レイノルズ数、 Δh_{eq} は擾乱波の平均波高(m)、 t_F は後出の式(32)で定義される平均液膜厚さ(m)、 τ_{FG} 、 τ_{WF} は各々、液膜-蒸気間界面抗力、液膜-管壁間摩擦応力(N/m²)である。なお、式(14)中の Pr は本来 Schmidt 数 Sc とすべきであるが、 Pr と Sc の比で定義される Lewis 数 $Le (= Sc / Pr)$ を 1 と仮定しているため、式(14)中では Pr が用いられている。

壁面摩擦項は標準的な以下の諸式で評価されている。

$$F_{WF} = \frac{4}{D} \tau_{WF} \quad (19)$$

$$\tau_{WF} = f_{WF} \frac{\rho_F}{2} |V_F| V_F \quad (20)$$

$$f_{WF} = \begin{cases} 0.079 Re_F^{-0.25} & (Re_F \leq 10^5) \\ 0.0008 + 0.05525 Re_F^{-0.237} & (Re_F > 10^5) \end{cases} \quad (21)$$

$$Re_F = \frac{\rho_F \alpha_F V_F D}{\mu_F} \quad (22)$$

ここで、 f_{WF} は管摩擦係数、 Re_F は液膜レイノルズ数である。液滴-蒸気間の界面抗力は、液滴を剛体球近似した以下の諸式で評価されている。

$$F_{EG} = \frac{1.5 \alpha_E}{d_E} \tau_{EG} \quad (23)$$

$$\tau_{EG} = f_{EG} \frac{\rho_F}{2} |V_G - V_E| (V_G - V_E) \quad (24)$$

$$f_{EG} = \frac{24}{Re_E} + \frac{3.1}{Re_E^{0.313}} + \frac{0.42}{1 + 42500 Re_E^{-1.16}} \quad (25)$$

$$Re_E = \frac{\rho_F |V_G - V_E| d_E}{\mu_F} \quad (26)$$

ただし、 f_{EG} は剛体球の抗力係数[8]、 Re_E は液滴レイノルズ数である。また、 d_E は平均液滴径(m)であり、臨界Weber数 We を3程度の値として次式から計算される。

$$d_E = \frac{\sigma We}{\rho_G (V_G - V_E)^2} \quad (27)$$

液膜－蒸気間の界面摩擦は次式[9]で評価される。

$$F_{FG} = \frac{4\sqrt{1-\alpha_F}}{D} \tau_{FG} \quad (28)$$

$$\tau_{FG} = f_{FG} \frac{\rho_G}{2} |V_G - V_F| (V_G - V_F) \quad (29)$$

$$f_{FG} = \frac{0.079}{Re_G^{0.25}} (1 + 300 \frac{t_F}{D}) \quad (30)$$

$$Re_G = \frac{\rho_G |V_G - V_F| D \sqrt{1-\alpha_F}}{\mu_G} \quad (31)$$

$$\frac{t_F}{D} = \frac{1 - \sqrt{1-\alpha_F}}{2} \quad (32)$$

以上が、FIDAS-1DSの支配方程式系である。ただし、実際に計算を行なう際には、上記の諸式に加えて各相の密度、エンタルピー、粘性係数、表面張力等の評価式が必要となる。本研究では、原子炉のように高温高圧条件下の飽和水・蒸気系を取り扱うので、温度及び圧力の変化は小さいと仮定できる。従って、エンタルピー、粘性係数、表面張力は定数と

