有限要素法による咬合力と歯，歯根膜および 下顎骨の力学挙動に関する基礎的研究

第1報 弾性学的にみた歯根膜の力学特性と歯根膜，下顎骨への応力分布

鬼頭 政勝 近藤 晃 水上 深
末次 恒夫 村上 敬宜*

A Fundamental Study on the Mechanical Behaviors of Tooth, Periodontal Membrane and Mandibular Bone under Occlusal Force by the Finite Element Method

Part I. The mechanical behaviors of periodontal membrane and elastic
stress distribution in periodontal membrane and mandibular bone

Masakatsu Kito, Akira Kondo, Fukashi Mizukami,
Tsuneo Suetsugu and Yukitaka Murakami

I. 緒 言

咬合力による歯，歯根膜および顎骨の内部応力の計測方法としては，ストレンゲージ法，光弾性法等がある。しかし，これらの方法にはモデルと実物との等価性，内部応力の計測方法および実験操作等に困難な点が多かった。今回われわれは，これらの問題点の大部分を解決する有限要素法による歯，歯根膜，下顎骨のモデル化を試みた。

有限要素法は1956年 Turner¹⁾らによって理論づけられ，コンピューターの発達とともに構造力学の分野で広く実用化されてきた。歯科領域では，Thresher²⁾，Farah³⁾，Nicholls⁴⁾らの研究，本邦では宮川^{5,6)}の研究が報告されている。Farah は鑄造冠と支台歯の三次元軸対称モデルについて，三次元光弾性実験と有限要素

解析を行い，鑄造冠内および支台歯内の応力分布について比較検討を行つている。Nicholls は二次元有限要素法を用いて鑄造冠の維持力について，合着セメント内の応力分布を解析している。Thresher は上顎中切歯および歯根膜の二次元有限要素モデル化を行ない，エナメル質と象牙質のヤング率の相違および歯髄腔の存在が歯質内の応力分布に与える影響，歯根膜内の応力分布および歯の変位について検討を行つている。宮川らは，二次元有限要素法により，下顎第1小臼歯，第1大臼歯を支台歯とした橋義歯のモデル化を行い，荷重下における力学挙動を検討している。Thresher，宮川らは，歯根膜の外側，すなわち顎骨を剛体と仮定した拘束条件下で検討を行つており，顎骨による支持の影響については検討を行っていない。

今回われわれは，二次元有限要素法により，(1) 下顎第1小臼歯，歯根膜および下顎骨のモデル化，(2) 弾性領域における歯根膜の力学特性，(3) 一定条件下での歯，歯槽骨の変位，(4) 歯根膜内，下顎骨内および下顎骨外縁における応力分布に関する基礎的検討を行つた。

九州大学歯学部補綴学第2講座

*九州工業大学機械工学教室

Dept. of Prosthodontics, Kyushu Univ. School of Dentistry et al.

昭和50年12月2日受付

II-1. 有限要素法の応用

1) 有限要素法の原理

構造工学においては、実際の構造物を有限個の節点で結合された構造要素の集合体と考え、各要素の荷重-変位関係式をもとに全体の挙動を構成、解析する。

連続体の場合にもこれと同様に連続体を有限個（実際には無限であるが）の要素から成る集合体として近似して同じ原理のもとに解析する。

現在では有限要素法そのものの原理の大筋はほぼ確立されており解説書⁷⁻¹²⁾も多いが、ここでは本研究で行ったシミュレーションの内容の理解を助ける意味で原理を簡単に説明する。

有限要素法による連続体の応力-ひずみ解析では、連続体を有限個の要素（例えば、三角形板、四面体、三角形リング）に分割し、隣接要素間の (i) 適合条件、(ii) 力の均合条件、(iii) 材料の力学的性質（応力-ひずみ関係式）を満足するように要素の剛性マトリックスを作り更に要素の全集合体に対する均合い方程式を解いて、変位、反力、応力、ひずみを決定する。ここで、剛性マトリックスは一次元バネ質点系のバネ定数に相当するものである。

