複数気泡の力学^{*}

Dynamics of Multiple Bubbles

島 章^{**}
SHIMA Akira

Abstract Since the existence of many bubbles is frequently encountered in the flow of liquid in hydraulic machineries such as water turbines, pumps, etc., research on the behavior of multiple bubbles has been recently paid much attention to problems related closely with the cavitation phenomena, or cavitation damage. In this paper, I will explain briefly the studies of multiple bubbles in our laboratory at the Institute of Fluid Science, Tohoku University.

Keywords : Bubble, Cavitation, Natural Frequency, Shock Wave, Impulsive Pressure

1. まえがき

気泡の力学的挙動に関する研究は、工学上重要な課題であるキャビテーション現象やキャビテーション損傷機構の解明のための基礎的研究としてこれ迄多くの研究者によって行われてきた。なかでも、静止液体中における単一気泡の挙動に関する研究は、最も基本的なものとして理論並びに実験の両面から詳細な研究が進められてきた。しかし、実際の流体機械あるいは流路等の流れにおいては通常数多くの気泡が存在するので、最近では複数気泡の問題が注目され、そのうち隣接して存在する2個の気泡の挙動に関する研究は、気泡群の挙動を解明する上で重要な基礎的な課題であるとして、理論的[1-13]並びに実験的[14-27]研究がなされてきたが、未だ統一的な知

見を得るまでに至っていない。また、3個以上の複数気泡に関する研究もなされているが、不明な点も多い。

本稿では、複数気泡の挙動に関して、主としてこれまで小生の研究室で行ってきた理論的並びに実験的研究を中心にして述べると共に、今後のこの方面における研究課題および方向性について言及することにする。

2. 複数個の気泡の固有振動数

2. 1 2個の気泡の場合

キャビテーションは通常様々なサイズの気泡から成り立っていることから、気泡間の相互作用を究明することは非常に重要である。筆者は最初最も基本的な2個の気泡の場合について、気泡の固有振動数を理論的に求めた。

* 1994.1.5 受付

** 東北大学流体科学研究所 〒980 仙台市青葉区片平2丁目1番1号
TEL(022)227-6200 FAX(022)223-2748

ただし、液体の圧縮性と粘性、重力およびガスの拡散の影響は無視することとした。

結局、この場合の気泡の固有振動数は次式で与えられる[1]。

$$f_{c,i} = \frac{1}{2\pi R_{1,0}} \sqrt{\frac{p_\infty}{\rho_l}} \times \sqrt{\frac{(m^2 M + N) \pm \sqrt{(m^2 M - N)^2 + 4MNm^3 W_1^2}}{2m^2(1 - W_1^2 m)}} \quad (1)$$

ここに、

$$M = 3\gamma + S(3\gamma - 1), N = 3\gamma + \frac{S}{m}(3\gamma - 1)$$

$$S = \frac{2\sigma/R_{1,0}}{p_\infty}, m = \frac{R_{2,0}}{R_{1,0}}, W_1 = \frac{R_{1,0}}{l}$$

γ = 気泡内ガスの比熱比 C_p/C_v 、

σ = 液体の表面張力、

p_∞ = 気泡より十分離れた点での圧力、

ρ = 液体の密度、

$R_{1,0}, R_{2,0}$ = それぞれ第1および第2の気泡の半径、

Fig. 1 Relationship between natural frequency $f_{c,i}$ and bubble radius $R_{1,0}$ [1].

l = 気泡中心間の距離。

Fig. 1 に気泡の固有振動数の計算結果の一例を示す。よって、気泡が2個の場合には1個の場合と異なり、2つの固有振動数があり、 $R_{1,0}$ の値の減少と共に、 $f_{c,i}$ の値は増大する(両対数グラフ上で直線的に)。

