半調節性咬合器の運動経路に関する理論的研究

第3報 コンダイラー型咬合器の運動経路およびテレダイン咬合器の顎頭間軸上の点の運動経路に関する補足説明

舟 久 保 太

Theoretical Studies on the Movement Paths of Semi-adjustable Articulators

Part 3. Further Discussions about the Movement Paths of the Condylar Type Articulator and the Movement Paths of the Points on the Intercondylar Axis of the Teledyne Articulator

Takashi Funakubo

〔目 次〕

I. 緒 言

II. コンダイラー型咬合器の運動経路の式の変換

1. ハノー・H-2型咬合器の運動経路の式の変換
2. 変換された運動経路の式の導関数

III. ハノー・テレダイン咬合器の顎頭間軸上の点の運動経路に関する補足説明

IV. 考 察 1, 2, 3, 4, 5

V. 結 論

文 献

I. 緒 言

半調節性咬合器について、その実用性が十分評価できるものであるとの観点にたつて、著者はその運動性を理論的に明らかにすることを試み、第1報¹⁾として咬合器固有の運動経路を表わす方程式(運動経路の式)について報告し、第2報²⁾としてその運動経路の式に微分幾何学を適用する解析方法について報告した。これらは、半調節性咬合器の代表的なものとしてハノー・H-2型咬合器、ハノー・テレダイン咬合器およびハノー・ユニパー

シティ 130-28 型咬合器の3種を取上げ検討を行っている。

一般に半調節性咬合器といわれる顎路型咬合器は、機構上コンダイラー・ガイダンスの付属している部位によってアルコン型とコンダイラー型の2種に大別でき、またコンダイラー・ガイダンスの構造もボックス型とスロット型³⁾の2種類がある。したがって、各種半調節性咬合器の側方運動における運動性(運動経路の様相、運動方向、移動距離、回転中心軸、回転中心点)を明らかにして評価するためには、アルコン型とコンダイラー型を対比させて検討しなければならないし、さらにまたボックス型とスロット型も運動性にどのような影響を及ぼすか比較・検討する必要がある。現在までのこの分野に関する定量的研究として、Weinberg^{4,5)}、野村⁶⁾、長谷川⁷⁾等の業績があるが、著者もアルコン型とコンダイラー型およびボックス型とスロット型咬合器の運動性を、運動経路の式を用いた解析方法で比較・検討することを考え、まず咬合器の上部か下部のいずれか一方が運動するように経路の式を統一することにした。そこで、人体では下顎が運動していることを考慮して、コンダイラー・スロット様式ハノー・H-2型咬合器⁸⁾の運動経路の式を咬合器下部が運動するように変換した。

また、第1報で推定したアルコン・ボックス様式ハノー・テレダイン咬合器^{9,10)}の両側コンダイラー・ガイダンスがねじれの位置にある場合の顎頭間軸上の点の側方運動経路についても検討したので報告する。

東北大学歯学部歯科補綴学第2講座(主任・指導:根本一男教授)

Second Department of Prosthetic Dentistry, School of Dentistry, Tohoku University (Chief and Director: Prof. Kazuo Nemoto)

昭和53年6月1日受付

II. コンダイラー型咬合器の運動経路の式の変換

コンダイラー型咬合器は、左右のコンダイラー・ガイダンスが咬合器下部に付属している。したがって、第1報で H-2 型咬合器の運動経路の式を導く場合、アルコン型咬合器とは反対に咬合器上部が運動するものとして経路の式を導かざるを得なかった。しかし、アルコン型咬合器とコンダイラー型咬合器の運動性を比較・検討するためには、コンダイラー型咬合器の運動経路の式を咬合器下部が運動するように変換し、その導関数が示されねばならない。

1. ハノー・H-2 型咬合器の運動経路の式の変換

第1報と同様に、咬合器の右側が作業側となる場合について検討する。運動経路の式の媒介変数は、咬合器の平衡側頭点の移動距離であり、これを t_B の記号で表わす。

図1に示すように O-XYZ 座標系におかれた H-2 型咬合器の上部に、上部の運動と共に運動する $O_n-X_nY_nZ_n$ 座標系を考える。咬合器がセントリック・ロックされた状態（側方運動経路の式であっても前方運動経路の式であっても、その媒介変数値が $t_B=t_C=0$ の場合であるから、以下必要に応じて t_0 の顎位と呼ぶことにする）の時には、両座標系の座標軸は一致する。 $t_B=0$ の時、X軸上に H_0 点 $(0, h, 0)$ を設定する。この H_0 点は $t_B=n$ の時 H_n 点となり、 $O_n-X_nY_nZ_n$ 座標系の X_n 軸

図1 O-XYZ 座標系と $O_n-X_nY_nZ_n$ 座標系

C_B : 咬合器の左側顎頭点
 C_W : 咬合器の右側顎頭点
 S : インサイザル・ピン先端の点

を導くためのものである。

咬合器の左側 (C_B) が平衡側となる場合、 $t_B=n$ の時の平衡側顎頭点 C_{Bn} の O-XYZ 座標系での座標を (x_{Bn}, y_{Bn}, z_{Bn}) 、作業側顎頭点 C_{Wn} の座標を (x_{Wn}, y_{Wn}, z_{Wn}) 、 H_n 点の座標を (x_{Hn}, y_{Hn}, z_{Hn}) とする。これら3点の座標は、第1報で報告した運動経路の式（第1報②, III式, ⑥, III式および⑥, V式）に $t_B=n$ を代入することによって求め得る。

Y_n 軸は H-2 型咬合器においては顎頭間軸に一致し、常に $t_B=0$ の時の C_W 点 $(0, 0, 0)$ を通るから、

$$\frac{x}{x_{Bn}} = \frac{y}{y_{Bn}} = \frac{z}{z_{Bn}} \dots\dots\dots \textcircled{1}, \text{ II}$$

と表わされる。

X_n 軸は H_n 点と Y_n 軸上の C_{Wn} 点を通る直線であるから

$$\frac{x-x_{Wn}}{x_{Hn}-x_{Wn}} = \frac{y-y_{Wn}}{y_{Hn}-y_{Wn}} = \frac{z-z_{Wn}}{z_{Hn}-z_{Wn}} \dots\dots\dots \textcircled{2}, \text{ II}$$

と表わされる。

Z_n 軸は Y_n 軸と X_n 軸に垂直で C_{Wn} 点を通る直線であるから、

$$\frac{x-x_{Wn}}{A_n} = \frac{y-y_{Wn}}{B_n} = \frac{z-z_{Wn}}{C_n} \dots\dots\dots \textcircled{3}, \text{ II}$$

$$A_n = \begin{vmatrix} z_{Bn} & y_{Bn} \\ z_{Hn}-z_{Wn} & y_{Hn}-y_{Wn} \end{vmatrix}$$

$$B_n = \begin{vmatrix} x_{Bn} & z_{Bn} \\ x_{Hn}-x_{Wn} & z_{Hn}-z_{Wn} \end{vmatrix}$$

$$C_n = \begin{vmatrix} y_{Bn} & x_{Bn} \\ y_{Hn}-y_{Wn} & x_{Hn}-x_{Wn} \end{vmatrix}$$

と表わされる。

ここで3直線方向余弦を $l_{Xn}, m_{Xn}, n_{Xn}, l_{Yn}, m_{Yn}, n_{Yn}, l_{Zn}, m_{Zn}, n_{Zn}$ とすれば、

$$\left. \begin{aligned} l_{Xn} &= \frac{x_{Hn}-x_{Wn}}{A_{Xn}} & m_{Xn} &= \frac{y_{Hn}-y_{Wn}}{A_{Xn}} & n_{Xn} &= \frac{z_{Hn}-z_{Wn}}{A_{Xn}} \\ l_{Yn} &= \frac{x_{Bn}}{A_{Yn}} & m_{Yn} &= \frac{y_{Bn}}{A_{Yn}} & n_{Yn} &= \frac{z_{Bn}}{A_{Yn}} \\ l_{Zn} &= \frac{A_n}{A_{Zn}} & m_{Zn} &= \frac{B_n}{A_{Zn}} & n_{Zn} &= \frac{C_n}{A_{Zn}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots \textcircled{4}, \text{ II}$$

$$A_{Xn} = \sqrt{(x_{Hn}-x_{Wn})^2 + (y_{Hn}-y_{Wn})^2 + (z_{Hn}-z_{Wn})^2}$$

$$A_{Yn} = \sqrt{x_{Bn}^2 + y_{Bn}^2 + z_{Bn}^2}$$

$$A_{Zn} = \sqrt{A_n^2 + B_n^2 + C_n^2}$$

$$l_{Xn}l_{Yn} + m_{Xn}m_{Yn} + n_{Xn}n_{Yn} = 0$$

$$l_{Yn}l_{Zn} + m_{Yn}m_{Zn} + n_{Yn}n_{Zn} = 0$$

$$l_{Zn}l_{Xn} + m_{Zn}m_{Xn} + n_{Zn}n_{Xn} = 0$$

と表わされる。これにより $O_n-X_nY_nZ_n$ 座標系を定め得る。

任意点 V の $t_B=0$ の時の O-XYZ 座標系における座標を (e, f, g) , $O_n-X_nY_nZ_n$ 座標系から見たこの的の座標を (e_n, f_n, g_n) とすれば,

$$\left. \begin{aligned} e-x_{wn} &= l_{xn}e_n + l_{yn}f_n + l_{zn}g_n \\ f-y_{wn} &= m_{xn}e_n + m_{yn}f_n + m_{zn}g_n \\ g-z_{wn} &= n_{xn}e_n + n_{yn}f_n + n_{zn}g_n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots \textcircled{6}, \text{ II}$$

ける関係が成り立つ。これを e_n, f_n, g_n について解けば,

$$e_n = \frac{A_1}{D_1} \quad f_n = \frac{B_1}{D_1} \quad g_n = \frac{C_1}{D_1} \quad \dots\dots\dots \textcircled{6}, \text{ II}$$

2. 変換された運動経路の式の導関数

咬合器下部が運動するように変換された運動経路の式の第 1 階導関数は, $\textcircled{6}, \text{ II}$ 式に合成関数の微分法¹¹⁾を適用して得られる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{e}_n &= \frac{\dot{A}_1}{D_1} - \frac{A_1 \dot{D}_1}{D_1^2} \\ \dot{f}_n &= \frac{\dot{B}_1}{D_1} - \frac{B_1 \dot{D}_1}{D_1^2} \\ \dot{g}_n &= \frac{\dot{C}_1}{D_1} - \frac{C_1 \dot{D}_1}{D_1^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots \textcircled{7}, \text{ II}$$

$$\dot{A}_1 = \begin{vmatrix} -\dot{x}_{wn} & l_{yn} & l_{zn} \\ -\dot{y}_{wn} & m_{yn} & m_{zn} \\ -\dot{z}_{wn} & n_{yn} & n_{zn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} e-x_{wn} & \dot{l}_{yn} & l_{zn} \\ f-y_{wn} & \dot{m}_{yn} & m_{zn} \\ g-z_{wn} & \dot{n}_{yn} & n_{zn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} e-x_{wn} & l_{yn} & \dot{l}_{zn} \\ f-y_{wn} & m_{yn} & \dot{m}_{zn} \\ g-z_{wn} & n_{yn} & \dot{n}_{zn} \end{vmatrix}$$

$$\dot{B}_1 = \begin{vmatrix} l_{xn} & e-x_{wn} & l_{zn} \\ \dot{m}_{xn} & f-y_{wn} & m_{zn} \\ \dot{n}_{xn} & g-z_{wn} & n_{zn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} l_{xn} & -\dot{x}_{wn} & l_{zn} \\ m_{xn} & -\dot{y}_{wn} & m_{zn} \\ n_{xn} & -\dot{z}_{wn} & n_{zn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} l_{xn} & e-x_{wn} & \dot{l}_{zn} \\ m_{xn} & f-y_{wn} & \dot{m}_{zn} \\ n_{xn} & g-z_{wn} & \dot{n}_{zn} \end{vmatrix}$$

$$\dot{C}_1 = \begin{vmatrix} l_{xn} & l_{yn} & e-x_{wn} \\ \dot{m}_{xn} & m_{yn} & f-y_{wn} \\ \dot{n}_{xn} & n_{yn} & g-z_{wn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} l_{xn} & \dot{l}_{yn} & e-x_{wn} \\ m_{xn} & \dot{m}_{yn} & f-y_{wn} \\ n_{xn} & \dot{n}_{yn} & g-z_{wn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} l_{xn} & l_{yn} & -\dot{x}_{wn} \\ m_{xn} & m_{yn} & -\dot{y}_{wn} \\ n_{xn} & n_{yn} & -\dot{z}_{wn} \end{vmatrix}$$

$$\dot{D}_1 = \begin{vmatrix} l_{xn} & l_{yn} & l_{zn} \\ \dot{m}_{xn} & m_{yn} & m_{zn} \\ \dot{n}_{xn} & n_{yn} & n_{zn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} l_{xn} & \dot{l}_{yn} & l_{zn} \\ m_{xn} & \dot{m}_{yn} & m_{zn} \\ n_{xn} & \dot{n}_{yn} & n_{zn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} l_{xn} & l_{yn} & \dot{l}_{zn} \\ m_{xn} & m_{yn} & \dot{m}_{zn} \\ n_{xn} & n_{yn} & \dot{n}_{zn} \end{vmatrix}$$

$$\dot{l}_{xn} = \frac{\dot{x}_{Hn} - \dot{x}_{wn}}{A_{xn}} - \frac{\dot{A}_{xn}(x_{Hn} - x_{wn})}{A_{xn}^2}$$

$$\dot{m}_{xn} = \frac{\dot{y}_{Hn} - \dot{y}_{wn}}{A_{xn}} - \frac{\dot{A}_{xn}(y_{Hn} - y_{wn})}{A_{xn}^2}$$

$$\dot{n}_{xn} = \frac{\dot{z}_{Hn} - \dot{z}_{wn}}{A_{xn}} - \frac{\dot{A}_{xn}(z_{Hn} - z_{wn})}{A_{xn}^2}$$

$$\dot{l}_{yn} = \frac{\dot{x}_{Bn}}{A_{yn}} - \frac{\dot{A}_{yn}x_{Bn}}{A_{yn}^2} \quad \dot{m}_{yn} = \frac{\dot{y}_{Bn}}{A_{yn}} - \frac{\dot{A}_{yn}y_{Bn}}{A_{yn}^2}$$