仮定し、密度は系圧力のみの関数とする。

3. 緩和距離に基づく数値的安定性の評価

3.1 数値計算方法と数値計算例

各相の密度を系圧力のみの関数と仮定したため、密度を支配方程式系の従属変数から除去できる。従って、前述の支配方程式系を以下の非線形7元連立常微分方程式の形に整理できる。

$$\begin{pmatrix} * & 0 & 0 & * & 0 & 0 & * \\ 0 & * & 0 & 0 & * & 0 & * \\ 0 & 0 & * & 0 & 0 & * & * \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 & * & * \\ 0 & * & 0 & 0 & * & 0 & * \\ 0 & 0 & * & 0 & 0 & * & * \\ 0 & 0 & 0 & * & * & * & * \end{pmatrix} \frac{d}{dz} \begin{pmatrix} \alpha_G \\ \alpha_F \\ \alpha_E \\ V_G \\ V_F \\ V_E \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} * \\ * \\ * \\ * \\ * \\ * \\ * \end{pmatrix} \quad (33)$$

ここで*は非零要素を表す。便宜上、上式を以下のようにベクトル表示しておく。

$$A \frac{d\mathbf{X}}{dz} = \mathbf{b} \quad (34)$$

さらに、代数計算を行ない上式を $d\mathbf{X}/dz$ に関して解くと、以下の形に変形できる。

$$\frac{d\mathbf{X}}{dz} = \mathbf{f}(\mathbf{X}) \quad (35)$$

ここで、 $\mathbf{f}(\mathbf{X})$ は7個の要素からなる縦ベクトルであり、各要素は従属変数 $\mathbf{X}$ の関数である。上式は非線形連立常微分方程式の初期値問題を構成しているので、オイラー法やルンゲクッタ法等の数値積分法により解を求められる[10]。例えば、オイラー法の場合、

$$\mathbf{X}(z + \Delta z) = \mathbf{X}(z) + \Delta z \mathbf{f}(\mathbf{X}(z)) \quad (36)$$

により数値解が得られる。ここで、 Δz は数値積分の刻み幅を表す。

Fig. 1 (a)に、Würtz[11]による垂直一様加熱管内ドライアウト実験を、オイラー法を用いて計算した結果の一例を示す。計算条件は、 $\Delta z = 0.0002\text{m}$ 、質量速度 $G = 2000\text{kg/m}^2\text{s}$ 、入口サブクール $H_{\text{sub}} = 52.67\text{kJ/kg}$ 、 $p = 7.0\text{MPa}$ 、 $D = 0.01\text{m}$ 、 $q_w = 870\text{kW/m}^2$ 、

(a) $\Delta z=0.0002\text{m}$

(b) $\Delta z=0.008\text{m}$

Fig. 1 An example of dryout analysis.

加熱管長 $L=4\text{m}$ である。なお、環状噴霧流に至るまでのサブクール沸騰部及び飽和気泡流～チャーン流部は、各々スリップ流モデル[12,13]と二流体モデル[7]を用いて計算している。本条件における限界熱流束実験値は 943 kW/m^2 であり、 -7.8% の実験値との差で限界熱流束を予測できている。一方、Fig. 1 (b)は同じ計算を $\Delta z=0.008\text{m}$ として行なった結果である。本図より、環状流への遷移位置付近($z=1.6\text{m}$)及びドライアウト発生位置付近($z=4\text{m}$)で数値的不安定が発生していることがわかる。 Δz を 0.008m 以上にすると数値解は発散した。本結果からわかるように、三流体モデルで使用できる刻み幅は非常に小さく、BWR燃料集合体のように 4m 程度の管長を計算する際には $500\sim 1000$ 程度の分割数が必要となる。単一管であれば、このように多くの分割数であっても短時間で計算できる。しかしながら、燃料集合体のサブチャン

ネル解析では、およそ100個程度の副流路を同時に解析する必要がある。また、ある流動条件下における限界出力を予測するためには、集合体出力を変更しながら3～10回程度の計算を実行する必要がある[6]。このため、安定な数値解をより速く求められる手法が必要不可欠といえる。