2. 2 3個の気泡の場合

気泡が3個ある場合には、気泡の固有振動数は一般に3つあり、それらは次式によって求められる[2]。

$$f_{c,i} = \frac{1}{2\pi R_{1,0}} \sqrt{\frac{p_\infty}{\rho}} \mu_i \quad i = \text{I, II, III} \quad (2)$$

ただし、 μ_i は次式の3根である。

$$\alpha_0 \mu^3 + \alpha_1 \mu^2 + \alpha_2 \mu + \alpha_3 = 0 \quad (3)$$

ここで、

$$\alpha_0 = nm[nm(1 + 2W_1 W_2 W_3) - (n^2 m W_1^2 + m^2 W_2^2 + n W_3^2)]$$

$$\alpha_1 = nm^2(m W_2^2 - n)L + m(W_3^2 - m)M + n^2(n W_1^2 - 1)N$$

$$\alpha_2 = MN + n^2 LN + m^2 LM$$

$$\alpha_3 = -LMN$$

$$L = 3\gamma + S_1(3\gamma - 1),$$

$$M = 3\gamma + S_2(3\gamma - 1),$$

$$N = 3\gamma + S_3(3\gamma - 1),$$

Fig. 2 Oscillation of spherical bubbles [2].

$$m = \frac{R_{3,0}}{R_{1,0}}, \quad n = \frac{R_{2,0}}{R_{1,0}},$$

γ = 気泡内ガスの比熱比

$$W_1 = R_{1,0}/l, \quad W_2 = R_{2,0}/l', \quad W_3 = R_{3,0}/l''$$

$$S_i = \frac{2\sigma/R_{i,0}}{p_\infty},$$

$R_{i,0}$ = 静止状態での気泡の半径

l, l', l'' = それぞれ各気泡の中心間の距離

(Fig. 2 参照)

気泡が3個ある場合には、一般に3つの固有振動数を有するが、特別の場合、すなわち、 $R_{1,0} = R_{2,0} = R_{3,0}$ で $l = l' = l''$ の場合には固有振動数は2つのみ存在する[2]。

2. 3 固体壁面近傍での2個の気泡の固有振動数

液体は一つの固体壁面と接しており、液中にある2個の気泡がそれらの平衡半径の周りに微小振幅をもって振動するものとする。ただし、液体の粘性、圧縮性、ガス拡散および熱伝達の影響は無視することにする。かくして得られた2個の気泡の固有振動数 f_{ci} は次式で与えられる[13]。

$$f_{c,i} = \frac{1}{2\pi R_{1,0}} \left(\frac{p_\infty}{\rho_\infty} \right)^{\frac{1}{2}} \lambda_i, \quad i=1,2, \quad (4)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \lambda_1^2 &= \frac{m^2 M E_3 + N E_2}{2m^2 (E_2 E_3 - m W_0^2 E_1^2)} \\ &+ \frac{[(m^2 M E_3 - N E_2)^2 + 4m^3 M N W_0^2 E_1^2]^{\frac{1}{2}}}{2m^2 (E_2 E_3 - m W_0^2 E_1^2)}, \\ \lambda_1^2 &< \lambda_2^2 \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、

$$M = 3\gamma + S(3\gamma - 1) - 3n\gamma,$$

$$N = 3\gamma + \frac{S}{m}(3\gamma - 1) - 3n\gamma$$

$$m = \frac{R_{2,0}}{R_{1,0}}, \quad n = \frac{p_v}{p_\infty}, \quad W_0 = \frac{R_{1,0}}{l},$$

$$W_1 = \frac{R_{1,0}}{L_1}, \quad W_2 = \frac{R_{1,0}}{L_2}, \quad S = \frac{2\sigma}{p_\infty R_{1,0}}$$

$$E_1 = 1 + \left(\frac{W_1 W_2}{W_1 W_2 + 4W_0^2} \right)^2,$$

Fig. 3 Oscillation of two bubbles near a solid wall.