連続体を n 個の要素に分け、 i 番目の要素の各節点の変位を $\{\delta\}^i$ とする。要素内の変位を規定する変位関数 $\{f(x, y, z)\}$ を次式のように表わす。

$$\{f(x, y, z)\} = [N]\{\delta\}^i \quad (1)$$

ここで $[N]$ の成分は、一般座標 (x, y, z) の関数である。また、要素内のひずみ成分 $\{\epsilon\}$ は、次式で与えられる。

$$\{\epsilon\} = [B]\{\delta\}^i \quad (2)$$

$[B]$ の各成分は $[N]$ の各成分の関数として求められる。ここでは、初期のひずみがないとすると、応力成分 $\{\sigma\}$ は $\{\epsilon\}$ を用いて次のように表わされる。

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon\} \quad (3)$$

$[D]$ は材料の性質から決まる応力-ひずみマトリックスである。

要素に働く境界上の応力と静的に等価な節点力を $\{F\}^i$ で表わし、体積力はないとすると、節点力と節点変位の関係は仮想仕事の原理を用いて次のようになる。

$$\{F\}^i = [k]^i \{\delta\}^i \quad (4)$$

式(4)で $[k]^i$ は要素の剛性マトリックスで

$$[k]^i = \int [B]^T [D] [B] d(\text{vol}) \quad (5)$$

となる。式(5)の右辺は要素の体積全体についての積分を

意味する。要素の集合体全体における節点力と節点変位の関係は、各節点に働く外力 $\{P\}$ を用いて、

$$\{P\} = [K]\{\delta\} \quad (6)$$

と表わされる。上式で $[K]$ は、全体の剛性マトリックスでその成分は $[k]^i$ から合成される ($i=1 \sim n$)。また、 $\{P\}$ および $\{\delta\}$ の各成分は、それぞれ $\{F\}^i$ および $\{\delta\}^i$ より合成される。連立方程式(6)を解いて各節点変位は次のように与えられる。

$$\{\delta\} = [K]^{-1} \{P\} \quad (7)$$

$\{\delta\}$ が求まれば、式(2)、(3)に従って応力とひずみの各成分が決定される。

本研究で作成したプログラムでは、連立方程式(6)を解くのに Cholesky の平方根法を用いた。

2) モデルの設定

本研究では、歯、歯根膜、下顎骨から成る系を有限要素法で解析することを目的とした。本来ならば、三次元一般問題として取扱うべき問題であるが、本報の段階では平面問題としてシミュレーションを行い、できるだけ実際問題に近い条件を作るため平面ひずみ条件として解析した。すなわち、式(3)における弾性応力-ひずみマトリックスは、

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \quad (8)$$

E : ヤング率, kg/mm^2

ν : ポアソン比

となる。要素は三角形要素とし、変位関数は

$$\begin{cases} u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \\ v = \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y \end{cases} \quad (9)$$

$\alpha_1 \sim \alpha_6$: 節点変位で表わされる定数

(x, y) : 三角形内の座標

を用いた

式(8)における弾性応力-ひずみマトリックスの中の弾性係数 E とポアソン比 ν のうち、ポアソン比 ν の取扱については注意を払ったが詳細は考察の項を参照されたい。

II-2. 実験材料と方法

二次元有限要素モデルは、図1に示すように、ヒトの乾燥下顎骨を4の近遠的中央部で頬舌的に切断し、その断面を写真に撮りトレースして、歯、歯根膜、顎骨を229

図1 有限要素モデル(4頰舌断面)

個の三角要素に分割した。各三角要素の頂点を節点と呼び、1~144までの番号をつけて各節点のX, Y座標をX, Yプロッターで読みとった。三角要素番号はエナメル質: 1~14, 象牙質, セメント質: 15~92, 歯根膜: 93~133, 緻密骨: 134~181, 海綿骨: 182~229とした。拘束部位は歯根尖部より下方で下顎骨外縁上の全節点(118, 124より下方)とした。荷重点は節点10としY軸方向(頰側から舌側へ)に0.2kgを負荷した。

被検歯の寸法は、表1に示すように全長: 25.8mm, 歯冠長: 8.0mm, 歯根長 17.8mm, 近遠心径: 5.0mmとした。

歯根膜の厚みは、表2に示すように歯根全長を3等分し歯頸部1/3を0.18mm, 中央部1/3を0.13mm, 根端部1/3を0.17mm¹³⁾, 根尖部を0.75mmとした。

構成材料の力学特性は表3に示すように、弾性係数Eはエナメル質: 8,000 kg/mm²¹⁴⁾, 象牙質セメント質: 1,500 kg/mm², 海綿骨: 8 kg/mm²¹⁵⁾, 緻密骨: 1,100 kg/mm²¹⁰⁾としポアソン比は各々0.2とし次の場合について検討した。