$$\dot{n}_{yn} = \frac{\dot{z}_{Bn}}{A_{yn}} - \frac{\dot{A}_{yn}z_{Bn}}{A_{yn}^2} \quad \dot{l}_{zn} = \frac{\dot{A}_n}{A_{zn}} - \frac{\dot{A}_{zn}A_n}{A_{zn}^2}$$

$$\dot{m}_{zn} = \frac{\dot{B}_n}{A_{zn}} - \frac{\dot{A}_{zn}B_n}{A_{zn}^2} \quad \dot{n}_{zn} = \frac{\dot{C}_n}{A_{zn}} - \frac{\dot{A}_{zn}C_n}{A_{zn}^2}$$

$$\dot{A}_n = \begin{vmatrix} \dot{z}_{Bn} & y_{Bn} \\ \dot{z}_{Hn} - \dot{z}_{wn} & y_{Hn} - y_{wn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} z_{Bn} & \dot{y}_{Bn} \\ z_{Hn} - z_{wn} & \dot{y}_{Hn} - \dot{y}_{wn} \end{vmatrix}$$

$$\dot{B}_n = \begin{vmatrix} \dot{x}_{Bn} & z_{Bn} \\ \dot{x}_{Hn} - \dot{x}_{wn} & z_{Hn} - z_{wn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_{Bn} & \dot{z}_{Bn} \\ x_{Hn} - x_{wn} & \dot{z}_{Hn} - \dot{z}_{wn} \end{vmatrix}$$

$$A_1 = \begin{vmatrix} e-x_{wn} & l_{yn} & l_{zn} \\ f-y_{wn} & m_{yn} & m_{zn} \\ g-z_{wn} & n_{yn} & n_{zn} \end{vmatrix} \quad B_1 = \begin{vmatrix} l_{xn} & e-x_{wn} & l_{zn} \\ m_{xn} & f-y_{wn} & m_{zn} \\ n_{xn} & g-z_{wn} & n_{zn} \end{vmatrix}$$

$$C_1 = \begin{vmatrix} l_{xn} & l_{yn} & e-x_{wn} \\ m_{xn} & m_{yn} & f-y_{wn} \\ n_{xn} & n_{yn} & g-z_{wn} \end{vmatrix} \quad D_1 = \begin{vmatrix} l_{xn} & l_{yn} & l_{zn} \\ m_{xn} & m_{yn} & m_{zn} \\ n_{xn} & n_{yn} & n_{zn} \end{vmatrix}$$

と表わされる。

$\textcircled{6}, \text{ II}$ 式が H-2 型咬合器において, 咬合器下部が運動した場合の任意点の運動経路の式である。

$$\begin{aligned}\dot{C}_n &= \left| \begin{array}{cc} \dot{y}_{Bn} & x_{Bn} \\ \dot{y}_{Hn} - \dot{y}_{Wn} & x_{Hn} - x_{Wn} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{cc} y_{Bn} & \dot{x}_{Bn} \\ y_{Hn} - y_{Wn} & \dot{x}_{Hn} - \dot{x}_{Wn} \end{array} \right| \\ \dot{A}_{Xn} &= \frac{(\dot{x}_{Hn} - \dot{x}_{Wn})(x_{Hn} - x_{Wn}) + (\dot{y}_{Hn} - \dot{y}_{Wn})(y_{Hn} - y_{Wn}) + (\dot{z}_{Hn} - \dot{z}_{Wn})(z_{Hn} - z_{Wn})}{A_{Xn}} \\ \dot{A}_{Yn} &= \frac{\dot{x}_{Bn}x_{Bn} + \dot{y}_{Bn}y_{Bn} + \dot{z}_{Bn}z_{Bn}}{A_{Yn}} \\ \dot{A}_{Zn} &= \frac{\dot{A}_n A_n + \dot{B}_n B_n + \dot{C}_n C_n}{A_{Zn}}\end{aligned}$$

$\dot{x}_{Bn}, \dot{y}_{Bn}, \dot{z}_{Bn}$ については第2報②, III式が, $\dot{x}_{Wn}, \dot{y}_{Wn}, \dot{z}_{Wn}$ については第2報③, III式が, $\dot{x}_{Hn}, \dot{y}_{Hn}, \dot{z}_{Hn}$ については第2報①, III式が対応する。ただし, $\dot{A}$ は A を媒介変数 t_B で微分することを示す。

III. ハノー・テレダイナ咬合器の顎頭間軸上の点の運動経路に関する補足説明 一両側コンダイラー・ガイダンスがねじれの位置にある場合—

テレダイナ咬合器の平衡側コンダイラー・ハウジングの矢状傾斜角度を α , ベネット・アングルを β , 作業側コンダイラー・ハウジングの矢状傾斜角度を θ , コンペンセーティング・アングルを ω とする。

第1報¹⁾では, 両側コンダイラー・ガイダンスが相交する場合, つまり $\alpha = \theta$ で $\omega \neq 0$ または $\alpha \neq \theta$ で $\omega = 0$ の場合の顎頭間軸上の点の運動経路について検討し, これを明らかにした。これに対して, 両側コンダイラー・ガイダンスがねじれの位置にある場合, つまり $\alpha \neq \theta$ で $\omega \neq 0$ の場合について, より一般的な座標系を設定して検討したので報告する。

第1報III章2と同様の O-XYZ 座標系での平衡側コンダイラー・ガイダンス (以下 L_B 線と呼ぶ) と作業側コンダイラー・ガイダンス (以下 L_W 線と呼ぶ) の方程式は, 第1報②, III式および③, III式より,

$$\frac{x}{\lambda_B} = \frac{y-a}{\mu_B} = \frac{z}{\nu_B} = t_B \quad \text{①, III}$$

$$\frac{x}{\lambda_W} = \frac{y}{\mu_W} = \frac{z}{\nu_W} \quad \text{②, III}$$

$$\lambda_B = \cos \alpha \cos \beta \quad \mu_B = -\sin \beta \quad \nu_B = -\sin \alpha \cos \beta$$

$$\lambda_W = \cos \theta \sin \omega \quad \mu_W = -\cos \omega \quad \nu_W = -\sin \theta \sin \omega$$

と表わされる。 a (>0) は咬合器の顎頭間軸の長さである。咬合器がセントリック・ロックされた状態 ($t_B=0$) における顎頭間軸上の任意点 Q_0 の座標を $(0, q, 0)$ とすれば, この点の運動経路は Q_0 点を含み L_B 線と L_W 線に平行な平面③, III式に含まれる (第2報VI章1)。この平面を以下 π 平面と呼ぶ。

$$\begin{vmatrix} x & y-q & z \\ \lambda_B & \mu_B & \nu_B \\ \lambda_W & \mu_W & \nu_W \end{vmatrix} = 0 \quad \text{③, III}$$

L_B 線と L_W 線の共通垂線を Z' 軸に取り, Z' 軸と π 平面の交点を O' とする。そして L_B 線と L_W 線の π 平面への正投影像を L'_B 線と L'_W 線とし, L'_W 線を Y' 軸, O' 点を通る L'_W 線に対する垂線を X' 軸とすれば, ここに $O'-X'Y'Z'$ 座標系を定め得る (図2)。共通垂線と L_B 線の交点を P_B , L_W 線との交点を P_W とし, $\overline{O'P_B} = a'$, $\overline{O'P_W} = b'$ とする。

平面 π における L'_B 線と L'_W 線の交角 δ は, ①, III式および②, III式より,

$$\cos \delta = \lambda_B \lambda_W + \mu_B \mu_W + \nu_B \nu_W$$

と表わされる。 $O'-X'Y'Z'$ 座標系における咬合器の両側顎頭点をそれぞれ $B(x'_B, y'_B, z'_B)$, $W(x'_W, y'_W, z'_W)$ とすれば, その方程式は,

図2 O'-X'Y'Z' 座標系

B_0, W_0, Q_0 : $t_B=0$ の時の平衡側, 作業側顎頭点および顎頭間軸上の任意点

L_B 線と L_W 線: 平衡側と作業側のコンダイラー・ガイダンス

平面 π : Q_0 点を含み L_B 線と L_W 線に平行な平面

$\overline{P_BP_W}$: L_B 線と L_W 線の共通垂線

L'_B と L'_W : L_B 線と L_W 線の平面 π への正投影像

δ : L'_B 線と L'_W 線の交角

$$\left. \begin{aligned} x'_w &= 0 \\ y'_w &= t'_w \\ z'_w &= b' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots ④, \text{ III}$$

$$\left. \begin{aligned} x'_B &= y'_B \tan \delta \quad (x'_B / \sin \delta = y'_B / \cos \delta = t'_B) \\ z'_B &= -a' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots ⑤, \text{ III}$$

と表わされる。ただし B 点は L_B 線上に、W 点は L_w 線上にある。 t'_B は L_B 線上において P_B 点から B 点までの、 t'_w は L_w 線上において P_w 点から W 点までの有向距離¹²⁾である。 B 点と W 点の関係は、

$$(x'_B - x'_w)^2 + (y'_B - y'_w)^2 + (z'_B - z'_w)^2 = a^2 \dots\dots\dots ⑥, \text{ III}$$

と表わされるから、これに $z'_B = -a'$ 、 $z'_w = b'$ を代入して整理すれば、

$$(x'_B - x'_w)^2 + (y'_B - y'_w)^2 = a^2 - (a' + b')^2 \dots\dots\dots ⑦, \text{ III}$$

となる。 a は顆頭間軸の長さであり、 $(a' + b')$ は L_B 線と L_w 線の間の最短距離であるから、

$$a^2 - (a' + b')^2 > 0 \dots\dots\dots ⑧, \text{ III}$$

である。

$O'-X'Y'Z'$ 座標系での顆頭間軸上の点 Q の座標は、平面 π が座標系の $X'-Y'$ 平面と一致しているので $(x'_Q, y'_Q, 0)$ と表わし得るから、

$$\overline{WQ} : \overline{QB} = q : (a - q) = m : n$$

と考えれば、

$$\left. \begin{aligned} x'_Q &= \frac{mx'_B + nx'_w}{m+n} \\ y'_Q &= \frac{my'_B + ny'_w}{m+n} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots ⑨, \text{ III}$$

である。ここで、

$$m + n = 1 \quad m / (m + n) = \gamma$$

とおけば、④、Ⅲ式、⑤、Ⅲ式および⑨、Ⅲ式より、

$$x'_Q = \gamma x'_B$$

$$y'_B - y'_w = \frac{-(y'_Q - y'_B)}{1 - \gamma}$$

$$y'_B = \frac{x'_B}{\tan \delta} = \frac{x'_Q}{\gamma \tan \delta}$$

が導きだされる。これを⑦、Ⅲ式に代入して整理すれば、

$$A_2(x'_Q)^2 + 2H_2x'_Qy'_Q + B_2(y'_Q)^2 = F \dots\dots\dots ⑩, \text{ III}$$

$$A_2 = (1 - \gamma)^2 + \frac{1}{\tan^2 \delta} > 0$$

$$H_2 = \gamma / \tan \delta \quad (0 < \delta < \pi/2)$$

$$B_2 = \gamma^2 > 0$$

$$F = \gamma^2(1 - \gamma)^2 \{a^2 - (a' + b')^2\} > 0$$

となる。 $\tan 2\phi = 2H_2 / (A_2 - B_2)$ となる様な ϕ を用いて

$$x'_Q = \bar{X} \cos \phi - \bar{Y} \sin \phi$$

$$y'_Q = \bar{X} \sin \phi + \bar{Y} \cos \phi$$

なる座標変換を行えば、⑩、Ⅲ式は、

$$\bar{A}\bar{X}^2 + \bar{B}\bar{Y}^2 = F \dots\dots\dots ⑪, \text{ III}$$

と表わされる。一般に $\bar{A}$ 、 $\bar{B}$ は次の方程式の 2 根として決定される。

$$t^2 - (A_2 + B_2)t + A_2B_2 - H_2^2 = 0$$

よって

$$t = \frac{(A_2 + B_2) \pm \sqrt{(A_2 - B_2)^2 + 4H_2^2}}{2} \dots\dots\dots ⑫, \text{ III}$$

である。⑫、Ⅲ式において、

$$(A_2 + B_2)^2 - \{ \sqrt{(A_2 - B_2)^2 + 4H_2^2} \}^2 = 4\gamma^2(1 - \gamma)^2 > 0$$

が成り立つから、 $A_2 > 0$ 、 $B_2 > 0$ より $\bar{A}$ 、 $\bar{B}$ は共に正となる。そして $F > 0$ であるから、⑪、Ⅲ式は楕円となる。

よって、両側コンダイラー・ガイダンスがねじれの位置にある場合、顆頭間軸上の点の運動経路は両側コンダイラー・ガイダンスに平行な平面内で、共通垂線と平面 π の交点を中心とする楕円であることが証明された。

IV. 考 察

1. 咬合器の運動性に関する研究方法について

半調節性咬合器は、コンダイラー・ガイダンスが咬合器の上部に付属しているのか下部に付属しているのかによって、アルコン型とコンダイラー型に分類される。さらにコンダイラー・ガイダンス部が箱型になっているのか溝型になっているのかによって、ボックス型とスロット型³⁾に分類される。したがって、これらの組み合わせによって 4 つの様式の咬合器が考えられるが、実際にはアルコン・ボックス様式、アルコン・スロット様式、コンダイラー・スロット様式の 3 種類がある。これら 3 つの様式に属する半調節性咬合器は、いずれもそのコンダイラー・ガイダンスが直線ではあるが、各咬合器相互間での寸法（顆頭間軸の長さ、顆頭間軸とインサイザル・ピンの共通垂線の長さ、インサイザル・ピン先端の点から顆頭間軸へおろした垂線の長さ）は必ずしも同一ではない¹³⁾。また、同じアルコン・ボックス様式の咬合器であっても、コンダイラー・ガイダンスを決定するためのコンダイラー・ハウジングの構造は異なったものがある。例えば、テレダイン^{9,10)}、ウィップ・ミックス^{14,15)}の各咬合器の作業側となる側のコンダイラー・ハウジングを比較してみれば明らかである。したがって、半調節性咬合器の側方運動における運動性（運動経路の様相、運動方向を示す接線方向、移動距離、回転中心軸、回転中心点、その他第 2 報²⁾を参照）に関する比較・検討は、同