3. 2数値的安定性の評価

以下、数値的不安定性の発生条件を定量的に評価する。安定性評価には、既報[7]に提示した常微分方程式の緩和距離に基づく安定性解析手法を用いる。ここで、緩和距離とは、従属変数の値が e 倍あるいは $1/e$ 倍になるのに要する距離を意味する(より厳密に言えば、固有ベクトルのノルムが e 倍あるいは $1/e$ 倍になるのに要する距離)。本手法により定量的に妥当な安定性評価が行なえることは、既に一次元定常二流体モデルを対象として確認している。ただし、本手法における安定条件

は「非物理的な数値振動が発生しない条件」であり、通常安定性の定義である「数値解が指数関数的に増大しない条件」とは異なる。従って、本手法では、Fig. 1 (b)のように数値解に非物理的振動が発生しても指数的には増大しない場合でも、不安定と判断される。以下に、安定性解析手法を整理しておく。

まず、式(35)の変分をとり線形化すると

$$\frac{d\delta X}{dz} = \frac{\partial f}{\partial X} \delta X = J \delta X \quad (37)$$

となる。ここで、Jは7行7列のヤコビ行列である。Jの7個の固有値 λ_i ($1 \leq i \leq 7$)の最大絶対値の逆数 ξ_m が、非線形連立常微分方程式(35)に内在する最小緩和距離である。この最小緩和距離よりも数値積分の刻み幅 Δz が大きいと、数値解に非物理的振動が発生するようになる。従って、 ξ_m が安定限界の最大刻み幅 $\Delta z_{\max}$ に対応し、数値解の安定条件は次式で与えられる。

$$\Delta z \leq \xi_m \quad (38)$$

ここで ξ_m は次式から求められる。

$$\xi_m = \min |\lambda_i^{-1}| \quad (1 \leq i \leq 7) \quad (39)$$

以下、前節に示したWürtzの実験条件を対象として安定性解析を行なう。まず、Fig. 1 (a)の計算で得られた従属変数の値を用いて流れ方向の各位置におけるヤコビ行列の要素を計算した。次に、非対称実行列の固有値解法であるダブルQR法[14]を用いて各位置における固有値を求め、式(39)から最小緩和距離すなわち安定限界刻み幅を導出した。この際、仮想質量力が安定性に及ぼす影響を調べるために、Drewら[15]が提示した座標変換に関して客観性のある“揚力と仮想質量力の合力”に関する以下の構成方程式を導入した場合の最小緩和距離も求めた。

液滴－蒸気間：

$$F_{VM,EG} = \frac{\alpha_E \rho_G}{2} \{ (-V_G + 2V_E) \frac{dV_G}{dz} - V_E \frac{dV_E}{dz} \} \quad (40)$$

液膜－蒸気間：

$$F_{VM,FG} = \frac{(3-2\alpha_G)(\rho_G \alpha_G + \rho_F \alpha_F)}{2} \times \{ (V_F \frac{dV_G}{dz} - V_G \frac{dV_F}{dz}) \} \quad (41)$$

式(40)において、液滴は十分小さく球形を仮定できると考え、仮想質量係数を1/2としている。一方、液膜－蒸気間に仮想質量力を考えるのは物理的には不相当であるが、仮想質量力により数値解はほとんど変化しないこと、及び数値解の安定性は仮想質量力により大きく変化する可能性があることを考えて、構成方程式として式(41)を導入した。なお、式(41)における仮想質量係数には原子炉安全性解析コードRELAP[16]のモデルを用いている。