1) 弾性学的にみた歯根膜の力学特性

歯根膜のE, ν のどちらの要因がより多く歯の支持力

表1 被検歯(4)の寸法

(単位, mm)

	Length
Tooth	25.8
Crown	8.0
Root	17.8
Mesio-distal dimension of cervical part	5.0

表2 歯根膜の厚さ(4)

(単位, mm)

	Thickness
Cervical part	0.18
Central part	0.13
Apical part	0.17
Apex	0.75

表3 構成素材の力学特性

	弾性係数E(kg/mm ²)	ポアソン比 ν
Enamel	8,000	0.2
Dentin	1,500	0.2
Spongy bone	8	0.2
Cortical bone	1,100	0.2

として働いているかを知るために次の2つの場合を検討した。第1は表4-(1)に示すように歯根膜の ν を0.49と一定としEを0.018~1,500 kg/mm²と変化させる。第2は表4-(2)に示すように歯根膜のEを0.018 kg/mm²と一定にし、 ν を0.49~0.1と変化させた場合の歯の力学挙動について検討を行った。

2) 一定条件下での歯, 歯槽骨, 歯根膜, 顎骨の力学挙動

1例として、歯根膜のE, ν に各々8,000 kg/mm², 0.49を与え、歯根尖より下方の下顎骨外縁の全節点(118-114より下)を拘束し、節点10にY軸方向(頰舌方向)に0.2kgを与えた場合の歯, 歯槽骨の動き, 歯根膜内, 下顎骨内および外縁の応力分布について検討した。

以上の条件をデータ・カードとしプログラム・カードと一緒にコンピューターに読み込ませて計算させた。

歯, 歯槽骨等の変位は各節点番号にX軸方向: U, Y軸方向: Vで与えられ、歯の変位は節点6のX軸方向の値U₆として示した。

表 4 歯根膜の力学的条件

(1) 弾性係数の変化		(2) ポアソン比の変化	
E (kg/mm ²)	ν	ν	E (kg/mm ²)
0.018	0.49	0.49	0.018
0.18	0.49		
1.0	0.49	0.4	0.018
10.0	0.49	0.3	0.018
100.0	0.49	0.2	0.018
1000.0	0.49	0.1	0.018
1500.0	0.49		

表 5 弾性係数の変化とモデル歯の舌側変位

$(P_{10} = -0.2 \text{ kg})$ $\nu = 0.49$	
弾性係数 E (kg/mm ²)	変 位 (μ)
0.018	-53.8
0.18	-26.9
1.0	-15.7
10.0	- 6.5
100.0	- 3.9
1000.0	- 3.5
1500.0	- 3.4

各三角要素内の応力は、各要素内は一定で X 軸方向の応力は σ_x 、Y 軸方向の応力は σ_y 、剪断応力は τ から X、Y、Z 軸方向の応力は σ_z として計算される。

ひずみは各要素内の X、Y、Z の 3 方向について計算される。三角要素の分割は歯根尖部は特に小さく分割した。

このように有限要素法では特に知りたい部分を小さい三角要素に分割し、その節点座標を読みこませることによつてその部分の応力、ひずみ分布を詳細に知ることができる。

III. 実験結果

1) 弾性学的にみた歯根膜の力学特性

表 5 は $\nu = 0.49$ と一定にして E を 0.018 kg/mm² から 1,500 kg/mm² まで変化させ、節点 10 に y 軸方向に 0.2 kg を加えた時の節点 6 における歯の y 軸 (舌側) 方向への変位 U_6 の変化を示したものである。

歯根膜の E を 0.018 kg/mm² から 0.18 kg/mm² へ

表 6 ポアソン比の変化とモデル歯の舌側変位

$(P_{10} = -0.2 \text{ kg})$ $E = 0.018 \text{ kg/mm}^2$	
ポアソン比	変 位
0.49	- 53.8
0.4	-152.2
0.3	-199.9
0.2	-222.0
0.1	-233.0

と 10 倍に変化させた時; U_6 は 53.8 μ から 26.9 μ へと 0.5 倍となった。

一方、表 6 は $E = 0.018 \text{ kg/mm}^2$ と一定として ν を 0.49 から 0.1 まで変化させ、前表と同一条件下での U_6 の変化を示したものである。