一資料によって調節されたコンダイラー・ガイダンスとインサイザル・ガイドを有する同一寸法の3つの様式の咬合器の相違が論じられた後、各咬合器の運動性やその相違が論じられるべきである。

こうした咬合器の運動性やその相違に関する理論的・定量的研究は、Bergström¹⁶⁾ がアルコン型咬合器とコンダイラー型咬合器に関して問題を提起して以来、Weinberg^{4,5)}、野村⁶⁾、長谷川⁷⁾ 等の業績がある。

野村、長谷川等は、アルコン型咬合器とコンダイラー型咬合器で、コンダイラー・ガイダンスとインサイザル・ガイドの傾斜角度を同一条件で設定して、両者の任意点の運動性を矢状面と水平面に分けて別個に比較・検討した。その結果、両者の間に差異は存在するがその使用法まで加味する時、両型咬合器間に本質的な差異を認めなかったと報告している。

これに対し、Weinberg も水平面において、ある顎位時にコンダイラー・ガイダンスと顎頭間軸のなす角度が75度となるようにするためには、アルコン型では15度の、コンダイラー型では11度の側方傾斜角度を与えれば可能となることを数学的に計算して、これを例として両者の運動性には差異がないと結論している。

しかしながら、両者の研究はいずれも平面的で、咬合器が立体的な側方運動を行った場合が相違が明らかにならない。そこで著者は、第1報で報告した運動経路の式と第2報の経路の式を用いた解析方法を利用して、アルコン型とコンダイラー型、ボックスとスロット型の咬合器の運動性を比較・検討する方法について2, 3の考察を行った。

なお、Weinberg は、側方運動においてハノー・H型咬合器¹⁷⁾の上部を固定し下部を動かすと、咬合器の作業側顎頭点が外側・後上方へ移動すると述べているが、咬合器が通常セントリック・ロックされる位置から同一顎位をとるまでの経路に関しては記載がない。Weinberg が行ったこの方法について、著者はH-2型咬合器の運動経路の式を本論文Ⅱ章で述べたように、咬合器下部が運動するように変換し、後述する理論的チェック・パイットで諸角度の調節を行い、ユニバーシティ130-28型咬合器¹⁸⁾との関連で自動製図装置を利用し、運動経路に対する検討を行っている。

1) 運動経路の式と座標系の原点について

第1報において咬合器の運動経路の式を導く場合、咬合器の顎頭間軸とY軸を一致させ、作業側顎頭点(咬合器の右側顎頭点)を原点0とした。そして、インサイザル・ガイドの傾斜角度およびラテラル・ウイングの角度

が0度時、インサイザル・ガイドがX-Y平面と平行になるように座標空間O-XYZを設定した。それは、作業側顎頭点に座標系の原点を設定した場合、最も簡明な形式の運動経路の式が求め得るから、それが数学的にどのような曲線であるのかを検討したり、経路の式の導関数を示し、これを用いて各咬合器固有の運動性(運動経路の様相、運動方向を示す接線の方向、移動距離、回転中心点、回転中心軸、その他)を算出するのに有利なためである。

しかしながら、咬合器各部の寸法やコンダイラー・ガイダンス部の構造の異なる咬合器の運動性を比較・検討したり、作業側顎頭補助調節機構としての顎頭間距離調節の効果を具体的に算出したり、咬合局面を解析したりする場合、咬合器の顎頭間軸上の任意の位置に座標系の原点を置くような形の運動経路の式を求めて、これにセントリック・ロックされた状態での両側顎頭点の座標を代入する際、その中点に原点がくるようにして使用した方が有利である。

咬合器の顎頭間軸上の任意の位置(0, a_1 , 0)に原点を置く座標系を $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ とすれば、 $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 座標系における運動経路の式は第1報で述べた考え方に従っても求め得るし、第1報の運動経路の式に対して座標軸の平行移動を行っても求め得る。O-XYZ座標系における点の座標を(x, y, z)とし、 $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 座標系における同じ点の座標を($\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$)とすれば、O-XYZ座標系における点と $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 座標系における点の間には、

$$\left. \begin{array}{l} x = \bar{x} \\ y = \bar{y} + a_1 \\ z = \bar{z} \end{array} \right\} \dots\dots\dots \textcircled{1}, \text{IV}$$

なる関係が成り立つ。①, IV式を第1報の運動経路の式に代入すれば、 $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 座標系における運動経路の式が得られる。O-XYZ座標系において咬合器の作業側顎頭点の座標を(0, 0, 0)とし、平衡側顎頭点の座標を(0, a, 0)とすれば、①, IV式の $a_1 = a/2$ の場合 $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 座標系の原点は咬合器の両側顎頭点の中点に置かれることになる。

本論文のⅡ章およびⅢ章では、第1報および第2報との関連でO-XYZ座標系を用いたが、これからの考察では必要に応じて $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 座標系を用いる。

2) 咬合器各部の寸法やコンダイラー・ガイダンス部の構造の異なる咬合器の運動性を比較・検討する場合の要件について

この場合、次の3点が考慮されねばならない。

① 同一座標系で、咬合器の上部または下部のいずれ

か一方が運動するように統一されること。

② 同一患者から得た資料によって、コンダイラー・ガイダンスおよびインサイザル・ガイドの角度調節がなされること。

③ 媒介変数である平衡側顎頭点の移動距離に関して、咬合器間での対応性が確立されること。

このうち①は、前述のように $\bar{O}-XYZ$ 座標系の原点を咬合器の両側顎頭点の midpoint に設定することおよびⅡ章のコンダイラー型咬合器の運動経路の式を咬合器下部が運動するように変換することによって解決される。②と③については後述する。

3) 理論的チェック・バイトの製作とそれによる咬合器の調節について

咬合器の運動を患者の下顎運動に適合したものにするため、その調節方法としてはグラフィック法、チェック・バイト法、チュー・イン法の3つがある。著者が第1報で検討に用いた3種の半調節性咬合器、すなわちアルコン・ボックス様式（ハノー・テレダイン咬合器）、アルコン・スロット様式（ハノー・ユニバーシティ 130-28 型咬合器）、コンダイラー・スロット様式（ハノー・H-2 型咬合器）の各咬合器は、下顎運動によって偏心位に移動した顎位の再現を目的としたものであり、通常コンダイラー・ガイダンスおよびインサイザル・ガイドの角度調節は、チェック・バイト法によってなされる。そ

こで、前述の同一条件での角度調節に関しては、理論的チェック・バイトを製作し、これを用いて咬合器の調節を行うことにして検討する。

ただし、ここで用いる運動経路の式はすべて $\bar{O}-XYZ$ 座標系における運動経路の式であり、座標系の原点は咬合器の両側顎頭点の midpoint に置かれているものとする。したがって、第1報③、Ⅲ式とある場合、それは①、Ⅳ式を用いて $O-XYZ$ 座標系から、 $\bar{O}-XYZ$ 座標系に変換された運動経路の式であるとする。

(1) 理論的チェック・バイトの製作

右側方運動（図3の C_L が平衡側）における咬合器の運動性を比較・検討するためのチェック・バイトを、アルコン・スロット様式ハノー・ユニバーシティ 130-28 型咬合器を用いて製作する。すなわち、患者から採得した左右側方位および前方位のチェック・バイトを用いてユニバーシティ 130-28 型咬合器を調節した場合の両側コンダイラー・ガイダンスおよびインサイザル・ガイドの調節角度は表1に示す通りであるとする。表1には、咬合器の右側方運動を検討するためのチェック・バイトを製作するのに必要な角度のみを示した。

前方位のチェック・バイトは、右側方位におけるインサイザル・ガイドの矢状傾斜角度の決定に用いるためのものである。第1報Ⅳ章3のアルコン・ボックス様式ハノー・ユニバーシティ 130-28 型咬合器の前方運動経路

図3 理論的チェック・バイト

C, S: ユニバーシティ 130-28 型咬合器の顎頭点とインサイザル・ピン先端の点

T, S_T: テレダイン咬合器の顎頭点とインサイザル・ピン先端の点

$d_{C_R C_L S} : t_B = t_C = 0$ の状態

$d_{C_{RP} C_{LP} S_P} : t_C = m_C$ の状態

$d_{C_{RW} C_{LB} S_R} : t_B = m_B$ の状態

$\overline{C_R C_L}$ の中点と $\overline{T_R T_L}$ の中点は一致する。

表 1 理論的チェック・バイト製作に必要なユニバーシティ 130-28 型咬合器の角度

必要な角度	角度記号
左側のコンダイラー・ガイダンスの 矢状傾斜角度	α_L ※ #
ベネット・アングル	β_L ※ #
右側のコンダイラー・ガイダンスの 矢状傾斜角度	α_R #
ベネット・アングル	β_R #
インサイザル・ガイドの 矢状傾斜角度	γ ※ #
左側のラテラル・ウイングの角度	ε_L ※

※印は右側方位のチェック・バイト製作に用いる。

#印は前方位のチェック・バイト製作に用いる。

右側方運動に関する研究であるから、前方位のチェックバイト製作の場合 $\alpha_L = \alpha_R$, $\beta_L = \beta_R$ とすれば計算はより簡単になる。

の式に、表 1 の角度を代入し、媒介変数値として $t_c = m_c > 0$ を与えれば、図 3 の右側に示すように咬合器がセントリック・ロックされた状態での両側顆頭点 C_L , C_R およびインサイザル・ピン先端 S 点は、それぞれ C_{LP} , C_{RP} , S_P へと移動するから、 C_L , C_R , S , C_{LP} , C_{RP} , S_P の 6 点によって立体的な前方位のチェック・バイトが得られる。その際、寸法の異なるアルコン・ボックス様式ハノー・テレダイン咬合器の両側顆頭点 T_L , T_R およびインサイザル・ピン先端 S_T 点に相当する点に関しても、第 1 報 V 章の任意点の運動経路の式を用いて $t_c = m_c$ の時の T_{LP} , T_{RP} , S_{TP} の座標を求めておく。

右側方位のチェック・バイトを製作する場合、第 1 報 III 章 3 のユニバーシティ 130-28 型咬合器の側方運動経路の式に、表 1 の必要とする角度を代入し、媒介変数値として $t_b = m_b > 0$ を与えれば、図 3 の左側に示すように C_L , C_R , S に対応した C_{LB} , C_{RW} , S_R を求め得る。この 6 点によって立体的な右側方位のチェック・バイトが得られる。前方位の場合と同様にして T_L , T_R , S_T に対応して、 $t_b = m_b$ の時の T_{LB} , T_{RW} , S_{TR} の座標を求めておく。

(2) アルコン・ボックス様式ハノー・テレダイン咬合器の調節

ユニバーシティ 130-28 型咬合器の顆頭間距離を H-2 型咬合器との関連で 110 mm とした場合、 $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 座標系における両側顆頭点およびインサイザル・ピン先端の点の座標は、ユニバーシティ 130-28 型咬合器とテレダイン咬合器では異なると考えられる。半調節性咬合器を使用する場合、患者の両側顆頭点の midpoint と咬合器の両側顆頭点の midpoint は一致する。したがって、寸法の異なる咬

合器間における運動性の相違に関する研究は、咬合器の両側顆頭点の midpoint に $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 座標系の原点を設定し、その座標系でのユニバーシティ 130-28 型咬合器とテレダイン咬合器の運動を決定する 3 点（両側顆頭点、インサイザル・ピン先端の点）の対応関係が確立されなければ意味のないものとなる。前述のチェック・バイトはこの点を考慮して製作したものである。

両側コンダイラー・ガイダンスの調節は次のように行う。すわち、咬合器がセントリック・ロックされた状態で、 $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 座標系におけるテレダイン咬合器の両側顆頭点の座標を T_L ($0, a_2, 0$), T_R ($0, -a_2, 0$) とする。第 1 報 V 章の任意点の運動経路の式によって求めた T_{LB} , T_{RW} の座標を (e_L, f_L, g_L) , (e_R, f_R, g_R) とすれば、テレダイン咬合器の平衡側コンダイラー・ガイダンスの方程式は、

$$\frac{x}{e_L} = \frac{y-a_2}{f_L-a_2} = \frac{z}{g_L} \dots\dots\dots \textcircled{2}, \text{IV}$$

と表わされる。同様にして作業側コンダイラー・ガイダンスの方程式は、

$$\frac{x}{e_R} = \frac{y+a_2}{f_R+a_2} = \frac{z}{g_R} \dots\dots\dots \textcircled{3}, \text{IV}$$

と表わされる。ただし、 x 項の分母が正となるように各項の分母の符号を選定する。 $\textcircled{2}$, $\textcircled{4}$ 式および $\textcircled{3}$, $\textcircled{5}$ 式の分母は方向比であるから、第 1 報 $\textcircled{2}$, $\textcircled{II}$ 式を用いてこれを方向余弦に変換すれば、

$$\frac{x}{\lambda_L} = \frac{y-a_2}{\mu_L} = \frac{z}{\nu_L} \dots\dots\dots \textcircled{4}, \text{IV}$$

$$\frac{x}{\lambda_R} = \frac{y+a_2}{\mu_R} = \frac{z}{\nu_R} \dots\dots\dots \textcircled{5}, \text{IV}$$

と表わされる。 $\textcircled{4}$, $\textcircled{IV}$ 式および $\textcircled{5}$, $\textcircled{IV}$ 式をそれぞれ第 1 報 $\textcircled{2}$, $\textcircled{III}$ 式および $\textcircled{3}$, $\textcircled{III}$ 式として使用すれば、テレダイン咬合器の両側コンダイラー・ガイダンスの調節は完了する。なお、参考までに調節が完了した時のテレダイン咬合器の平衡側コンダイラー・ハウジングの矢状傾斜角度 α_B とベネット・アングル β_T の算出方法を示せば次の通りである。平衡側コンダイラー・ガイダンスの方程式 $\textcircled{4}$, $\textcircled{IV}$ 式の正中矢状面 ($\bar{X}-\bar{Z}$ 平面) 正投影像が $\bar{X}$ 軸となす角度が矢状傾斜角度 α_B となるから、 $\textcircled{4}$, $\textcircled{IV}$ 式より、

$$\tan \alpha_B = \frac{|\nu_L|}{\lambda_L} \dots\dots\dots \textcircled{6}, \text{IV}$$