$$E_2 = 1 + \frac{W_1}{2}, \quad E_3 = 1 + \frac{m W_2}{2}$$

Fig. 4 において縦軸の $\bar{f}_i$ は次式で定義している。

$$\bar{f}_i = \frac{f_{ci,\infty} - f_{ci}}{f_{ci,\infty}}, \quad i=1,2, \quad (6)$$

ただし、 $f_{ci,\infty}$ は無限遠中の2個の気泡の固有振動数である。よって、 $\bar{f}_1$ と $\bar{f}_2$ はそれぞれ振動の第1モードおよび第2モードを表している。 $R_{1,0} < 0.1\text{mm}$ での $\bar{f}_1$ の値は、 $R_{1,0}$ の減少と共に小さくなる。そして同じ範囲での $\bar{f}_2$ の値は $R_{1,0}$ の減少と共に大きくなる傾向

Fig. 4 Effect of the equilibrium radius of bubble 1 on $\bar{f}_i$ [13].
----- $\bar{f}_1$, ——— $\bar{f}_2$

Fig. 5 Effect of the distance between two bubbles on $\bar{f}_i$ [10].
----- $\bar{f}_1$, ——— $\bar{f}_2$

を示す。

Fig. 5 は、 $R_{1,0}=1.0\text{mm}$ 、 $m=0.5$ として $W_1=mW_2=1/3$ の場合で、 $\bar{f}_i$ に対する W_0 の影響を示す。

同図より、 W_0 の値が大きくなると、 $\bar{f}_2$ の値は小さくなる。一方、 $\bar{f}_1$ の方は大きくなることからわかる。

3. 固体壁面近傍での2個の気泡の挙動解析 [10]

液体が一つの固体壁 W-W と接し、サイズの異なる2個の球状気泡が存在する場合を考える (Fig. 6)。

2個の球状気泡の運動方程式を導くために、気泡周りの液体内圧力がその平衡状態から突然高圧状態に変化する場合を考える。そしてこれらの気泡は気泡内外の圧力差によって変形するものとする。

さらに、次の仮定がなされた。

- (1) 気泡はこれらの運動を通して球形を保つ。
- (2) 2個の気泡の中心点は動かない。
- (3) 液体の粘性、圧縮性、重力、ガス拡

Fig. 6 Behavior of two bubbles near a solid wall [10].

散および熱伝達の影響は無視できる。

- (4) 気泡内には蒸気および非凝縮ガスが存在する。

これらの仮定の下に得られた運動の無次元式は気泡1に対して

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{2} W_1 \beta_1\right) \beta_1 \frac{d\alpha_1}{d\tau} + m^3 W_0 E \beta_2^2 \frac{d\alpha_2}{d\tau} \\ &= -2m^3 W_0 E \beta_2 \alpha_1^2 - \left(\frac{3}{2} + W_1 \beta_1\right) \alpha_1^2 \\ &+ n - 1 + \frac{q_{1,0}}{\beta_1^{3/2}} - \frac{S}{\beta_1} \end{aligned} \quad (7)$$

気泡2に対しては

$$\begin{aligned} & W_0 E \beta_1^2 \frac{d\alpha_1}{d\tau} + m^2 \left(1 + \frac{1}{2} m W_2 \beta_2\right) \beta_2 \frac{d\alpha_2}{d\tau} \\ &= -m^2 \left(\frac{3}{2} + m W_2 \beta_2\right) \alpha_1^2 - 2W_0 E \beta_1 \alpha_1^2 \\ &+ n - 1 + \frac{q_{2,0}}{\beta_2^{3/2}} - \frac{S}{m \beta_2} \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、

$$\beta_1 = \frac{R_1}{R_{1,0}}, \quad \beta_2 = \frac{R_2}{R_{2,0}}, \quad \tau = \frac{t}{R_{1,0} \sqrt{\rho_\infty / p_\infty}},$$