歯根膜の ν を 0.4 から 0.49 へと 1.2 倍にした時、 U_6 は 152 (μ) から 53.8 (μ) へと 0.3 倍となった。

2) 一定条件下での歯、歯槽骨、歯根膜、顎骨の力学挙動

ヒトの歯根膜の E、 ν については本実験に使用できる実測値がないので、前報^{17,18)}で 5 条件について等価性を検討した時の値、 $E = 0.018 \text{ kg/mm}^2$ に $\nu = 0.49$ を追加し、 $P_{10} = -0.2 \text{ kg}$ 時の歯および歯槽骨頂の変位および歯根膜内、顎骨内、顎骨外縁の応力分布の検討を行った。

(1) 頬舌荷重 P_{10} と歯の舌側変位

図 2 は $P_{10} = 0 \sim 0.2 \text{ kg}$ の水平荷重を加えた時の歯および舌側歯槽骨頂の舌側変位を、ヒトの下顎第 1 小臼歯の動揺度曲線の分布図と同一グラフに示したものである。天然歯では $P_2 = 50 \sim 100 \text{ g}$ の辺りで変位の増加量が減少し、曲線となるが、有限要素モデルは変位は水平荷重の増加に比例して増加し、直線である。

(2) 歯根膜内の応力分布 (σ_x)

図 3 は $P_{10} = 0 \sim 0.2 \text{ kg}$ の水平荷重を加えた時の歯根膜内の応力 (σ_x) の分布状況と歯の回転中心 (R・C) の関係を示したものである。R・C は頬側咬頭頂より下方 22 mm 近くにあり、R・C より歯頸部寄りでは圧迫側に compression が働き、牽引側では tension が働く、R・C より根端部寄りでは、上の逆の関係を示す。量的には、compression は R・C より離れるに従って大きくなる傾向があり、tension は同様の傾向を示すが compression 程著明ではない。

(3) 海綿骨・緻密骨境界面での σ_x の分布

図 4 は、 $P_{10} = 0 \sim 0.2 \text{ kg}$ の水平荷重を加えた時の海綿

骨・緻密骨境界面での σ_x の分布と歯の R・C の位置の関係を示したものである。圧迫側の節点 38-51 の間では compression が働き、節点 62-95 の間では tension が働いている。R・C は節点 62 の高さの歯根内に在るので、この場合も歯根膜内の場合と同様、R・C の影響を受けていると考えられる。牽引側では海綿骨—緻密骨の境界面は根尖部にあるため、歯根側面の応力分布は計測できない。

(4) 下顎骨外縁の応力分布 (σ_y)

図 5 は、 $P_{10}=0\sim 0.2\text{ kg}$ の水平荷重を加えた時の下

図 2 モデル歯の頬舌変位と $\bar{u}$ の動幅度曲線

顎骨外縁の応力 (σ_y) の分布を示したものである。 σ_y の分布は、圧迫側では compression のみが、牽引側では tension のみが働く傾向にあり、分布状況は compression, tension 共に歯頸部で小さく、根尖部に向かって従って次第に大きくなる。そして歯の R・C の位置とは関係のないことが特徴的である。

IV. 考 察

1) 従来の複合体のモデル化および内部応力の計測方法と有限要素法

従来歯科領域では内部応力の計測は、ストレンゲージ法¹⁷⁻²³⁾、光弾性法²⁴⁻³⁰⁾等が行われてきた。これらと有限要素法の特徴の比較は表 7 に示した。咬合力の歯周組織への伝達様式の研究に関して第 1 に要求されることは、生体の具備条件のより正確なシミュレーションである。ヒトの歯および歯周組織は、エナメル質、象牙質、セメント質、歯根膜、顎骨（海綿骨、緻密骨）と少なくとも 6 種類の材料定数（弾性係数 E 、ポアソン比 ν ）を異にする素材から成る複合材で、いかにしてこれらと等価なモデルを製作するかということが問題である。これらのヒトの歯、歯根膜、顎骨と材料定数、形態、寸法の等しい素材を身近に求めることは困難であるので、従来は、ストレンゲージ法では歯科用レジン、光弾性法ではエポキシ樹脂によつて人工歯、人工歯槽骨を、シリコーンゴム等によつて人工歯根膜を製作して実験用モデルとした。しかし、これらは明らかに複合体を構成する各素材の材料定数 (E , ν) は一致していなかった。したがつ