と表わされる。ベネット・アングル β_T は、 $\textcircled{4}$, $\textcircled{IV}$ 式と正中矢状面のなす実角であるから、

$$\sin \beta_T = |\mu_L| \dots\dots\dots \textcircled{7}, \text{IV}$$

と表わされる。同様にして、作業側コンダイラー・ハウジングの矢状傾斜角度 α_W は、 $\textcircled{5}$, $\textcircled{IV}$ 式より、

$$\tan \alpha_w = \frac{|\nu_R|}{\lambda_R} \dots\dots\dots \textcircled{8}, \text{ IV}$$

と表わされる。コンペンセーティング・アングル ω は、
 ⑤, IV 式と $\bar{Y}$ 軸の交角であるから、

$$\cos \omega = |\mu_R| \dots\dots\dots \textcircled{9}, \text{ IV}$$

と表わされる。第 2 報の考察で明らかにしたように、アルコン・スロット様式の咬合器では顎頭間軸上の点の運動経路は、平衡側コンダイラー・ガイダンスと咬合器がセントリック・ロックされた状態における作業側顎頭点の座標によって決定される平面に含まれ、この平面は正中矢状面に対して垂直であるから、ユニバーシティ 130-28 型咬合器で側方位の完全再現がなされる症例は、テレダイン咬合器にあっては平衡側と作業側のコンダイラー・ハウジングの矢状傾斜角度は等しくなるであろう。すなわち、

$$\tan \alpha_B = \frac{|\nu_L|}{\lambda_L} = \tan \alpha_w = \frac{|\nu_R|}{\lambda_R}$$

となる。したがって、表 1 におけるユニバーシティ 130-28 型咬合器の角度条件を $\alpha_L = \alpha_R$ としてチェック・バイトを製作すれば、計算はより簡単なものとなる。

インサイザル・ガイドの調節は次のように行う。すなわち、インサイザル・ガイドは咬合器下部に付属しているから、咬合器下部に $\bar{O}_n - \bar{X}_n \bar{Y}_n \bar{Z}_n$ 座標系を考える。咬合器下部に固定されるこの $\bar{O}_n - \bar{X}_n \bar{Y}_n \bar{Z}_n$ 座標系と咬合器上部に固定されている $\bar{O} - \bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 座標系は、咬合器がセントリック・ロックされている状態 ($t_B = 0$) の時、各座標軸が一致する。 $\bar{O} - \bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 座標系において、テレダイン咬合器がセントリック・ロックされている状態の時のインサイザル・ピン先端 S_T 点の座標を (e_{ST}, f_{ST}, g_{ST}) とし、先に第 1 報 V 章の任意点の運動経路の式によって求めた S_{TR} 点の座標を ($e_{STR}, f_{STR}, g_{STR}$) とする。図 3 左側の $\bar{S}_T \bar{S}_{TR}$ はテレダイン咬合器のラテラル・ウイング上の直線であるから、

$$\frac{x - e_{ST}}{e_{STR} - e_{ST}} = \frac{y - f_{ST}}{f_{STR} - f_{ST}} = \frac{z - g_{ST}}{g_{STR} - g_{ST}} \dots\dots\dots \textcircled{10}, \text{ IV}$$

と表わされる。⑩, IV 式は $\bar{O} - \bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 座標系での直線であり、インサイザル・ガイドは咬合器下部に付属しているから、テレダイン咬合器のインサイザル・ガイドの調節が、ユニバーシティ 130-28 型咬合器上で製作されたチェック・バイトによって正しく調節されるためには、 $t_B = m_B$ (ユニバーシティ 130-28 型咬合器の右側方位の媒介変数値) の顎位での $\bar{O}_n - \bar{X}_n \bar{Y}_n \bar{Z}_n$ 座標系から見た $\bar{S}_T \bar{S}_{TR}$ の方程式が必要となる。 $t_B = m_B$ の時の $\bar{O}_n - \bar{X}_n \bar{Y}_n \bar{Z}_n$ 座標系での S_{TR} の座標は (e_{ST}, f_{ST}, g_{ST}) であり、 S_T の座標は本論文 II 章と同様の方法によって

定め得るから、これを ($e_{S\bar{n}}, f_{S\bar{n}}, g_{S\bar{n}}$) とする。 $\bar{O}_n - \bar{X}_n \bar{Y}_n \bar{Z}_n$ 座標系で $\bar{S}_T \bar{S}_{TR}$ を含む平面は、テレダイン咬合器のインサイザル・ガイドの矢状傾斜角度 γ_T とラテラル・ウイングの角度 ε_{TL} の組み合わせで無数に存在するから、 $\bar{S}_T \bar{S}_{TR}$ のみではラテラル・ウイングの方程式は定め得ない。そこで前方位のチェック・バイトを用いて、ラテラル・ウイングに含まれるもう 1 本の直線を求める。この場合も図 3 右側の $\bar{S}_T \bar{S}_{TP}$ は $\bar{O} - \bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 座標系における直線であるから、 $t_C = m_C$ (ユニバーシティ 130-28 型咬合器の前方位の媒介変数値) の顎位での $\bar{O}_n - \bar{X}_n \bar{Y}_n \bar{Z}_n$ 座標系から見た $\bar{S}_T \bar{S}_{TP}$ の方程式が必要となる。前に述べたのと同様な方法によって、 $t_C = m_C$ の時の $\bar{O}_n - \bar{X}_n \bar{Y}_n \bar{Z}_n$ 座標系での S_{TP} の座標は (e_{ST}, f_{ST}, g_{ST})、 S_T の座標は ($e_{S\bar{n}}, f_{S\bar{n}}, g_{S\bar{n}}$) と定め得る。これによって前方位と側方位に関する 2 本の直線は、 $\bar{O}_n - \bar{X}_n \bar{Y}_n \bar{Z}_n$ 座標系において、

$$\frac{x - e_{ST}}{e_{S\bar{n}} - e_{ST}} = \frac{y - f_{ST}}{f_{S\bar{n}} - f_{ST}} = \frac{z - g_{ST}}{g_{S\bar{n}} - g_{ST}} \dots\dots\dots \textcircled{11}, \text{ IV}$$

$$\frac{x - e_{ST}}{e_{n\bar{s}} - e_{ST}} = \frac{y - f_{ST}}{f_{n\bar{s}} - f_{ST}} = \frac{z - g_{ST}}{g_{n\bar{s}} - g_{ST}} \dots\dots\dots \textcircled{12}, \text{ IV}$$

と表わされる。⑪, IV 式と、⑫, IV 式によって決定される平面がテレダイン咬合器のラテラル・ウイングの方程式で、

$$\begin{vmatrix} x - e_{ST} & y - f_{ST} & z - g_{ST} \\ e_{S\bar{n}} - e_{ST} & f_{S\bar{n}} - f_{ST} & g_{S\bar{n}} - g_{ST} \\ e_{n\bar{s}} - e_{ST} & f_{n\bar{s}} - f_{ST} & g_{n\bar{s}} - g_{ST} \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots \textcircled{13}, \text{ IV}$$

と表わされる。ここで、

$$A_3 = (f_{S\bar{n}} - f_{ST})(g_{n\bar{s}} - g_{ST}) - (g_{S\bar{n}} - g_{ST})(f_{n\bar{s}} - f_{ST})$$

$$B_3 = (g_{S\bar{n}} - g_{ST})(e_{n\bar{s}} - e_{ST}) - (e_{S\bar{n}} - e_{ST})(g_{n\bar{s}} - g_{ST})$$

$$C_3 = (e_{S\bar{n}} - e_{ST})(f_{n\bar{s}} - f_{ST}) - (f_{S\bar{n}} - f_{ST})(e_{n\bar{s}} - e_{ST})$$

とし、

$$\lambda_0 = A_3/D_3, \mu_0 = B_3/D_3, \nu_0 = C_3/D_3$$

$$D_3 = \sqrt{A_3^2 + B_3^2 + C_3^2}$$

とおけば、⑬, IV 式は、

$$\lambda_0(x - e_{ST}) + \mu_0(y - f_{ST}) + \nu_0(z - g_{ST}) = 0$$

$$\dots\dots\dots \textcircled{14}, \text{ IV}$$

と表わされる。ただし、 $\lambda_0 > 0$ となるように μ_0, ν_0 の符号を決定する。⑬, IV 式が第 1 報 ⑦, III 式に相当するから、これによりテレダイン咬合器のインサイザル・ガイドの調節が完了する。なお、参考までにテレダイン咬合器のインサイザル・ガイドの矢状傾斜角度 γ_T とラテラル・ウイングの角度 ε_{TL} を⑭, IV 式から求める手順を示せば次のようである。矢状傾斜角度 γ_T は⑭, IV 式と正中矢状面 ($\bar{X}_n - \bar{Z}_n$ 平面) の交線が $\bar{X}_n$ 軸となす角度であるから、

$$\tan \gamma_T = \frac{\lambda_0}{\nu_0} \dots\dots\dots (15), IV$$

と表わされる。ラテラル・ウイングの角度 ε_{TL} は、センター・グループの方程式が (14), IV 式より、

$$\lambda_0(x - e_{ST}) + \nu_0(z - g_{ST}) = 0 \dots\dots\dots (16), IV$$

と表わされるから、(14), IV 式と (16), IV 式の交角として、

$$\cos \varepsilon_{TL} = \sqrt{\lambda_0^2 + \nu_0^2} = \sqrt{1 - \mu_0^2} \dots\dots\dots (17), IV$$

と表わされる。

ユニバーシティ 130-28 型咬合器の右側方位における媒介変数値 $t_B = m_B$ に対応するテレダイン咬合器の媒介変数値 t_{BT} は、平衡側コンダイラー・ガイダンスが直線であることから、図 3 左側において $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 座標系での $\bar{T}_L\bar{T}_{LB}$ の長さとして求め得る。よって、

$$t_{BT} = \sqrt{e_L^2 + (f_L - a_2)^2 + g_L^2} \dots\dots\dots (18), IV$$

と表わされる。

(3) コンダイラー・スロット様式ハノー・H-2 型咬合器の調節

H-2 型咬合器は、第 1 報でその上部が運動すると考えて運動経路の式を導いた。したがって、テレダイン咬合器と同様に咬合器上部に $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 座標系を、下部に $\bar{O}_n-\bar{X}_n\bar{Y}_n\bar{Z}_n$ 座標系を固定して考えれば、H-2 型咬合器の平衡側コンダイラー・ガイダンスの調節には $t_B = m_B$ (ユニバーシティ 130-28 型咬合器の右側方位の媒介変数値) の顎位における $\bar{O}_n-\bar{X}_n\bar{Y}_n\bar{Z}_n$ 座標系での $\bar{C}_L\bar{C}_{LB}$ の方程式が明らかにされねばならない (図 3 左側)。 $t_B = m_B$ の時の $\bar{O}_n-\bar{X}_n\bar{Y}_n\bar{Z}_n$ 座標系での $\bar{C}_{LB}$ の座標は、 $t_B = 0$ の時の $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 座標系での $\bar{C}_L$ の座標と同じで、これを $(0, a_3, 0)$ とおけば、 $t_B = m_B$ の時の $\bar{O}_n-\bar{X}_n\bar{Y}_n\bar{Z}_n$ 座標系での $\bar{C}_L$ の座標は本論文 II 章と同様の方法によって定め得るから、これを (x_B, y_B, z_B) とおけば、 $\bar{O}_n-\bar{X}_n\bar{Y}_n\bar{Z}_n$ 座標系での $\bar{C}_L\bar{C}_{LB}$ の方程式は、

$$\frac{x}{x_B} = \frac{y - a_3}{y_B - a_3} = \frac{z}{z_B} \dots\dots\dots (19), IV$$

と表わされる。ただし、 x 項の分母が正となるように他の項の分母の符号を選定する。(19), IV 式の分母は方向比であるから、第 1 報 (2), II 式を用いてこれを方向余弦に変換すれば、(19), IV 式は、

$$\frac{x}{\lambda_{LB}} = \frac{y - a_3}{\mu_{LB}} = \frac{z}{\nu_{LB}} \dots\dots\dots (20), IV$$

と表わされる。(20), IV 式を第 1 報 (1), IV 式として使用すれば、H-2 型咬合器の平衡側コンダイラー・ガイダンスの調節は完了する。なお、参考までに (20), IV 式より H-2 型咬合器の平衡側コンダイラー・ガイダンスの矢状傾斜角度 α_{BH} と側方傾斜角度 β_H の算出方法を示せば次のようになる。H-2 型咬合器の平衡側コンダイラー・

ガイダンスの矢状傾斜角度 α_{BH} は、 $\bar{O}_n-\bar{X}_n\bar{Y}_n\bar{Z}_n$ 座標系で (20), IV 式と水平面 ($\bar{X}_n-\bar{Y}_n$ 平面) のなす実角であるから、

$$\sin \alpha_{BH} = |\nu_{LB}| \dots\dots\dots (21), IV$$

であり、側方傾斜角度 β_H は (20), IV 式の水平面正投影像が $\bar{X}_n$ 軸となす角度であるから、

$$\tan \beta_H = \frac{|\mu_{LB}|}{\lambda_{LB}} \dots\dots\dots (22), IV$$

と表わされる。

ユニバーシティ 130-28 型咬合器の顎頭間距離を 110 mm とし、 $\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 座標系で咬合器がセントリック・ロックされた状態におけるインサイザル・ピン先端の点の座標が同じであると考えれば、インサイザル・ガイドは共に咬合器下部に付属しているから、H-2 型咬合器のインサイザル・ガイドの矢状傾斜角度とラテラル・ウイングの角度は、ユニバーシティ 130-28 型のそれと同じに調節してさしつかえない。