$$m = \frac{R_{2,0}}{R_{1,0}}, \quad n = \frac{p_v}{p_\infty},$$

$$q_{1,0} = \frac{p_{1,0}}{p_\infty}, \quad q_{2,0} = \frac{p_{2,0}}{p_\infty}, \quad S = \frac{2\sigma}{p_\infty R_{1,0}},$$

$$W_0 = \frac{R_{1,0}}{l}, \quad W_1 = \frac{R_{1,0}}{L_1}, \quad W_2 = \frac{R_{1,0}}{L_2},$$

$$E = 1 + \frac{\sqrt{W_1 W_2}}{\sqrt{W_1 W_2 + 4W_0^2}}, \quad \alpha_1 = \frac{d\beta_1}{d\tau}, \quad \alpha_2 = \frac{d\beta_2}{d\tau}$$

Fig. 7 a, b は $m=0.305$ の場合を示す。これらの図中点線は $R_{2,0}=0.305\text{mm}$ 、 $(1+m)W_0=0$ として $W_1=mW_2=1/3$ の場合で気泡2の挙動を示す。Fig. 7 a、Fig. 8 aそして Fig. 9 aにおける気泡1の挙動との比較から、こ

の場合気泡1は気泡2によって影響されないことがわかる。しかし気泡2の挙動は気泡1によって影響され、そして気泡2はその第2崩壊でかなり高い衝撃圧を発生する[10]。

Fig. 8 a, b は $mW_2=1/5$ を除けば、Fig. 7 と同じ場合の結果を示す。Fig. 7 との比較から、気泡2から固体壁面迄の距離 L_2 の影響を知ることができる。このような条件の下では、気泡2は固体壁面の影響を少し受ける。そして、気泡の崩壊時間はFig. 7 の場合よりも短くなる。気泡2の第2崩壊は気泡1の崩壊より $1.76\mu\text{s}$ 前で生ずる。そして気泡2

(a)

(b)

Fig. 7 The effect of a solid wall on the time variation of (a) bubble radius and (b) bubble surface pressure [10].

(a)

(b)

Fig. 8 The effect of a solid wall on the time variation of (a) bubble radius and (b) bubble surface pressure [10].

Fig. 9 The effect of a solid wall on the time variation of (a) bubble radius and (b) bubble surface pressure [10].

の運動は気泡1の強い圧力波の影響によって抑制される。また、第2崩壊の後に生じた気泡2からの衝撃圧は小さくなる[10]。

Fig. 9 a, bは $m=0.205$ の場合を示す。気泡2はその第3崩壊でかなり大きな衝撃圧を発生することがわかる。この第3崩壊は気泡1の第1崩壊より $2.11\mu s$ 後に生ずる。また、発生した衝撃圧は同じ条件下で単一気泡から生ずる最大衝撃圧よりも631倍も大きくなる[10]。

4. 2個のキャビテーション気泡の観察

ここでは、流れ場にじょう乱を与えることの少ないレーザビームの水中フォーカスを利用して2個のキャビテーション気泡を発生させ、その挙動を高速撮影した[25]。Fig. 10は気泡の発生原理を示す。この実験ではパルス幅20ns、最大出力60MWのルビーレーザーを水中にフォーカスさせて、2個のキャビテーション気泡を発生させた。

Photo 1はほぼ同じ大きさの気泡の相互運動であり、これは鏡像理論における剛体壁

Fig.10 Principle of bubble generation [25].

Photo 1 Behavior of two bubbles (10^5 frames/s. $R_{b,s,max}=0.83mm$, $l_0=2.7mm$, $L^*=1.6$) [25].