図 3 歯根膜内の応力分布 ($P_{10}-\sigma_x$)

図4 海綿骨—緻密骨境界面の応力分布 ($P_{10}-\sigma_x$) 図5 下顎骨外縁の応力分布 ($P_{10}-\sigma_y$)

て、人工歯に比較的大きな荷重を加えた場合には人工歯と人工歯槽骨自体の変形量とヒトのそれとの差が人工歯の変位量として計測されてくる。例えば、歯科用レジンのEは約200~400 kg/mm²³¹⁾、光弾性用のエポキシ樹脂のEは約300 kg/mm²³²⁾であり、ヒトの歯ではエナメル質のEが約8,000 kg/mm²、象牙質が1,500 kg/mm²、顎骨が海綿骨と緻密骨から成り、海綿骨がヒトの脊髄で8 kg/mm²、緻密骨がヒトの大腿骨で1,100 kg/mm²となっていて明らかに異なっている。さらに光弾性法では応力凍結時のE、 ν の急激な低下を生じることは避けられない³²⁾等の困難な点を含んでいる。ヒトの歯根膜の粘弾性特性(弾性係数E、粘性係数 η)については、最近レオロジーの歯科領域への導入とともに静的および動的

粘弾性の問題として研究^{33~37)}されつつあるが、残念ながら有限要素モデルに使用できるまでには至っていない。

第2に要求されることは、内部応力のより高精度な計測方法である。ストレンゲージ法では、変位、応力の同時計測は可能であるが受圧装置の小型化に限度があり、しかも埋入部位のみについての応力分布の計測であって連続した細部の計測ができない。さらに多チャンネルの計測装置が必要となる。

光弾性法では、連続した細部の内部応力の計測には非常にすぐれた方法である。しかし、応力のみでの計測は可能であるが、変位と応力の同時計測は不可能である。

第3に要求されるのは、境界条件と実験操作の簡素化

表 7 内部応力の計測方法の比較

	モデル化		内部応力の計測			
	形態・寸法の一致	全構成材料のE・ ν の一致	変位・応力の同時計測	連続した細部の計測	境界条件	実験操作
ストレンゲージ法	困難	不可	可(多くの記録装置が必要)	不可	変更可	煩雑
光弾性法	困難	困難	不可(応力のみ可)	困難	困難	煩雑
有限要素法	容易	可	可	可(自由度大)	変更可(自由度大)	簡単

である。ストレンゲージ法では、境界条件の変更は比較的容易にできるが応力および歯の変位計測装置が多くなるため多チャンネルにわたる出力の増幅、記録装置が必要となる。このため実験操作は煩雑になり、モデル製作にも労力、時間を要する。光弾性法は、連続した内部応力の計測には非常にすぐれた方法であるが、境界条件の変更ができないこと、応力凍結、薄切、計算等実験操作およびモデル製作の煩雑性は避けられない。

有限要素法では、第1の形態、寸法の一致は容易であり、構成材料のE、 ν は弾性領域では一致をみることは簡単である。第2の内部応力のより高精度な計測方法については、特に知りたい部分はより小さな三角要素に分割することによって高精度な内部応力の計測が可能である。第3の境界条件、実験操作については、電子計算機を使用しての計算であるのでプログラムが完成すれば比較的容易であり、モデルの再製作もデータ・カードの座標を変更するのみで簡単であり、境界条件も同一モデルのプログラムで容易に変更しうる等、従来の実験方法の悩みは大部分解消されている。

2) 頬舌荷重下の歯の力学挙動と歯根膜の弾性係数Eとポアソン比 ν の関係

有限要素法は弾性学領域の理論であるので歯根膜を始めすべての構成材料を弾性係数Eとポアソン比 ν の組み合わせとして弾性計算式でモデル化する。そのため、レオロジーでいう粘性係数 η は計算式に現われなくてポアソン比 ν で計算される。モデル化にあたって歯、顎骨は弾性体と考える。

問題となるのは歯根膜の力学特性で、弾性係数Eとポアソン比 ν のどちらの要因がより大きく咬合力の分担をしているかをⅢ-1)の2つの場合について検討し、結果を表5、6に示した。これらを総括すると、 $E=0.018 \text{ kg/mm}^2$ と一定にした場合は歯の水平変位を0.3倍するのに ν は1.2倍すればよいが一方、 $\nu=0.49$ と一定とした場合は歯の水平変位を0.5倍するのにEは10倍する必要があった。このことから、弾性係数Eよりもポアソン比 ν の方が歯の変位に与える影響は大きいことが