ユニバーシティ 130-28 型咬合器で $t_B = m_B$ の時に再現した顎位を H-2 型咬合器で再現するために必要とする H-2 型咬合器の媒介変数値 t_{BH} は、 $\bar{O}_n-\bar{X}_n\bar{Y}_n\bar{Z}_n$ 座標系での $\bar{C}_L\bar{C}_{LB}$ の長さ (有向距離) として求め得るから、

$$t_{BH} = -\sqrt{(x_B)^2 - (y_B - a_3)^2 + (z_B)^2} \dots\dots\dots (23), IV$$

と表わされる。

絶対値の符号は、第 1 報で咬合器の角度調節の範囲を 0 度以上 90 度以下としたために用いた。

4) 咬合器各部の寸法やコンダイラー・ガイダンス部の構造の異なる咬合器間における媒介変数の対応性について

咬合器がセントリック・ロックされた状態を t_0 顎位、図 3 の右側方位のチェック・バイトによって再現される顎位を R.W 顎位と呼び、R.W 顎位を再現するためのユニバーシティ 130-28 型咬合器の媒介変数値を $t_B = m_B$ 、テレダイン咬合器のそれを $t_{BT} = m_{BT}$ 、H-2 型咬合器のそれを $t_{BH} = m_{BH}$ と呼ぶことにする。

$\bar{O}-\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 座標系での顎頭間軸上の点の運動経路は第 1 報 IV 章と本論文 II 章から、ボックス型とスロット型、アルコン型とコンダイラー型では異なると考えられる。したがって、前述の理論的チェック・バイトによって調節されたアルコン・スロット様式ハノー・ユニバーシティ 130-28 型咬合器、アルコン・ボックス様式ハノー・テレダイン咬合器、コンダイラー・スロット様式ハノー・H-2 型咬合器の顎頭間軸上の点 Q の運動経路は、咬合器の可動範囲内においては t_0 の顎位の時と R.W 顎位の

時のみ交わると考えられるから、この 2 つの顎位を再現させる咬合器の媒介変数値 $t_B = t_{BT} = t_{BH} = 0$ と $t_B = m_B$, $t_{BT} = m_{BT}$, $t_{BH} = m_{BH}$ はそれぞれの咬合器に共通な顎位を再現させるという意味で対応性をもつといえる。よって、 $\bar{O}-XYZ$ 座標系における咬合器の運動性に関する比較・検討は、第 1 報、第 2 報および本論文 II 章で示した運動経路の式やその導関数に、 t_0 の顎位の時には $t_B = t_{BT} = t_{BH} = 0$ を与えることにより、R.W 顎位の時にはユニバーシティ 130-28 型咬合器では $t_B = m_B$ を、テレダイナ咬合器では $t_{BT} = m_{BT}$ を、H-2 型咬合器では $t_{BH} = m_{BH}$ を与えることにより可能となる。ただし、 t_{BT} および t_{BH} はそれぞれユニバーシティ 130-28 型咬合器の R.W 顎位を示す媒介変数値 $t_B = m_B$ との関係で ⑩、IV 式および ⑳、IV 式によって求め得る値である。

一方、 t_0 の顎位と R.W 顎位の間では、各咬合器は同一顎位をとることはないから、2 つの顎位の中間における運動性の比較・検討をどのように行うかが問題となる。例えば、ユニバーシティ 130-28 型咬合器で $t_B = m_B/2$ を用いた場合、他の咬合器に媒介変数値としてどのような値を与えて運動性の比較・検討を行うかということである。これに対しては、次の二つの解決方法が考えられる。

① t_0 顎位から R.W 顎位に到るまでの各咬合器の媒介変数値に $1/2$ をかけた値を用いる。すなわちユニバーシティ 130-28 型咬合器では $t_B = m_B/2$ 、テレダイナ咬合器と H-2 型咬合器でもそれぞれ $t_{BT} = m_{BT}/2$ と $t_{BH} = m_{BH}/2$ を媒介変数値として用いる。

② ユニバーシティ 130-28 型咬合器では $t_B = m_B/2$ を用いる。これに対して、他の咬合器ではユニバーシティ 130-28 型咬合器の平衡側顎頭点に相当する顎頭間軸上の点 Q が、 t_0 の顎位から R.W 顎位に到るまでの運動経路の中点を占めるような媒介変数値を用いる。アルコン・スロット様式とアルコン・ボックス様式の咬合器の運動性を比較・検討する場合、咬合器各部の寸法が同じであれば、① と ② は同じ方法である。これに対して、アルコン・スロット様式とコンダイラー・スロット様式の咬合器の運動性を比較・検討する場合、咬合器の各部の寸法が同じであったにしても、ユニバーシティ 130-28 型咬合器の $t_B = m_B/2$ に対応して、H-2 型咬合器で $t_{BH} = m_{BH}/2$ を与えた場合、 $\bar{O}-XYZ$ 座標系において H-2 型咬合器の平衡側顎頭点は、その運動経路の中点を占めるとは言えないことに注意しなければならない。

5) 前方運動経路の式における媒介変数の意味の統一について

第 1 報で検討に用いた 3 種類の半調節性咬合器の運動経路の式の媒介変数は、側方運動経路の式についてはどの咬合器でも咬合器の平衡側顎頭点の移動距離であった。これに対し、前方運動経路の式についてその媒介変数は、ボックス型咬合器では咬合器の両側顎頭点すなわち顎頭間軸の X 軸方向への移動距離であり、スロット型咬合器ではどちらか一方の側の顎頭球がスロット上を移動する距離であった。スロット型咬合器では前方運動の場合、 t_0 の顎位以外に咬合器の顎頭点と顎頭球が同じ位置をとることはないから、ボックス型とスロット型の咬合器では前方運動経路の式の媒介変数の持つ意味が異なる。そこで第 1 報 ③、IV 式において、 $x_L = t_C$ とおき y_L, z_L から t_B を消去すれば、

$$\left. \begin{aligned} x_L &= t_C \\ y_L &= -t_C \tan \beta_B + a \\ z_L &= \frac{-t_C \tan \alpha_B}{\cos \beta_B} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots ⑳, IV$$

となり、スロット型咬合器でも顎頭間軸の X 軸方向への移動距離が媒介変数となり、ボックス型咬合器との間で媒介変数の持つ意味が統一されたことになる。

2. アルコン・ボックス様式ハノー・テレダイナ咬合器の顎頭間軸上の点の運動経路を検討する場合の座標系の設定について

ハノー・テレダイナ咬合器の顎頭間軸上の任意点 Q の側方運動経路が楕円¹²⁾であることの証明は、第 2 報において Q 点の運動経路が平面曲線であることが明らかとなっているから、両側コンダイラー・ガイダンスが同一平面に含まれる場合、運動経路を含む平面 π 内に両側コンダイラー・ガイダンスの交点 O' を原点とし、作業側コンダイラー・ガイダンスを Y' 軸とする $O'-X'Y'$ 座標系を設定すれば容易である。両側コンダイラー・ガイダンスがねじれの位置にある場合も、本論文で示したように平面 π に対して両側コンダイラー・ガイダンスを正投射して得られる 2 直線の交点を原点 O' とし、作業側コンダイラー・ガイダンスの投射線を Y' 軸と考えれば、その証明は容易である。

1) $O'-XYZ$ 座標系における O' の座標

両側コンダイラー・ガイダンスが同一平面に含まれる場合、①、Ⅲ式と②、Ⅲ式より、

$$\begin{vmatrix} 0 & a & 0 \\ \lambda_B & \mu_B & \nu_B \\ \lambda_W & \mu_W & \nu_W \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots ㉑, IV$$

が成り立つ。①, Ⅲ式と②, Ⅲ式より次の連立方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} x\mu_B - y\lambda_B &= -a\lambda_B \\ x\mu_W - y\lambda_W &= 0 \\ x\nu_B - z\lambda_B &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots ②, \text{ IV}$$

この三元一次連立方程式を解けば、 O' の座標が決定できる。

これに対し、両側コンダイラー・ガイダンスがねじれの位置にある場合、①, Ⅲ式と②, Ⅲ式より、

$$\left. \begin{aligned} 0 \quad a \quad 0 \\ \lambda_B \quad \mu_B \quad \nu_B \\ \lambda_W \quad \mu_W \quad \nu_W \end{aligned} \right\} \approx 0 \dots\dots\dots ②, \text{ IV}$$

が成り立つ。楕円の中心 O' の O -XYZ 座標系での座標を (O'_x, O'_y, O'_z) とすれば、これは次のようにして求められる。①, Ⅱ式より L_B 線の方程式は、

$$\left. \begin{aligned} x_B &= \lambda_B t_B \\ y_B &= \mu_B t_B + a \\ z_B &= \nu_B t_B \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots ②, \text{ IV}$$

で与えられる。②, Ⅱ式より L_W 線の方程式は、

$$\left. \begin{aligned} x_W &= \lambda_W t_W \\ y_W &= \mu_W t_W \\ z_W &= \nu_W t_W \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots ②, \text{ IV}$$

で与えられる。また、点 (x_B, y_B, z_B) , (x_W, y_W, z_W) を通る直線の方程式は、

$$\frac{x-x_B}{x_W-x_B} = \frac{y-y_B}{y_W-y_B} = \frac{z-z_B}{z_W-z_B} \dots\dots\dots ③, \text{ IV}$$

で表わされる。直線③, Ⅳ式が直線②, Ⅳ式と直交する条件は、

$$\begin{aligned} \lambda_B(x_W-x_B) + \mu_B(y_W-y_B) + \nu_B(z_W-z_B) \\ = (\lambda_B\lambda_W + \mu_B\mu_W + \nu_B\nu_W)t_W - t_B - a\mu_B = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots ③, \text{ IV}$$

であり、直線③, Ⅳ式が②, Ⅳ式と直交する条件は、

$$\begin{aligned} \lambda_W(x_W-x_B) + \mu_W(y_W-y_B) + \nu_W(z_W-z_B) \\ = t_W - (\lambda_B\lambda_W + \mu_B\mu_W + \nu_B\nu_W)t_B - a\mu_W = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots ③, \text{ IV}$$

である。 $\lambda_B\lambda_W + \mu_B\mu_W + \nu_B\nu_W = \cos \delta$ において、③, Ⅳ式と②, Ⅳ式を連立して t_B と t_W を求めれば、

$$\left. \begin{aligned} t_B &= \frac{a(\mu_W \cos \delta - \mu_B)}{1 - \cos^2 \delta} \\ t_W &= \frac{a(\mu_W - \mu_B \cos \delta)}{1 - \cos^2 \delta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots ③, \text{ IV}$$

である。③, Ⅳ式を②, Ⅳ式および②, Ⅳ式に代入して得られる点の座標は、両側コンダイラー・ガイダンスの共通垂線と各々のコンダイラー・ガイダンスの交点 P_W と P_B を示す。したがって、 O -XYZ 座標系における共通垂線、すなわち Z' 軸の方程式は、 P_B の座標を

(P_{xB}, P_{yB}, P_{zB}) とすれば、③, Ⅳ式、③, Ⅳ式、③, Ⅳ式および③, Ⅳ式より、

$$\frac{x-P_{xB}}{\mu_B\nu_W - \mu_W\nu_B} = \frac{y-P_{yB}}{\nu_B\lambda_W - \nu_W\lambda_B} = \frac{z-P_{zB}}{\lambda_B\mu_W - \lambda_W\mu_B} \dots\dots\dots ③, \text{ IV}$$

$$P_{xB} = \frac{a\lambda_B(\mu_W \cos \delta - \mu_B)}{1 - \cos^2 \delta}$$

$$P_{yB} = \frac{a\mu_B(\mu_W \cos \delta - \mu_B)}{1 - \cos^2 \delta}$$

$$P_{zB} = \frac{a\nu_B(\mu_W \cos \delta - \mu_B)}{1 - \cos^2 \delta}$$

と表わされる。楕円の中心 O' は③, Ⅳ式と平面 π (③, Ⅲ式) の交点として、

$$\left. \begin{aligned} O'_x &= A_4 t_0 + P_{xB} \\ O'_y &= B_4 t_0 + P_{yB} \\ O'_z &= C_4 t_0 + P_{zB} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots ③, \text{ IV}$$

$$t_0 = \frac{qB_4 - (P_{xB}A_4 + P_{yB}B_4 + P_{zB}C_4)}{\sqrt{A_4^2 + B_4^2 + C_4^2}}$$

と示される (図2)。

第2報で報告したように、顆頭間軸上の点の運動経路は、その点を含み、ねじれの位置にある両側コンダイラー・ガイダンスに平行な平面に含まれるから、運動経路である楕円の中心はすべて Z' 軸 (共通垂線) 上にある。このことは、両側コンダイラー・ガイダンスが同一平面に含まれる場合の顆頭間軸上の点の運動経路である楕円の中心が両側コンダイラー・ガイダンスの交点にあることに比べて、より立体的である。

2) 楕円の主軸について

$\tan 2\phi = 2H_2/(A_2 - B_2)$ なる公式によって決定される角度 ϕ だけ平面 π 内の $O'-X'Y'$ 座標系を回転して得られる $O'-X''Y''$ 座標系 (図4) において、 $\overline{MM'} > \overline{NN'}$ であれば $\overline{MM'}$ を長軸、 $\overline{NN'}$ を短軸、そして両者をあわせて主軸と称する。③, Ⅲ式の両辺を F で割れば、

$$\left(\frac{\bar{A}}{F}\right)\bar{X}^2 + \left(\frac{\bar{B}}{F}\right)\bar{Y}^2 = 1 \dots\dots\dots ③, \text{ IV}$$

図4 楕円の主軸

と表わされる。ここで $\bar{A}/F < \bar{B}/F$ と考えれば、長軸と短軸の長さは、⑨、IV 式より、

$$\overline{MM'} = 2\sqrt{F/\bar{A}}$$

$$\overline{NN'} = 2\sqrt{F/\bar{B}}$$

である。 $\overline{MM'} = \overline{NN'}$ の場合は円である。

ところで、⑩、III 式における $\bar{A}$ と $\bar{B}$ の関係は、一般的には ⑩、III 式において、 $H > 0$ の場合 $\bar{A} > \bar{B}$ であり、 $H < 0$ の場合は $\bar{A} < \bar{B}$ となる。すなわち、 H の正負によって楕円の長軸と短軸が入れかわることを意味する。

(1) $H < 0$ の場合： $H = \gamma/\tan \delta$ において、 $\tan \delta > 0$ であるから、 $\gamma < 0$ となる。これは Q 点が作業側顆頭点の外側にある場合で、 Y'' 軸上に長軸がくる。

(2) $H > 0$ の場合：(1) とは逆に $\gamma > 0$ であり、これは Q 点が作業側顆頭点に対して平衡側顆頭点によりにある場合で、 X'' 軸上に長軸がくる。