近傍での単一気泡の挙動と等価であると考えて良い。ここでは、気泡間の相対距離 L^* ($=1/2 \times$ 発泡時の気泡間の距離 / 大気泡の最大半径) が1.6の場合を示す。

崩壊末期に液体マイクロジェットを形成しているのがわかる(16コマ目)。これは流れ場が非対称であるためである。

Fig. 11は崩壊気泡の表面形状の時間的変化を示しており、○印はPhoto 1の下側の気泡から得られた実験値、実線は鏡像原理を適用した境界積分法[21]による理論値である。両者はほぼ一致していると言える。Photo 2に近接して発泡した2個の気泡の挙動を示す。崩壊過程の小気泡は斜め下方向からくぼみを形成しながら大気泡側へ移動した後、再膨張運動へと転ずる。その時に発せられる衝撃波とその後の小気泡のジェット形成により誘起される流れの影響を受けた大気泡の運動は非球状となり、隣接気泡に対し反対側へジェットを形成する。

Photo 3はシュリーレン法による衝撃波の観察例を示す。この時の撮影速度は100万コマ/秒である。気泡再膨張時に発生した衝撃波は隣接気泡と干渉することによって衝撃波近傍での左右の濃淡は反転していることがわかる。

Fig. 11 Variation in bubble shape with time ($L^*=0.6$)[25].

Photo 2 Behavior of two bubbles (10^5 frames/s. $R_{b,max}=1.4\text{mm}$, $R_{s,max}=0.7\text{mm}$, $l_0=2.2\text{mm}$, $L^*=0.8$)[25].

Photo 3 An example of the observation of shock waves[25].

5. 固体壁面近傍での2個のキャビテーション気泡の挙動観察[23]

パルス幅20ns、最大出力60MWのルビーレーザービームの水中フォーカスを利用してキャビテーション気泡を同時発生させ、その挙動をイメコン超高速カメラ(John Hadland 790)で観察した。Fig. 12は実験装置の概略を示す。Photo 4は気泡発生直後、生成した2つの球状衝撃波のシュリーレン写真である。2つの衝撃波がお互いに交錯した時に通常の反射が起こり、隣接した気泡の表面で反射した波は希薄化された波として後部へ伝播して行く。

Photo 4はシュリーレン法による衝撃波の観察例である。この図は2個の気泡の同時生成時に発生する衝撃波の伝播の様相を示すもので、4および5コマ目において伝播する

Fig.12 Schematic diagram of the experimental apparatus[23].

Photo 4 Spherical shock waves emitted from two bubbles[23].

衝撃波がそれぞれ隣接気泡と干渉し、膨張波として反射している様子が観察できる[23]。一方 Photo 5 の場合、再膨張する気泡から発せられる衝撃波が壁面で反射する様相(7、8 コマ目)が観察でき、この時、剛体壁は衝撃的な力を受けることになる[8]。

2 個の気泡の近傍に剛体壁が存在する場合の結果を Photo 6 に示す。この場合、気泡は剛体壁近傍で縦におかれている。したがって、基本的には気泡は軸対称の挙動を示し、さらに鏡像原理に基づけば 4 個の気泡の運動と等価となる[27]。

Photo 5 Behavior of a shock wave emitted from a bubble nearer to a solid wall (10^6 frames/s, frame interval $1 \mu\text{s}$)[24].

Photo 6 Behavior of two bubbles near a solid wall (case where two bubbles generated on a line perpendicular to a solid wall) (10^5 frames/s, frame interval $10 \mu\text{s}$) [27].

6. 衝撃波による固体壁面に付着した複数気泡の崩壊

水中火花放電時に発生する衝撃波を利用して固体壁面に付着した複数ガス気泡を崩壊させ、その崩壊過程の光学的観察および圧力測定から、気泡間の相互作用並びに発生衝撃圧に及ぼす気泡の配置および数の影響などを実験的に明らかにした[15]。

この場合、使用した実験装置および光学系は文献[14]と同様である。Fig. 13は観測部を示す。実験対象とする付着気泡は1ないし5個であり、それは等価球体の半径 R_e が1.0mm および1.7mm のものである。

イメージング超高速カメラによる気泡崩壊過程の観察例をPhoto 7 (シュリーレン法) およびPhoto 8 (透過法) に示す[16]。もし単一気泡が気泡の中心軸とは異なった方向から衝撃波の作用を受けるならば(Photo 7 (a))、作用を受けた気泡表面は次第に平らになり、

Fig. 13 Schematic view of the test section [15].