明らかとなった。

歯に加わった咬合力の歯根膜内での支持に関しては、歯根膜線維、細胞間質等歯根膜内の線維成分の抵抗と血液、リンパ液および細胞内容物等の液体成分の抵抗が考えられるが、咬合力の支持は歯根膜内の液体成分である血液、リンパ液等の移動抵抗、高コロイドの細胞内容物の移動が半透過性の細胞膜によつて抵抗をうける現象等が主役ではないかと考えられる。

工学的には、開放系の大きな容器の中の水は圧縮抵抗は小さいが、封鎖系の容器の中の水または2枚の板ガラス間の薄い間隙にある水は、わずかな量であるが大きな圧縮抵抗を示す。歯根膜では厚みは0.13~0.18 mmと非常に薄い間隙に液体成分と線維成分が充満していると考えれば、同様に大きな圧縮抵抗を示すと考えられる。

ポアソン比 ν は、微小変形の範囲内では、多くの材料で0.25~0.33であるが、大変形や弾塑性変形においてはひずみ増分理的に取扱わない場合0.5に近い値をとり体積不変である。

咬合力が歯に加わるとエナメル質、象牙質および顎骨に比べ非常に軟かい歯根膜の変形は、他の部分に比べて極めて大きくなることが予想される。初期の変形は $\nu=0.3$ 付近の値から始まるであろうが、変形が大きくなるにつれて $\nu=0.5$ の状態に近づく。その場合、歯根膜の中の液体成分に逃げ場があれば $\nu=0.5$ の状態になつても大きい荷重を支えることはできない。例えば、歯根膜の切片を引張試験すると大変形状態でも小さな荷重しか支持できない³⁸⁾。実際には、液体成分は細胞、血管中に維持されるから歯根膜は静水圧状態となり極めて大きな荷重支持能力を発揮することになる。歯根膜を純粋に弾性的とみなしても上述のように、変形の進行とともに静水圧状態が達成されるのでポアソン比 ν を連続的に変化させれば、モデル歯の荷重—変位曲線は非線形となり荷重の増加とともに変位の増加率は低下してくる。本研究の段階では、ポアソン比 ν を連続的に変化させてはいないが、 ν の種々の値についての変形挙動を調べることににより上に述べたことの裏付けを行つている。咬合力

下の歯根膜内の線維成分および液体成分の役割については Kronfeld³⁹⁾, Syngé^{40,41)}, Gabel⁴²⁾, が報告しているが、これらを弾性係数 E とポアソン比 ν の組み合わせの変化という形で有限要素法によるシミュレーションでその証明を試みたのは初めてと考えてよい。

3) 頬舌荷重下の歯の動揺度, 歯槽骨の変位, 歯根膜内, 顎骨内, 顎骨外縁における応力分布の特徴

(1) 歯, 歯槽骨縁の舌側変位

図2に示すようにヒトの歯では $P_2=50\sim 100$ g の間で変位の増加量が減少し, 荷重-変位の関係は曲線を描くようになる。しかし, 有限要素モデルの歯では, 荷重-変位の関係は比例関係にあり直線である。この点については今後の研究が待たれる。

(2) 歯根膜内, 顎骨内, 顎骨外縁の応力分布の特徴

図3, 4および5はそれぞれ, 水平荷重 0.2 kg を受けた場合の歯根膜内, 海綿骨-緻密骨の境界面および下顎骨外縁における応力分布を示したものである。これらの特徴は, 歯根膜内および海綿骨-緻密骨の境界面における応力 σ_x の分布は歯の R・C の位置(頬側咬頭頂より約 22 mm 下方)による影響を受けていて圧迫側では R・C より上方では compression 下方では tension が働いている。牽引側では歯根膜内の σ_x は R・C より上方では tension 下方では compression が働いていて, R・C より離れるに従って両者共大きくなる傾向がみられた。海綿骨-緻密骨の境界面は牽引側(頬側)にはないので σ_x の計測はできなかつた。