しかしながら、顆頭間軸上の点の運動経路である楕円の主軸は、両側コンダイラー・ガイダンスが同一平面に含まれる場合であっても、ねじれの位置にある場合であっても、主軸変換に用いられる角度 ψ が、 γ の値すなわち Q 点が顆頭間軸上のどの位置にあるのかによって異なってくる。顆頭間軸上の中点の運動経路である楕円の主軸は、両側コンダイラー・ガイダンスが同一平面に含まれる場合、その交角の 2 等分線が 1 本の主軸（長軸）となる。また、ねじれの位置にある場合、 L'_B 線と L'_W 線の交角の 2 等分線が 1 本の主軸（長軸）となる。

3) 図形としての楕円を得るための媒介変数 t_B の変化する範囲

半調節性アルコン・ボックス様式の咬合器の運動経路をその一部として含む楕円全体を図示するためには、咬合器の運動経路の式の媒介変数 t_B の変化し得る範囲が決定されねばならない。その決定には、第 1 報 ②⑥、III 式を用いる。①、III 式および ②、III 式を用いて、第 1 報 ②⑥、III 式を書きなおせば、

$$t_W = B_5 \pm \sqrt{B_5^2 - C_5} \dots\dots\dots \textcircled{27}, \textcircled{IV}$$

$$\cos \delta = \lambda_B \lambda_W + \mu_B \mu_W + \nu_B \nu_W$$

$$B_5 = t_B \cos \delta + a \mu_W$$

$$C_5 = t_B^2 + 2a \mu_B t_B$$

と表わし得る。 δ は ①、III 式と ②、III 式のなす角度である。②⑦、IV 式において、 $B_5^2 - C_5 \geq 0$ が成り立たねばならない。これを t_B を用いて書きなおせば、

$$(1 - \cos^2 \delta) t_B^2 - 2a(\mu_W \cos \delta - \mu_B) t_B - a^2 \mu_W^2 \leq 0 \dots\dots\dots \textcircled{28}, \textcircled{IV}$$

である。したがって、 t_B の変化し得る範囲は、②⑧、IV

式より、

$$\frac{a\{(\mu_W \cos \delta - \mu_B) - \sqrt{(\mu_W \cos \delta - \mu_B)^2 + \mu_W^2(1 - \cos^2 \delta)}\}}{(1 - \cos^2 \delta)} \leq t_B$$

$$\frac{a\{(\mu_W \cos \delta - \mu_B) + \sqrt{(\mu_W \cos \delta - \mu_B)^2 + \mu_W^2(1 - \cos^2 \delta)}\}}{(1 - \cos^2 \delta)} \leq t_B$$

.....②⑨, IV

となる。

②⑨、IV 式の μ_B , μ_W , $\cos \delta$ に関して ②、III 式と ②⑦、IV 式のそれぞれ該当する数式を代入した後、三角関数の公式を用いてこれを整理すれば、

$$\cos \delta = \cos(\alpha - \theta) \cos \beta \sin \omega + \cos \omega \sin \beta$$

となるから、 t_B の変化し得る範囲が顆頭間軸の長さ、両側コンダイラー・ガイダンスの矢状傾斜角度の差、ベネット・アングル、コンペンセーティング・アングルによって決定されることが明らかとなる。特に $\alpha = \theta$ の場合は、

$$\cos \delta = \sin(\beta + \omega)$$

となるから、 t_B の変化する範囲は、コンダイラー・ハ

表 2 コンダイラー・ハウジングの角度と t_B の変化する範囲

	α	β	θ	ω	t_B の範囲
1	0	30	0	0	+103.9
	30	30	0	0	}
	60	30	0	0	-103.9
2	0	20	0	10	+85.8
	30	20	30	10	}
	60	20	60	10	-121.9
3	0	10	0	20	+68.3
	30	10	30	20	}
	60	10	60	20	-139.4
4	10	10	0	20	+68.6
	30	10	20	20	}
	50	10	40	20	-138.0
5	0	10	10	20	+68.6
	20	10	30	20	}
	40	10	50	20	-138.0

α : 平衡側矢状傾斜角度

β : ベネット・アングル

θ : 作業側矢状傾斜角度

ω : コンペンセーティング・アングル

1, 2, 3 群は t_B の変化し得る範囲が α と θ の影響を受けずに、 β と ω のみによって決定されることを示す。4, 5 群は α と θ の差が一定で β と ω が一定であれば t_B の変化する範囲は同じであることを示す。(小数第 2 位切捨て)

ウジングの矢状傾斜角度の影響を受けずに決定される。顎頭間距離 90 mm, ベネット・アングルとコンペンセーティング・アングルの和が 30 度の場合の t_B の変化し得る範囲を表 2 に示す。

- 4) O-XYZ 座標系における媒介変数 t_B, t_W と O'-X'Y'Z' 座標系における媒介変数 t'_B, t'_W との関係

O'-X'Y'Z' 座標系における顎頭間軸上の点 Q の運動経路の式の媒介変数 t'_B は、図 2 における共通垂線と L_B 線との交点 P_B から L_B 線上の B 点までの有向距離である。O-XYZ 座標系における P_B の座標は、③, IV 式に示されているから、 L_B 線の方程式は、

$$\frac{x-P_{XB}}{\lambda_B} = \frac{y-P_{YB}}{\mu_B} = \frac{z-P_{ZB}}{\nu_B} = t'_B \quad \dots\dots\dots ④, IV$$

と表わされる。この方程式と ①, III 式は同一直線であるから、 t_B と t'_B の関係は ①, III 式と ④, IV 式より、

$$t_B = t'_B + \frac{P_{XB}}{\lambda_B} = t'_B + \frac{P_{YB}-a}{\mu_B} = t'_B + \frac{P_{ZB}}{\nu_B} \quad \dots\dots\dots ④, IV$$

と表わされる。一方 P_W 点 (P_{XW}, P_{YW}, P_{ZW}) は、②, IV 式と ③, IV 式より求め得る。したがって、 L_W 線の方程式は、

$$\frac{x-P_{XW}}{\lambda_W} = \frac{y-P_{YW}}{\mu_W} = \frac{z-P_{ZW}}{\nu_W} = t'_W \quad \dots\dots\dots ⑤, IV$$

とも示し得る。よって、④, IV 式と ⑤, IV 式により、

$$\begin{aligned} & (\lambda_B t'_B + P_{XB} - \lambda_W t'_W - P_{XW})^2 \\ & + (\mu_B t'_B + P_{YB} - \mu_W t'_W - P_{YW})^2 \\ & + (\nu_B t'_B + P_{ZB} - \nu_W t'_W - P_{ZW})^2 = a^2 \quad \dots\dots\dots ⑥, IV \end{aligned}$$

が導き出される。これを t'_W について解けば、 P_W 点よりの有向距離が t'_B に対応して求め得る。 a は咬合器の顎頭間軸の長さである。

④, IV 式、⑤, IV 式および ④, III 式、⑤, III 式を用いれば、両側コンダイラー・ガイダンスがねじれの位置にある場合の平面 π における楕円経路を描き得る。

- 5) 運動経路を含む平面 π を Y 軸を中心として回転することについて

①, III 式および ②, III 式から明らかなように、両側コンダイラー・ガイダンスが O-XYZ 座標系の Y 軸または X-Z 平面 (矢状面) となす実角、平衡側コンダイラー・ガイダンスの場合はベネット・アングル β によって、作業側コンダイラー・ガイダンスの場合はコンペンセーティング・アングル ω によって決定される。

したがって、両側コンダイラー・ガイダンスが相交する場合 (同一平面に含まれる場合と同じ意味である)、両側コンダイラー・ガイダンスの決定する平面 π の内で、咬合器の顎頭間軸上の点 Q の描く楕円の中心の座標 (それは両側コンダイラー・ガイダンスの交点である)、

形態、主軸の長さや方向は ① ベネット・アングル、② コンペンセーティング・アングル、③ Q 点が顎頭間軸上のどの位置にあるのかの 3 つの条件によって決定され、両側コンダイラー・ガイダンスの矢状傾斜角度の影響は全く受けない。楕円の形態のみに着目すれば、それは両側コンダイラー・ガイダンスのなす交角 δ と Q 点の位置の影響を受ける。そして、ベネット・アングルとコンペンセーティング・アングルは楕円のどの部分を顎頭間軸上の点の運動経路とするのかということに関係する。以上のことから、アルコン・ボックス様式ハノー・テレデザイン咬合器やウィップ・ミックス咬合器では、両側コンダイラー・ガイダンスと作業側コンペンセーティング・アングルが 0 度 ($\alpha = \theta = \omega = 0^\circ$) で、平衡側ベネット・アングルを $0^\circ < \beta \leq 75^\circ$ の範囲 (両側コンダイラー・ガイダンスの交角が $90^\circ > \delta \geq 15^\circ$ の範囲で変化することに対応する) で変化させた楕円の図があれば、Y 軸を回転軸にして所要の矢状傾斜角度だけ平面 π を回転することにより顎頭間軸上の点の運動経路の実像を容易に観察し得る。例えば、図 5 は $\alpha = \theta = \omega = 0^\circ$, $\beta = 30^\circ$ (両側コンダイラー・ガイダンスの交角 $\delta = 60^\circ$) の条件で描いたテレデザイン咬合器の顎頭間軸上の点の楕円経路である。 $\delta = 60^\circ$ となる様な β と ω の組み合わせは無数に存在する。O-XYZ 座標系で、両側コンダイラー・ガイダンスが相交する場合 ($\alpha = \theta$ または $\omega = 0^\circ$ の場合である) の交点 CP (x_{CP}, y_{CP}, z_{CP}) は、①, III 式および ②, III 式より、

$$\left. \begin{aligned} x_{CP} &= \frac{a\lambda_B\lambda_W}{\lambda_B\mu_W - \lambda_W\mu_B} & y_{CP} &= \frac{a\lambda_B\mu_W}{\lambda_B\mu_W - \lambda_W\mu_B} \\ z_{CP} &= \frac{\nu_B x_{CP}}{\lambda_B} = \frac{a\lambda_W\nu_B}{\lambda_B\mu_W - \lambda_W\mu_B} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots ⑦, IV$$

と表わせるから、これに $\alpha = \theta = 0^\circ$, $\beta = 20^\circ$, $\omega = 10^\circ$, $a = 90$ mm (テレデザイン咬合器の顎頭間距離) を代入すると、CP (-17.0, 96.2, 0) である。図 5 において、B 点から CP 点までの有向距離は $t_B = -18.1$ である。次いで $t_B = 18.1$ を ①, III 式に代入して求め得る点を B_1 とすれば、(15.6, 81.0, 0) である。 B_1 点において、平衡側コンダイラー・ガイダンスに対して 70 度の角度 ($= 90^\circ - \beta$) で交わる直線をひき、これを Y_1 軸とする。 Y_1 軸上で B_1 点から 90 mm の点を O_1 点とし、これを通り Y_1 軸に垂直な直線を X_1 軸とする。同様な方法で、 $\alpha = \theta = 0^\circ$, $\beta = 10^\circ$, $\omega = 20^\circ$ の場合の X_2 軸、 Y_2 軸を求める。図 5 で楕円は、O-XY 系から見た場合は $\alpha = \theta = 0^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $\omega = 0^\circ$ の時の顎頭間軸上の点の運動経路となり、 O_1 - X_1 Y_1 系から見た場合は $\alpha = \theta = 0^\circ$, $\beta =$

図 5 テレダイン咬合器の顎頭間軸上の点の楕円経路 (縮尺約 1/3)

座標系の原点 O (O_1 または O_2) は X 軸 (X_1 軸または X_2 軸) と Y 軸 (Y_1 軸または Y_2 軸) との交点で, $t_B=0$ の時の咬合器の作業側顎頭点とも一致する。

B-line: 咬合器の平衡側コンダイラー・ガイダンスで, $t_B=0$ の時の平衡側顎頭点は, これと Y 軸 (Y_1 軸または Y_2 軸) との交点と一致する。

B_1, B_2 : 患者の顎頭間距離がそれぞれ 110 mm, 130 mm に相当する場合の咬合器の顎頭間軸上の平衡側よりの点の楕円経路。

W_1, W_2 : 患者の顎頭間距離がそれぞれ 110 mm, 130 mm に相当する場合の咬合器の顎頭間軸上の作業側よりの点の楕円経路。

C: 咬合器の両側顎頭点の中点の楕円経路

O - XY 系: $\beta=30^\circ, \omega=0^\circ$ } いずれの場合も **B-line** が平衡側コンダイラー・ガイ
 O_1 - X_1Y_1 系: $\beta=20^\circ, \omega=10^\circ$ } ンスで Y 軸が作業側コンダイラー・ガイダンスとなる。
 O_2 - X_2Y_2 系: $\beta=10^\circ, \omega=20^\circ$ }

平衡側コンダイラー・ガイダンスと作業側コンダイラー・ガイダンスの交角が等しければ, 楕円経路は同じであり, β と ω は楕円のどの部分を顎頭間軸上の点の運動経路とするのかを決定する。

図は O - XY 系で $\beta=30^\circ, \omega=0^\circ, -103.9 \leq t_B \leq 103.9$ の条件で描いたもので, 実線が $t_W=B_S + \sqrt{B_S^2 - C_S}$, 点線が $t_W=B_S - \sqrt{B_S^2 - C_S}$ による。

$20^\circ, \omega=10^\circ$ の時の顎頭間軸上の点の運動経路となり, O_2 - X_2Y_2 系から見た場合は $\alpha=\theta=0^\circ, \beta=10^\circ, \omega=20^\circ$ の時の顎頭間軸上の点の運動経路となる。そして, O - XYZ 座標系で X 軸と X_1 軸, Y 軸と Y_1 軸を一致させ, Y_1 軸を中心にして平面 π を水平面 (X - Y 平面) に対して 30 度傾斜させれば, それは $\alpha=\theta=30^\circ, \beta=20^\circ, \omega=10^\circ$ の場合の顎頭間軸上の点の楕円経路の実像となる。これは, テレダイン咬合器で両側コンダイラー・ガイダンスが相交する場合, コンダイラー・ガイダンスの上壁は常に O - XYZ 座標系の矢状面 (X - Z 平面) に対

して垂直で, 水平面 (X - Y 平面) に対してのみ Y 軸を中心として回転することおよび上壁に垂直な直線を中心にして, ベネット・アングル調節板とコンペンセーティング・アングル調節板が回転することによりコンダイラー・ガイダンスが決定されるという構造よりもたらされるものである。