Photo 7 Collapse of an attached bubble by a shock wave ($R_e = 1.0\text{mm}$: frame interval $5 \mu\text{s}$, exposure $1 \mu\text{s}/\text{frame}$) (a) single bubble ($S/R_e = 3.3$), (b) two bubbles in symmetry ($S/R_e = 2.2$) [15].

Photo 8 Collapse of multiple bubbles by a shock wave (a) two bubbles in symmetry (frame interval $5\mu\text{s}$), (b) three bubbles in symmetry (frame interval $10\mu\text{s}$)[16].

崩壊の最終段階では固体壁面に対して斜めに衝突する液体ジェットを形成することになる。

一方、対称配置の場合には(Photo 7 (b)、Photo 8 (a))、個々の気泡の挙動は明らかに単一気泡の場合とはことなっている。すなわち気泡崩壊の初期段階では単一気泡の場合と同様、衝撃波の作用を受けた気泡表面が変形するが、崩壊が進むにつれて次第にこれとは反対側の気泡表面が平らになってくるのがわかる。

次に、2個以上の複数の気泡間の相互作用を調べるためにここでは最大5個の気泡を観測対象とした。また、(I)等間隔横一列および(II)同心円状の2通りの配置方法で検討された。後者の場合、中央に1個、そのまわり半径 S の円周上に他の気泡が配置された。

(I)型の配置に対する結果をFig. 14に示す。この場合、同一サイズの気泡($R_e=1.0\text{ mm}$)が一定間隔 $S=3.4\text{ mm}$ ($S/R_e=3.4$)に配置されている。気泡の数が増すと気泡の崩壊時間 $T_{C,G}$ は長く、また最大衝撃圧 $P_{G,max}$ は単調に減少している。この配置では、対象気泡は最近接の気泡から最も強い影響を受けるため2個の時 $P_{G,max}$ は最も著しく減少している。最大衝撃圧は3個で、ある漸近値(単一気泡の約半分の値)に近づく傾向にある。

次に(II)型配置について述べる。Fig. 15はこの場合の結果である。ただし、 $R_e=1.7\text{ mm}$ および $S=4.7\text{ mm}$ ($S/R_e=2.8$)、もちろんこ

の時、距離 L_u および L_1 は 15 mm および 40 mm に調整した。この場合、容易にわかるように奇数個数($N_B=1, 3, 5$)は衝撃波源に対して対称型の配置になっている。

$T_{C,G}-N_B$ 曲線は(I)および(II)型のいずれの配置の場合でも同様な傾向を示すが、一方、 $p_{G,max}-N_B$ 曲線は3個以上において配置の違いによる差異が出てくる。

Fig. 14 Effects of the bubble number N_B on the maximum impulsive pressure $p_{G,max}$ and the time $T_{C,G}$ (parallel type; $R_e=1.0\text{ mm}$, $S/R_e=3.4$)[15].

Fig.15 Effects of the bubble number N_B on the maximum impulsive pressure $p_{G,max}$ and the time $T_{C,G}$ (concentric circular type ; $R_e=1.7\text{mm}$, $S/R_e=2.8$)[15].