下顎骨外縁(緻密骨)の応力 σ_y は歯の R・C とは全く関係なく, 圧迫側で compression, 牽引側で tension が働いていて, 両者共歯頸部では小さく, 根尖部に行くに従って大きくなる傾向がみられた。

V. 結 論

以上, ヒトの歯, 歯根膜, 顎骨について, モデル化, 内部応力の計測方法, 実験操作の3点について, 従来歯科領域で行われてきたストレングージ法, 光弾性法と有限要素法について比較検討を行った。さらにヒトの下顎第1小臼歯, 歯根膜, 顎骨について有限要素法による数値モデル化を試み, 歯根膜の弾性学的力学特性および一定条件下での歯, 歯根膜および下顎骨の力学挙動について検討を行った結果次の結論を得た。

1. 有限要素法は力学特性の異なる多くの材料から成る弾性複合体のモデル化, 内部応力の計算, 物体の変位の計算方法としては優れた方法であり, 境界条件, 実験

操作も簡単である。

2. 歯根膜は粘弾性体であるが弾性学的立場から弾性係数 E とポアソン比 ν の2つの要素によつて数値モデル化を行い歯根膜内の咬合力の支持について検討した結果, 弾性係数 E よりもポアソン比 ν の方がより大きな役割を演じていることがわかつた。

3. 1例として歯根膜の $E=0.018$ kg/mm², $\nu=0.49$, $P_{10}=-0.2$ kg の場合の歯の舌側変位, 圧迫側歯槽骨の舌側変位, 歯根膜内および海綿骨-緻密骨境界面の σ_x の分布, 下顎骨外縁の σ_y の分布について検討を行った結果, 本法は物体の変位, 複合体の内部応力 σ_x および外部応力 σ_y 等の広範囲にわたる応力の計測には, 非常に有効であり, 境界条件, 実験操作等も非常に簡単であることが明らかとなつた。

稿を終るにあたり, ご協力を賜りました九州大学工学部材料強弱学教室, 西谷弘信教授ならびに教室員の方々に深く感謝の意を表します。

文 献

- 1) Turner, M.J., et al.: Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures, J. Aero. Sci., 23: 805, 1956.
- 2) Thresher, R.W., et al.: The Stress Analysis of Human teeth, J. Biomech., 6: 443, 1973.
- 3) Farah, J.W. et al.: Photoelastic and Finite Element Stress Analysis of a Restored Axisymmetric First Molar, J. Biomech., 6: 511, 1973.
- 4) Nicholls, J.I.: Crown Retention. Part I. Stress Analysis of Symmetric Restorations, J. Prosth. Dent., 31: 179, 1974.
- 5) 宮川 修, 他: マトリックス有限要素法による橋義歯の力学的研究, 歯科理工学会学術講演会講演集, 第22回(1972-6), 第23回(1972-11), 第26回(1974-5), 第27回(1974-11).
- 6) 宮川 修, 他: 有限要素法について, 歯界展望, 44: 903, 1974.
- 7) Zienkiewicz, O.C., et al.: The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics, McGraw-Hill, 1967. 吉識雅夫監訳: マトリックス有限要素法, 東京, 1970. 培風館.
- 8) 三本木茂夫, 他: 有限要素法による構造解析プログラム, (日本鋼構造協会編, コンピューターによる構造学講座 I-1-B), 東京, 1970. 培風館.
- 9) 山田嘉昭: 塑性・粘弾性(日本鋼構造協会編, コンピュー