これに対して, 両側コンダイラー・ガイダンスがねじれの位置にある場合 ($\alpha \neq \theta, \omega \neq 0^\circ$), 顎頭間軸上の点 Q の運動経路を含む楕円の形態は, 両側コンダイラー・ガイダンスを平面 π に正投影して得られる交角 δ と Q 点

が顎頭間軸上のどの位置にあるのかによって決定されるという点で両側コンダイラー・ガイダンスが相交する場合と同じであるが、交角 δ の決定にベネット・アングルとコンペンセーティング・アングルに加えて両側コンダイラー・ガイダンスの矢状傾斜角度が関係してくる点で異なり複雑なものとなるから、O-XYZ 座標系での運動経路を含む平面 π の存在する様相と併せて電子計算機と自動製図装置を用いて検討を行っている。

6) 最小ベネット・アングルについて

第1報でテレダイイン咬合器の側方運動経路の式を検討する場合、ベネット・アングル β の調節範囲を $0^\circ < \beta \leq 45^\circ$ とし $0^\circ \leq \beta \leq 45^\circ$ とはしなかった。これは $\beta = 0^\circ$ とすと、咬合器で、ある側方位を再現した場合の咬合器の作業側顎頭点が、セントリック・ロックされた状態での作業側顎頭点より内側に位置することになり、実際にはあり得ないと考えたためである。咬合器の顎頭間軸の長さを a とすると、ベネット・アングルの最小値は咬合器がセントリック・ロックされている時の作業側顎頭点を中心とする半径 a の円上の点と平衡側顎頭点を結んだ直線が矢状面となす角度によって決定される。これは、平衡側顎頭点の移動距離によってベネット・アングルの最小値が決定されることを意味する(図6)。顎頭間距離90mmと110mmの場合の平衡側顎頭点の移動距離と最小ベネット・アングルの関係を表3と表4に示す。

図6 最小ベネット・アングル

β_{min1} : 平衡側顎頭点が m_1 移動する時の最小ベネット・アングル
 β_{min2} : 平衡側顎頭点が m_2 移動する時の最小ベネット・アングル
X軸 // l , a は顎頭間距離

表3 $a=90\text{mm}$

t_B	β_{MIN}
0mm	0 度
1	0.3
2	0.6
3	0.9
4	1.3
5	1.6
6	1.9
7	2.2
8	2.5
9	2.9
10	3.2

表4 $a=110\text{mm}$

t_B	β_{MIN}
0mm	0 度
1	0.3
2	0.5
3	0.8
4	1.0
5	1.3
6	1.6
7	1.8
8	2.1
9	2.3
10	2.6

テレダイイン咬合器の場合表3より平衡側顎頭点の移動距離10mmの場合、ベネット・アングル β は

$$3.2^\circ \leq \beta \leq 45^\circ$$

の範囲内で変化させ得ることを示している。

す。

3. アルコン・ボックス様式ハノー・テレダイイン咬合器の作業側コンダイラー・ガイダンスと平衡側コンダイラー・ガイダンスの分離性および立体解析幾何学を応用した咬合器の調節方法について

テレダイイン咬合器で右側方位のチェック・バイトを用いて左側(平衡側)コンダイラー・ハウジングの矢状傾斜角度とベネット・アングルの調節および右側(作業側)コンダイラー・ハウジングの矢状傾斜角度とコンペンセーティング・アングルの調節を行う。次いで左側方位のチェック・バイトを用いて、右側(平衡側)と左側(作業側)のコンダイラー・ハウジングについても同様の調節を行う。この時、咬合器の右側コンダイラー・ハウジングの矢状傾斜角度は、それが平衡側となった場合と作業側となった場合では異なることがある。左側コンダイラー・ハウジングについても同様のことが言える。これは、右側方位のチェック・バイトを用いて最初に行った調節が、次に行う左側方位のチェック・バイトを用いた調節によって乱されることを意味する。このような場合を長谷川²¹⁾等は、平衡側コンデンダイラー・ガイダンスと作業側コンダイラー・ガイダンスには分離性がないと考えている。したがって、平衡側コンダイラー・ガイダンスと作業側コンダイラー・ガイダンスに分離性がない場合、咬合器の実際の使用は右側方位の時は右側方位を正しく再現するためのコンダイラー・ガイダンス

の矢状傾斜角度を、左側方位の時は左側方位を正しく再現するためのコンダイラー・ガイドランスの矢状傾斜角度をその度毎に別々に与えねばならず、非常に煩雑なものとなる。

一般に、半調節性アルコン・ボックス様式の咬合器の平衡側コンダイラー・ガイドランスと作業側コンダイラー・ガイドランスは、コンダイラー・ハウジングの上壁に含まれる直線である。テレダイン咬合器のコンダイラー・ハウジングの上壁は常に矢状面(O-XYZ 座標系の X-Z 平面)に垂直で、水平面(X-Y 平面)に対して傾斜する平面であるから、咬合器の右側顎頭点が平衡側となる場合のコンダイラー・ガイドランスと作業側となる場合のコンダイラー・ガイドランスの決定する平面(右側コンダイラー・ハウジングの上壁に相当する)および左側顎頭点が作業側となる場合のコンダイラー・ガイドランスと平衡側となる場合のコンダイラー・ガイドランスの決定する平面(左側コンダイラー・ハウジングの上壁に相当する)が共に矢状面に垂直な時には分離性があり、前記平面が水平面だけでなく矢状面に対しても傾斜する時には分離性がないと言える。よって、テレダイン咬合器にコンダイラー・ガイドランスの分離性を持たせるためには、コンダイラー・ハウジングの上壁を水平面に対してだけではなく矢状面に対しても傾斜し得るようにすれば可能となるであろう。すなわち、咬合器の顎頭間軸を中心にしてコンダイラー・ハウジングを水平面に対して傾斜させ、次いで咬合器の顎頭点を通りコンダイラー・ハウジングの後壁に垂直な直線を中心にしてコンダイラー・ハウジングの上壁を矢状面に対して傾斜させ得るようにする。

しかしながら、テレダイン咬合器のコンダイラー・ハウジングの上壁を矢状面に対して傾斜し得るように改善したとしても、咬合器の顎頭点を通り矢状面と水平面に対して傾斜する平面は無数に存在し、この中からチェック・バイト法によって平衡側コンダイラー・ガイドランスと作業側コンダイラー・ガイドランスを含む平面であるコンダイラー・ハウジングの上壁を1つ決定することは理論的には可能であっても、実際には非常に困難なことである。そこで、この調節は立体解析幾何学を応用して次のように行う。以下 O-XYZ 座標系におかれた咬合器の右側コンダイラー・ハウジングを用いて説明する。

右側方位のチェック・バイトを用いて、咬合器の右側顎頭点が作業側となる場合のコンダイラー・ガイドランスの調節が完了した時の右側コンダイラー・ハウジングの調節角は次の通りである。

コンダイラー・ハウジングの矢状傾斜角度 α_{RW}

コンダイラー・ハウジングの上壁の矢状面に対する傾斜角度 θ_{RW}

コンペンセーティング・アングル ω_R

θ_{RW} は、右側コンダイラー・ハウジングの上壁が上方へ傾斜した場合には $0^\circ < \theta_{RW} < 90^\circ$ とし、下方へ傾斜した場合には $90^\circ < \theta_{RW} < 180^\circ$ とする。左側コンダイラー・ハウジングの上壁の場合はこの逆で、上方へ傾斜した場合には $90^\circ < \theta_{LW} < 180^\circ$ とし、下方へ傾斜した場合には $0^\circ < \theta_{LW} < 90^\circ$ とする。咬合器の O-XYZ 座標系における右側顎頭点の座標を (0, 0, 0) とすれば、そのコンダイラー・ハウジングの上壁の方程式を、

$$A_6x + B_6y + C_6z = 0 \quad \text{④④, IV}$$

$$A_6^2 + B_6^2 + C_6^2 = 1 \quad \text{④⑤, IV}$$

とする。コンダイラー・ハウジングの矢状傾斜角度が α_{RW} で、後壁は矢状面に対して垂直で、水平面に対して $(90 - \alpha_{RW})$ 度だけ傾斜するから、その方程式は、

$$x \cos \alpha_{RW} - z \sin \alpha_{RW} = 0 \quad \text{④⑥, IV}$$

である。コンダイラー・ハウジングの上壁は後壁に対して常に垂直であるから、④④, IV 式と ④⑥, IV 式より、

$$A_6 \cos \alpha_{RW} - C_6 \sin \alpha_{RW} = 0 \quad \text{④⑦, IV}$$

と表わされる。上壁と矢状面のなす角度は、

$$B_6 = \cos \theta_{RW} \quad \text{④⑧, IV}$$

であるから、④⑤, IV 式、④⑦, IV 式および ④⑧, IV 式を連立して A_6 , B_6 , C_6 を求めれば、

$$\left. \begin{aligned} A_6 &= \sin \alpha_{RW} \sin \theta_{RW} \\ B_6 &= \cos \theta_{RW} \\ C_6 &= \cos \alpha_{RW} \sin \theta_{RW} \end{aligned} \right\} \quad \text{④⑨, IV}$$

である。咬合器の右側顎頭点が作業側となった場合のコンダイラー・ガイドランスは、コンダイラー・ハウジングの上壁に含まれ、ヴァンダイラー・ハウジングの後壁と ω_R で交わる直線であるから、その方程式を、

$$\frac{x}{\lambda_{RW}} = \frac{y}{\mu_{RW}} = \frac{z}{\nu_{RW}} \quad \text{⑤①, IV}$$

$$\lambda_{RW}^2 + \mu_{RW}^2 + \nu_{RW}^2 = 1 \quad \text{⑤②, IV}$$

とすれば、

$$\lambda_{RW} A_6 + \mu_{RW} B_6 + \nu_{RW} C_6 = 0 \quad \text{⑤③, IV}$$

$$\lambda_{RW} \cos \alpha_{RW} - \nu_{RW} \sin \alpha_{RW} = \sin \omega \quad \text{⑤④, IV}$$

が成りたつ。⑤①, IV 式、⑤②, IV 式および ⑤③, IV 式を連立して λ_{RW} , μ_{RW} , ν_{RW} を求め、④⑨, IV 式を用いて整理して示せば、

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{RW} &= \cos \alpha_{RW} \sin \omega_R - \mu_{RW} \sin \alpha_{RW} / \tan \theta_{RW} \\ \mu_{RW} &= \pm \sin \theta_{RW} \cos \omega_R \\ \nu_{RW} &= -\sin \alpha_{RW} \sin \omega_R - \mu_{RW} \cos \alpha_{RW} / \tan \theta_{RW} \end{aligned} \right\} \quad \text{⑤⑤, IV}$$

である。 μ_{RW} は、 $0^\circ \leq \omega_R \leq 55^\circ$ と考えれば右側コンダイラー・ハウジングの場合一の符号を選択するのが適当である（左側では+の符号を選択する）。

次いで、左側方位のチェック・バイトを用いて咬合器の右側顎頭点が平衡側となる場合のコンダイラー・ガイダンスの調節を行い、調節が完了した時の右側コンダイラー・ハウジングの調節角は次の通りである。

コンダイラー・ハウジングの矢状傾斜角度 α_{RB}

コンダイラー・ハウジングの上壁の矢状面に対する傾斜角度 θ_{RB}

ベネット・アングル β_R

ベネット・アングルは、右側コンダイラー・ハウジングで平衡側コンダイラー・ガイダンスがコンダイラー・ハウジングの後壁となす角度が $(90 - \beta_R)$ 度であることを示すから、作業側コンダイラー・ガイダンスを求めた場合とほぼ同様の手順により平衡側コンダイラー・ガイダンスの方程式は、

$$\frac{x}{\lambda_{RB}} = \frac{y}{\mu_{RB}} = \frac{z}{\nu_{RB}} \dots\dots\dots (55), IV$$

$$\lambda_{RB} = \cos \alpha_{RB} \cos \beta_R - \mu_{RB} \sin \alpha_{RB} / \tan \theta_{RB}$$

$$\mu_{RB} = \pm \sin \theta_{RB} \sin \beta_R$$

$$\nu_{RB} = -\sin \alpha_{RB} \cos \beta_R - \mu_{RB} \cos \alpha_{RB} / \tan \theta_{RB}$$

と表わし得る。ただし、(54), IV式および(55), IV式において、 $\tan \theta = \sin \theta / \cos \theta$ を用いて式を整理して使用しなければならない。コンダイラー・ハウジングの上壁が矢状面に対して垂直である場合に式の定義ができなくなるためである。 μ_{RB} の符号は、右側コンダイラー・ハウジングの場合は+を選択する（左側では-の符号を選択する）。

咬合器の右側顎頭点が平衡側になった場合のコンダイラー・ガイダンスと作業側になった場合のコンダイラー・ガイダンスによって決定される平面が、コンダイラー・ガイダンスの分離性を得るためのコンダイラー・ハウジングの上壁となる。それは(54), IV式と(55), IV式より、

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ \lambda_{RW} & \mu_{RW} & \nu_{RW} \\ \lambda_{RB} & \mu_{RB} & \nu_{RB} \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots (56), IV$$

と表わされる。(56), IV式を整理すれば、

$$A_7x + B_7y + C_7z = 0 \dots\dots\dots (57), IV$$

$$A_7 = \mu_{RW}\nu_{RB} - \nu_{RW}\mu_{RB}$$

$$B_7 = \nu_{RW}\lambda_{RB} - \lambda_{RW}\nu_{RB}$$

$$C_7 = \lambda_{RW}\mu_{RB} - \mu_{RW}\lambda_{RB}$$

である。咬合器の顎頭間軸を中心にしてコンダイラー・

ハウジングの上壁を水平面に対して α_R 傾斜させ、次いで咬合器の顎頭点を通りコンダイラー・ハウジングの後壁に垂直な直線を中心にしてコンダイラー・ハウジングの上壁を矢状面に対して θ_R 傾斜させる方法でコンダイラー・ハウジングの上壁(57), IV式を実現するとすれば、 α_R は(57), IV式より、

$$\tan \alpha_R = \left| \frac{A_7}{C_7} \right| \dots\dots\dots (58), IV$$

である。 θ_R は(57), IV式と矢状面の交角であるから、

$$\cos \theta_R = \frac{B_7}{\sqrt{A_7^2 + B_7^2 + C_7^2}} \dots\dots\dots (59), IV$$