Fig. 2に最小緩和距離の計算結果を示す。本図には、参考として、環状流遷移位置より上流側の二流体モデルで計算している部分の最小緩和距離も示してある。本結果より、定常一次元三流体モデルに使用できる空間刻み幅は非常に小さいこと、及び環状流遷移位置付近と液膜流量が低下しドライアウトが生じる近傍で極端に最小緩和距離が小さいことがわかる。 $\Delta z = 0.008\text{m}$ とした Fig. 1 (b)の計算では、環状流遷移位置付近とドライアウト点付近で不安定となったが、この部分では $\Delta z > \xi_m$ であり安定条件(38)が満たされていないことが確認できた。また、二流体モデルの場合には仮想質量力の導入により最小緩和距離が3倍程度に増加するのに対し、三流体モデルでは仮想質量力による数値的安定性の向上は殆どないことがわかる。この原因の一つとして、液滴の周囲の流体である気相の密度が小さいため仮想質量力の値が小さいことが考えられる。なお、質量速度や熱流束等の流動条件を変更して計算した場合も、(1)遷移位置やドライアウト点付近で最小緩和距離が

Fig. 2 Minimum relaxation distance.

小さくなる傾向、及び(2)仮想質量力が安定性向上に役立たないという傾向は同じであった。

以上、安定性解析により、三流体モデルの数値的安定性を向上させるには数値解法自体を修正する必要があることを確認できた。

4. ソース項の陰的取扱による数値的安定性の変化

以下、単純な数値解法で計算速度を向上させる方法を検討する。単に安定限界刻み幅を増加させることを目的とするならば、式(35)の右辺ベクトルを陰に評価し、

$$\mathbf{X}^{n+1} = \mathbf{X}^n + \Delta z \mathbf{f}(\mathbf{X}^{n+1}) \quad (42)$$

とすればよい。ここで、

$$\mathbf{X}^n = \mathbf{X}(n \Delta z) \quad (43)$$

である。しかし、式(42)は $\mathbf{X}^{n+1}$ に関する非線形代数方程式を構成しているため、解 $\mathbf{X}^{n+1}$ を得るためにはニュートン法等の反復解法が必要となる。このため、計算時間は逆に増加してしまう(原版のFIDAS-1DSは開発当初ニュートン法を用いており、式(36)のオイラー法を用いる場合に比べ約20倍の計算時間を要していた[17])。また、ニュートン法を用いる場合、構成方程式を変更する度にプログラムを大幅に修正しなければならない。

そこで本研究では、非定常二流体モデルの数値計算[18]で用いられている“ソース項を

部分的に陰に取り扱う方法”により、どの程度定常二流体モデルの安定性が向上するかを検討した。簡単のため、運動量保存式(4)-(6)を簡略化した次式を用いて、部分陰解法を説明する。

$$\frac{dV}{dz} = KV^2 + MV + S \quad (44)$$

上式右辺第1項は運動量保存式の界面抗力項や壁面摩擦項に対応し、第2項は質量輸送に伴う運動量輸送項、Sは重力項等の他の項に対応する。部分陰解法とは、上式を以下のように差分化する方法である。

$$\frac{V^{n+1} - V^n}{\Delta z} = K^n V^n V^{n+1} + M^n V^{n+1} + S^n \quad (45)$$

上式は V^{n+1} に関して線形なので、次式に示すように単純な代入計算のみで解 V^{n+1} を得ることができる。

$$V^{n+1} = \frac{V^n + S^n}{1 - \Delta z(K^n V^n + M^n)} \quad (46)$$

従って、 Δz だけ位置を進めるのに要する計算時間はオイラー法と等しい。また、構成方程式の変更も容易である。さらに、以下に示すように、部分陰解法は数値解の安定性を向上させる可能性を持つ。簡単のためS及びξを定数とする以下の線形常微分方程式、

$$\frac{dV}{dz} = \frac{V}{\xi} + S \quad (47)$$

を考えると、厳密解はβを積分定数として次式で与えられる。

$$V = \beta e^{z/\xi} - S\xi \quad (48)$$

従って、ξが式(47)の緩和距離となる。このため、式(47)をオイラー法(式(36))で解く場合、安定条件は $\Delta z \leq \xi$ となる。一方、線形常微分方程式に対する部分陰解法は完全陰解法に等しいので無条件安定となり、任意のΔzで安定解が得られる[10]。式(45)と式(47)は $\xi = 1/(K^n V^n + M^n)$ とみなすと同型である。

Table 1 Maximum Δz for stable calculation.