7. あとがき

以上複数個特に、2～5個程度の気泡の挙動に関する理論的並びに実験的研究について述べたが、実際の水車、ポンプその他の流路等での高速流れでは、無数の気泡、すなわち気泡群もしばしば見られることから、一部の研究者によって気泡群に関する研究が行われてきているが、未だ不明な点も多く、ほとんど解明されておらないと言っても過言ではない。従って今後は気泡群に関する研究も強力に推進させることが必要である。また、流れ場での複数個ないしは気泡群の挙動や発生衝撃圧等の問題解明も残された重要課題であり、さらに、気泡の挙動等に大きく関与すると考えられる液体の物性特に粘性や圧縮性の影響についても早急に明らかにする必要がある課題である。

おわりに、本稿のとりまとめに助力された三浦紀重技官および浅野泉事務補佐員に心から感謝致します。

参考文献

- [1] Shima, A., J. Basic Engng., Trans. ASME, Ser. D, Vol. 93, 426-432 (1971).
- [2] Shima, A., Rep. No. 85-54, Div. of Engng. & Appl. Sci., Cal. Inst. of Technol., (1970).
- [3] Morioka, M., J. Nucl. Sci. & Technol, Vol. 11, No. 12, 554-560 (1974).
- [4] Foody, B.E. & Huber, P.W., J. Appl. Mech., Trans. ASME, Vol. 48, 727-731 (1981).
- [5] Fujikawa, S. & Takahira, M., Acustica, Vol. 61, 188-199 (1986).
- [6] Fujikawa, S., Hirochi, T., Takahira, H. & Akamatsu, T., Proc. Intern. Symp. on Cavitation, Vol. 1, 55-60 (1986).
- [7] Fujikawa, S. & Takahira, H., Fluid Dynamics Res. Vol. 4, 179-194 (1988).
- [8] 高比良、赤松、藤川、日本機械学会論文集 (B編)、58巻、548号、1267-1274 (1992).
- [9] 高比良、赤松、藤川、日本機械学会論文集 (B編)、58巻、548号、1275-1282 (1992).
- [10] Shima, A. & Fujiwara, T., Archive of Appl. Mech., Vol. 62, 53-61 (1992).
- [11] Pelekasis, N.A. & Tsamopoulos, J.A., J. Fluid Mech., Vol. 254, 467-499 (1993).
- [12] Pelekasis, N.A. & Tsamopoulos, J.A., J. Fluid Mech., Vol. 254, 501-527 (1993).
- [13] Fujiwara, T. & Shima, A., Ultrasonics (in Press).
- [14] Shima, A., Takayama, K., Tomita, Y. & Ohsawa, N., AIAA J. Vol. 21, 55-59 (1983).
- [15] Tomita, Y., Shima, A. & Ohno, T., J. Appl. Phys., Vol. 56, No. 1, 125-131 (1984).
- [16] 富田、島、大野、東北大学速研報告、57巻、464号、9-26 (1987).
- [17] Dear, J.P. & Field, J.E., J. Fluid Mech., Vol. 190, 409-425 (1988).
- [18] 富田、島、キャビテーションに関するシンポジウム (第6回)、日本学術会議 (1989).
- [19] Tomita, Y. & Shima, A., Acustica, Vol. 71, 161-171 (1990).
- [20] Testud-Giovanneschi, P., Alloncle, A.P. and Dufrense, D., J. Appl. Phys. Vol. 67, 3560-3564 (1990).
- [21] 富田、佐藤、島、可視化情報、Vol. 10, Suppl. No. 1, 111-114 (1990).
- [22] Beylich, A.E. & Gülhan, A., Phys. Fluids, A, Vol. 2, 1412-1428 (1990).
- [23] Tomita, Y., Shima, A. & Sato, K., Appl. Phys. Lett., Vol. 16, No. 3, 234-236 (1990).
- [24] 佐藤、東北大学博士論文 (1990).
- [25] 富田、佐藤、島、可視化情報、Vol. 11, Suppl. No. 1, 79-82 (1991).
- [26] 富田、佐藤、島、日本機械学会論文集 (B編)、59巻、562号、1891-1899 (1993).
- [27] Blake, J.R., Robinson, P.B., Shima, A. & Tomita, Y., J. Fluid Mech., Vol. 255, 707-721 (1993).