- ターによる構造学講座 II-2-A), 東京, 1972. 培風館.
- 10) Holand, I., et al. 川井忠彦訳: 有限要素法—応力解析への応用, 東京, 1972. 朝倉書店.
- 11) 宮本 博: 有限要素法による応力集中の計算, 精密機械, 35: 609, 1969.
- 12) 日本機械誌, 75: 1971. (連続体の数値解析の特集号)
- 13) 覚道幸男: 歯と口腔の臨床生理, 京都, 1969. 永末書店, 21頁.
- 14) Stanford, J.W.: Determination of Some Compressive Properties of Human Enamel and Dentin, J.A.D.A., 57: 487, 1958.
- 15) 横尾定美: 海綿骨質の圧縮試験, 京府医大誌, 51: 273, 1952.
- 16) 横尾定美: 人の四肢骨の緻密骨質及び骨幹の圧縮試験, 京府医大誌, 51: 291, 1952.
- 17) 鬼頭政勝, 他: 咬合力の歯槽窩壁への分布に関する三次元歯根膜モデルによる研究, 補綴誌, 19(3): 150, 1975.
- 18) 鬼頭政勝, 他: 歯槽骨の水平吸収と応力分布に関する三次元歯根膜モデルによる研究, 補綴誌, 19(4): 167, 1976.
- 19) Schweitzer, J.M., et al.: Free-end pontics used on fixed partial dentures, J. Prosth. Dent., 20: 120, 1968.
- 20) Henderson, D., et al.: The Cantilever Type of Laboratory Study, J. Prosth. Dent., 24: 47~67, 1970.
- 21) Weinberg, L.A.: Force Distribution in Sprayed Posterior Teeth, Oral Surg., 10: 1268~1276, 1957.
- 22) 岡田京子: 局部義歯の設計と支台歯歯周組織の咬合圧負担状態との関係についての実験的研究, 歯学報, 71: 42~105, 1971.
- 23) 榎本善保: 遊離端におけるクラスプの設計条件が支台歯の咬合圧負担状態に及ぼす影響に関する実験的研究, 歯学報, 72: 1072, 1972.
- 24) 大和田彦一: 鉤 (cast rest) の歯牙に及ぼす影響について, (第1報) 主応力線について (Lines of principal stress), 歯学報, 55: 329~334, 395~402, 1955.
- 25) 井上好夫: Clasp occlusal-rest の歯牙並びに歯槽骨に及ぼす力学的検索, 第1報, 基礎実験について, 米子医誌, 10: 318~330, 1959.
- 26) 伊藤 広: 歯槽骨の三次元光弾性実験, 歯牙移動に関する光弾力学的検索, 米子医誌, 10: 80~90, 1959.
- 27) 水川一広: 鉤歯, その歯槽窩骨および床支持歯槽堤骨にあらわれる咬合荷重の三次元的弾性実験, その1, 補綴誌, 9: 33~52, 1962.
- 28) Glickman, I., et al.: Photoelastic Analysis of Internal Stress in the Periodontium Created by Occlusal Forces, J. Periodont., 41: 30, 1970.
- 29) Schreiber, S.: Statik des Alveolarfortsatzes, Modellexperimentelle Untersuchungen mit Hilfe der Spannungsoptik, Dtsch. Zahnärztl. Z., 25: 36~47, 1970.
- 30) 黒崎公絵, 他: 荷重下における歯牙および支持組織の応力分布について, 補綴誌, 17: 104, 1973.
- 31) 金竹哲也: 歯科理工学通論, 京都, 1962. 永末書店, 232頁.
- 32) 三木 教: 光弾性学要論, 大阪, 1974. 理工新社, 13頁.
- 33) 倉島晃一: 歯周組織の力学的性状に関する研究, 口病誌, 30: 361, 1963.
- 34) Noyes, H.C., et al.: Mechanical Input Impedance of Human Teeth in vivo, Med. & Biol. Eng., 6: 487, 1968.
- 35) Noyes, H., Charles, W.: Relationship between "Tooth Mobility" and "Mechanical Mobility of Teeth", J. Periodont., 43: 301, 1972.
- 36) 八島輝明: 歯の機械インピーダンスの測定, 口病誌, 38: 556, 1971.
- 37) 三嶋順一: 歯周組織の粘性と弾性に関する臨床的研究 (歯周疾患の病態と歯周組織の粘性・弾性との関係について), 口病誌, 40: 367, 1973.
- 38) Dymont, M.L., Syngé, J.L.: The Elasticity of the Periodontal Membrane, Oral Hlth., 25: 105~109, 1935.
- 39) Kronfeld, R.: Histologic Study of the Influence of Function on the Human Periodontal Membrane, J.A.D.A., 18: 1242~1274, 1931.
- 40) Syngé, J.L.: The Theory of an Incompressible Periodontal Membrane, Int. J. Orthod. Dent. Child., 19: 567~573, 1933.
- 41) Syngé, J.L.: The Tightness of the Teeth Considered as a Problem Concerning the Equilibrium of a Thin Incompressible Elastic Membrane, Phil. Trans. Roy. Soc., Series A. 231: 435~477, 1933.
- 42) Gabel, A.B.: A Mathematical Analysis of the Function of the Fibers of the Periodontal Membrane, J. Periodont., 27: 191~198, 1956.