Implicitly-Treated Terms	Virtual Mass	$\Delta z_{\max}$
$F_{FG} F_{EG}$	—	$2.5 \xi_m$
$F_{FG} F_{EG} \quad M_D V_E M_E V_F M_B V_F$	—	$2.7 \xi_m$
$F_{FG} F_{EG} F_{WF} M_D V_E M_E V_F M_B V_F$	—	$5.0 \xi_m$
$F_{FG} F_{EG} F_{WF} M_D V_E M_E V_F M_B V_F$	Eqs. (40), (41)	$9.0 \xi_m$

従って、式(45)は $1/(K^n V^n + M^n)$ を緩和距離とする式(47)に完全陰解法を適用した式とみなせる。このため、数値的安定性の向上が期待できる。なお、緩和距離は常微分方程式自体に内在する量なので、数値解法を陽解法から部分陰解法に変更しても緩和距離の大きさは変化しない。数値解法による安定性の変化は、緩和距離の増加によってもたらされるのではなく、緩和距離による数値的安定性の制約が緩和されるために生じる。このため、常微分方程式の固有値解析から解析的に安定性の変化を調べることはできない。また、界面抗力項、壁面摩擦項、質量輸送に伴う運動量輸送項、仮想質量力項のどの項を部分的に陰に取り使えば安定性が向上するのかも、実際に数値計算を実施して調べる以外に検討の方法はない。

そこで、部分陰解法による数値的安定性の変化を数値実験的に調べた。この際、(1)界面抗力項のみを陰にした場合、(2)界面抗力項と質量輸送に伴う運動量輸送項を陰にした場合、(3)界面抗力項、壁面摩擦項、質量輸送に伴う運動量輸送項の全ての項を陰にした場合、(4)全ての項を(3)と同様に陰的にしさらに仮想質量項を加えた場合、の4種のプログラムを作成して前述の例題を計算し、Fig. 2に示した最小緩和距離の何倍まで Δz を大きくできるかを調べた。Table 1に結果を示す。運動量保存式中の界面抗力項や質量輸送に伴う運動量輸送項のみを陰に取り扱っても、最小緩和距離の2.5倍程度にしか安定性は向上しなかった。しかし、壁面摩擦項も陰に取り扱くと5倍に、さらに仮想質量

力を考慮すると9倍に増加した。なお、解法の変更及び仮想質量項の付加による数値解の変化はなかったことを付記しておく。

以上、部分陰解法により数値積分の空間刻み幅を3倍から9倍程度に増加できることを確認できた。

5. 結 言

本研究では、Sugawaraが提示した強制流動飽和沸騰系環状噴霧流に対する定常一次元三流体モデルを参照モデルとして、三流体モデルの数値的安定性の評価及び安定性を向上させる解法の検討を行なった。安定性の評価には、常微分方程式に内在する最小緩和距離に基づく安定性解析手法を用いた。また、安定性向上の手段として、運動量保存式中の運動量輸送項を部分的に陰に評価する手法の有効性を検討した。その結果、以下の結論を得た。

(1)安定性解析より、(a)三流体モデルは二流体モデルより安定限界刻み幅が小さく解きにくい方程式系を構成していること、(b)環状流への遷移位置やドライアウト点付近で安定限界刻み幅が極端に小さくなること、(c)仮想質量力を考慮しても安定性は向上しないことが定量的に確認できた。

(2)計算の複雑さを増加させずに安定性を向上させる手段として、部分陰解法と仮想質量力を併用する方法が有効であることを数値実験的に確認した。

なお本研究は、日本混相流学会“三流体モデル詳細熱流動解析コード検討専門委員会(主査：坂口忠司)”が動力炉・核燃料開発事業団から委託を受けて実施した研究の成果の一部であることを付記しておく。

Nomenclature

A	: coefficient matrix	
b	: vector of source term	
C	: homogeneous droplet concentration	[kg/m ³]
D	: pipe diameter	[m]
d_E	: droplet diameter	[m]
F	: interfacial drag or friction	[Pa/m]

g	: gravity constant	[m/s ²]
H	: enthalpy	[kJ/kg]
H_{sub}	: inlet subcooling	[kJ/kg]
H_{GL}	: latent heat	[kJ/kg]
J	: Jacobian of the governing equations	
k_D	: deposition mass transfer coefficient	[m/s]
L	: heated length	[m]
M	: mass transfer rate per unit volume	[kg/m ³ s]
m	: mass transfer rate per unit area	[kg/m ² s]
p	: pressure	[Pa]
Pr	: Prandtl number	
q_w	: wall heat flux	[kW/m ²]
Re	: Reynolds number	
t_F	: film thickness	[m]
V	: velocity	[m/s]
We	: Weber number	
X	: vector of dependent variables	
z	: axial location	[m]

Greek letters

α	: volumetric fraction	[m]
Δh_{eq}	: mean height of disturbance wave	[m]
Δz	: step size for numerical integration	[m]
Δz_{max}	: maximum step size for stable calculation	[m]
λ_i	: i-th eigenvalue of the Jacobian J	[1/m]
μ	: viscosity	[kg/ms]
ρ	: density	[kg/m ³]
τ	: shear stress for drag or friction	[Pa]
σ	: surface tension	[N/m]
ξ	: relaxation distance	[m]
ξ_m	: minimum relaxation distance	[m]

Superscript

n	: discrete location
-----	---------------------

Subscripts

B	: boiling or evaporation
-----	--------------------------

D	: deposition
E	: entrained droplet or entrainment
F	: liquid film
G	: gas phase
VM	: virtual mass
W	: wall

References

- [1] Saito, T., Hughes, E.D. and Carbon, M. W., Nucl. Eng. Design, Vol. 50, 225 (1978).
- [2] Sugawara, S., J. Nucl. Sci. Tech., Vol. 27, No. 1, 12 (1990).
- [3] Tomiyama, A., et al., 混相流, Vol. 6, No. 2, 173 (1992).
- [4] Mitsutake, T. et al., Nucl. Eng. Design, Vol. 120, 349 (1990).
- [5] Murao, Y., Proc. Int. Conf. Multiphase Flows '91-Tsukuba, Vol. 2, 341 (1991).
- [6] Tomiyama, A., et al., J. Nucl. Sci. Tech., Vol. 25, No. 12, 914 (1988).
- [7] 富山、古谷、坂口、機論B, Vol. 59, No. 560, 1071 (1993).
- [8] Clift, R. and Gauvin, W. H., Proc. Chemeca '70, Vol. 1, 14 (1970).
- [9] Wallis, G. B., One-Dimensional Two-Phase Flow, McGraw-Hill (1969).
- [10] 戸川、微分方程式の数値計算、オーム社 (1973).
- [11] Würtz, J., RISO Report No. 372, (1978).
- [12] 日本原子力学会熱流動部会編、気液二相流の数値解析、朝倉書店、(1993).
- [13] Saha, P. and Zuber, N., Proc. 5th Int. Heat Transfer Conf., Tokyo, Vol. 4, 175 (1974).
- [14] 戸川、マトリクスの数値計算、オーム社 (1971).
- [15] Drew, D. and Lahey, Jr., R. T., Int. J. Multiphase Flow, Vol. 13, No. 1, 113 (1987).
- [16] Ransom, V. H. et al., NUREG/CR-1826, EG G-2070, (1982).
- [17] 日本混相流学会三流体詳細熱流動解析コード検討専門委員会編、委託研究報告書、PNCZ J956592-001、(1992).
- [18] 富山、ほか3名、機論B, Vol. 59, No. 566, 3003 (1993).