である。(58), IV式と(59), IV式によって、コンダイラー・ハウジングの上壁がまず調節されたことになる。

次いで、コンペンセーティング・アングル ω_R とベネット・アングル β_R の調節を行う。コンダイラー・ハウジングの上壁の調節が完了した後のコンダイラー・ハウジングの後壁は矢状面と上壁に垂直であるから、その方程式は、

$$C_7x - A_7 = 0 \dots\dots\dots (60), IV$$

であり、コンペンセーティング・アングル ω_R は右側顎頭点が作業側となった場合のコンダイラー・ガイダンス(60), IV式と後壁の交角であるから、

$$\sin \omega_R = \frac{|\lambda_{RW}C_7 - \nu_{RW}A_7|}{\sqrt{A_7^2 + C_7^2}} \dots\dots\dots (61), IV$$

である。ベネット・アングル β_R は、コンダイラー・ハウジングの上壁と矢状面との交線が、右側顎頭点が平衡となった場合のコンダイラー・ガイダンス(55), IV式となす角度であるから、

$$\cos \beta_R = \frac{|\lambda_{RB}C_7 - \nu_{RB}A_7|}{\sqrt{A_7^2 + C_7^2}} \dots\dots\dots (62), IV$$

と表わされる。

左側コンダイラー・ハウジングについても同様の調節を行えば、咬合器のコンダイラー・ハウジングにおける平衡側コンダイラー・ガイダンスと作業側コンダイラー・ガイダンスの分離性が実現される。ただし、左側コンダイラー・ハウジングの調節を行う場合、前に述べたように左側コンダイラー・ハウジングの上壁が上方へ傾斜した場合には $90^\circ < \theta_{LW} < 180^\circ$ とし、下方へ傾斜した場合には $0^\circ < \theta_{LW} < 90^\circ$ とするためには次のことに注意する。すなわち、左側コンダイラー・ハウジングにおける平衡側コンダイラー・ガイダンスの方向余弦を λ_{LB} , μ_{LB} , ν_{LB} とし、作業側コンダイラー・ガイダンスの方向余弦を λ_{LW} , μ_{LW} , ν_{LW} とする場合、コンダイラー・ハウジングの上壁の方程式を(56), IV式とは逆に、

表 5 立体解析幾何学を応用した調節の 1 例

左右別 調節	右側コンディライナー・ハウジング				左側コンディライナー・ハウジング			
	α_R	θ_R	β_R	ω_R	α_L	θ_L	β_L	ω_L
右側方位	$\alpha_{RW}=20$	$\theta_{RW}=90$		$\omega_R=21$	$\alpha_{LB}=20$	$\theta_{LB}=90$	$\beta_L=14$	
左側方位	$\alpha_{RB}=40$	$\theta_{RB}=90$	$\beta_R=16$		$\alpha_{LW}=40$	$\theta_{LW}=90$		$\omega_L=21$
分離性を得る ための調節角	38.0	83.2	16.1	19.9	21.7	83.1	14.1	19.9

 α : コンディライナー・ハウジングの矢状傾斜角度

(単位は度)

 θ : コンディライナー・ハウジングの上壁の傾斜角度 β : ベネット・アングル ω : コンペンセーティング・アングル

R, L : 左右の区別

W, B : 作業側と平衡側の区別

コンディライナー・ガイダースの分離性を得るためには、上壁が矢状面に対しても傾斜し得るようにする必要があることを α_R, α_L は示している。右側コンディライナー・ハウジングの上壁は後壁に垂直な軸を中心にして 6.8 度上方へ、左側は反対に 6.9 度下方に傾斜する。

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ \lambda_{LB} & \mu_{LB} & \nu_{LB} \\ \lambda_{LW} & \mu_{LW} & \nu_{LW} \end{vmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{58}', \text{IV}$$

としなければならない。

咬合器の顎頭点が平衡側となった場合のコンディライナー・ガイダースの調節は、多くの場合コンディライナー・ハウジングの上壁を矢状面に対して傾斜させずに矢状傾斜角度とベネット・アングルによって行うことが可能であるから $\theta_{RB}=0$ とすれば、計算はより簡単なものとなる。

上述の調節方法を実際に使用した場合を表 5 に示す。データは患者の顎頭間軸の長さを 110 mm として、テレデザイン咬合器の使用説明書⁹⁾より採録したものである。作業側コンディライナー・ハウジングの矢状傾斜角度は平衡側と同じ角度にした。つまり表 5 は、右側(左側)コンディライナー・ハウジングにおいて、右側(左側)顎頭点が作業側と平衡側になる場合の矢状傾斜角度が異なる場合、コンディライナー・ガイダースの分離性を実現しようとするなら、コンディライナー・ハウジングの上壁を矢状面に対しても傾斜し得るようにしなければならないことを示している。

コンディライナー・ハウジングの上壁が水平面に対してだけでなく、矢状面に対しても傾斜し得ようになっているれば、それはコンディライナー・ガイダースの分離性実現のためだけではなく、コンディライナー・ガイダースの調節にも使用し得る。 $\textcircled{44}$, IV 式に始まる立体解析幾何学を応用した咬合器の調節方法は、この点をも考慮して構成されたものである。

4. 顎頭間距離調節機構とコンディライナー・ガイダースのねじれについて

アルコン・スロット様式ハノー・ユニバーシティ 130-28 型咬合器は顎頭間距離の調節が可能である。顎頭間距離調節の意義については、長谷川等²²⁾によれば、① 顎頭点あるいは他のなんらかの点を特殊点として、それに咬合器の顎頭点を合わせ得る、② 咬合器での作業側コンディライナー・ガイダースの補助調節機構として用い得るという 2 つに分けられる。真柳²³⁾の詳細なる研究によって、作業側顎頭の運動が明らかになった今日、半調節性咬合器における顎頭間距離調節の意義は②の観点から重要であると考えられる。しかしながら、テレデザイン咬合器のように作業側コンディライナー・ガイダースの調節機構を持たぬ限り、アルコン・ボックス様式(例えばウィップ・ミックス咬合器)、アルコン・スロット様式(例えばユニバーシティ 130-28 型咬合器)、コンディライナー・スロット様式(例えばユニバーシティ 130-7 型咬合器²⁴⁾)の半調節性咬合器の顎頭間軸上の点の運動経路は、それらが顎頭間距離調節機構を作業側コンディライナー・ガイダースの補助調節機構として用いている場合であっても、第 2 報で明らかにしたように咬合器がセントリック・ロックされた状態での顎頭間軸(Y 軸と一致する)と平衡側コンディライナー・ガイダースによって決定される平面に含まれる。この事実は、患者において咬頭嵌合位と側方位における平衡側顎頭点の位置を結んだ直線(l_B 線と呼ぶ)と、咬頭嵌合位と側方位における作業側顎頭点の位置を結んだ直線(l_W 線と呼ぶ)がねじれの位置にある場合、上記咬合器での側方位の再現は理論的には不可能であることを示している。例えば、真柳の研究²³⁾において、被験者

No. 1 の θ_2 顎位 (切歯点の移動距離 5 mm に対応する側方位) における l_B 線と l_W 線を, カンペル平面を水平面とし, ヒンジ・アキシスを Y 軸, 右側顎頭中心点 (作業側) を原点とする直交座標系において表わせば, それぞれ,

$$\frac{x}{\cos 5 \sin 8} = \frac{y-112}{-\sin 5 \sin 8} = \frac{z}{-\sin 5 \cos 8} \quad \dots\dots\dots (63), \text{ IV}$$

$$\frac{x}{-\cos 45 \cos 28} = \frac{y}{-\sin 45 \cos 28} = \frac{z}{\sin 45 \sin 28} \quad \dots\dots\dots (64), \text{ IV}$$

となる。一般に, 空間における 2 直線

$$\frac{x-x_1}{u_1} = \frac{y-y_1}{v_1} = \frac{z-z_1}{w_1} \quad \dots\dots\dots (65), \text{ IV}$$

$$\frac{x-x_2}{u_2} = \frac{y-y_2}{v_2} = \frac{z-z_2}{w_2} \quad \dots\dots\dots (66), \text{ IV}$$

の間の最短距離 $h_{\min.}$ は, 両方の直線に垂直な直線 (共通垂線) の交点間の距離をもって示されるから, 次のように表わされる。

$$h_{\min.} = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ u_1 & v_1 & w_1 \\ u_2 & v_2 & w_2 \end{vmatrix} \quad \dots\dots\dots (67), \text{ IV}$$

$$D = \pm \sqrt{\begin{vmatrix} v_1 & w_1 \\ v_2 & w_2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} w_1 & u_1 \\ w_2 & u_2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} u_1 & v_1 \\ u_2 & v_2 \end{vmatrix}^2}$$

ただし, $\pm$ の符号は $h_{\min.} > 0$ となるように選択する。もし, 被験者 No. 1 の l_B 線と l_W 線が同一平面上にあれば $h_{\min.} = 0$, ねじれの位置にあれば $h_{\min.} \neq 0$ となるはずである。⑥③, IV 式と ⑥④, IV 式を ⑥⑦, IV 式に代入すると $h_{\min.} = 7.9 \text{ mm}$ となる。したがって, 被験者 No. 1 における l_B 線と l_W 線はねじれの位置にあるから, 前述の 3 種類の咬合器での θ_2 顎位の再現は現論的には不可能である。

これに対して, アルコン・ボックス様式ハノー・テレデザイン咬合器は第 2 報で報告したように, 左右のコンダイラー・ハウジングの矢状傾斜角度が等しくなく, 作業側コンペンセーティング・アングルが 0 度でない場合には, 左右のコンダイラー・ガイダンスがねじれの位置にあることになるから, 患者における l_B 線と l_W 線が $h_{\min.} \neq 0$ の場合でも側方位再現の可能性を有することになる。

空間における 2 直線は, 平行でない限り相交わるかまたはねじれの位置にあるかのどちらかである。相交わる場合には一つの平面に含まれることになる。したがって野村²⁵⁾の言う患者の顎頭間軸と咬合器の顎頭間軸の一致度 H が 0 とならない原因は, 咬合器の顎頭間軸上の全点

の運動経路が同一平面に含まれる構造の咬合器において次の 2 つの理由と考えられる。① 患者の l_B 線と l_W 線が相交わっても $H \neq 0$ となる場合で, これは咬合器の作業側コンダイラー・ガイダンスの調節範囲外に患者の l_W 線が存在することを意味する。② 患者の l_B 線と l_W 線がねじれの位置関係にある。

Ulrich²⁶⁾, Walker²⁷⁾, Bennett²⁸⁾ 以来, 作業側顎頭点や平衡側顎頭点の運動に関して多くの研究がなされてきたが, l_B 線や l_W 線のような概念を設定し, 両者が生体にあつてどのような関係にあるのか, すなわち相交わるのかそれともねじれの位置にあるのかの研究はなされていない。こうした研究は, 特に作業側コンダイラー・ガイダンスの調節機構を持たず, 顎頭間距離調節機構をその補助調節機構として有する咬合器の臨床における有効性を考える上で重要であると思われる。

なお, 全調節性咬合器といわれるハノー・ユニバーシティ 130-21 型咬合器^{24, 28, 30)}の顎頭間軸は, ホリゾンタル・アキシスとパーティカル・アキシスの調節によって左右別々に分離独立した顎頭軸を作るが, この左右の顎頭軸は咬合器の使用方法によっては, 患者における l_B 線と l_W 線を直接的に表現するものとも考え得る。

5. 電子計算機および自動製図装置の利用について

第 1 報, 第 2 報そして本論文で述べた方法によって咬合器の運動性を解析する場合, その演算過程は相当に長く, しかも複雑で繰り返しが多い。そのため, 東北大学大型計算機センターの電子計算機を用いている。そして運動経路の描記には, 電子計算機の周辺装置である自動製図装置を併用している。その利用の概略を図 7 に示しておく。なお, 演算に際しての媒介変数の変化は自動製図装置の性能および森³¹⁾の指摘に従い 0.1 mm 刻みで変化させることを原則としている。

V. 結 論

1. 寸法や顎頭部の様式の異なる咬合器の立体的な運動性を比較・検討する場合の要件とそれを満たす方法を示した。それは次の 3 つである。

(1) 同一座標系で, 咬合器上部または下部が運動するように経路の式が統一されること: 咬合器の両側顎頭点の中心に座標系の原点を置いた $\bar{O}-XYZ$ 座標系で咬合器下部が運動するように運動経路の式を統一する。そのため, コンダイラー・スロット様式ハノー・H-2 型咬合器の運動経路の式を咬合器下部が運動するように変換

図 7 咬合器の側方運動解析の概略

個別咬合器の側方運動の解析および様式の異なる咬合器の運動性の比較・検討に用いる。

m_1 , m_2 , m_3 , n は上記目的に応じて決定する。

し、その導関数を示した。

(2) 同一患者より得られた資料によって咬合器の角度調節を行うこと：アルコン・スロット様式ハノー・ユニバーシティ 130-28 型咬合器で理論的チェック・バイトを製作し、これによるアルコン・ボックス様式ハノー・テレダイン咬合器とコンダイラー・スロット様式ハノー・H-2 型咬合器の調節方法を示した。

(3) 各咬合器の媒介変数である平衡側顎頭点の移動距離に関して、各咬合器間での対応性が確立されること。

2. アルコン・ボックス様式ハノー・テレダイン咬合器の顎頭間軸上の点の運動経路に関して検討し、次のことを明らかにした。

(1) 両側コンダイラー・ガイドランスがねじれの位置にある場合、顎頭間軸上の点の運動経路は両側コンダイラー・ガイドランスの共通垂線を中心とする楕円の一部分である（両側コンダイラー・ガイドランスが相交する場合は、その交点が楕円の中心である）。

(2) 運動経路の式の媒介変数の変化し得る範囲を示した。その範囲は、咬合器の両側顎頭点間の距離、両側コンダイラー・ガイドランスの矢状傾斜角度の差、平衡側ベネット・アングル、作業側コンペンセーティング・アングルによって決定される。

(3) 運動経路を含む楕円の形態は、咬合器の両側顎頭点間の距離を一定とすると、運動経路を含む平面内で、両側コンダイラー・ガイドランスが相交する場合はその交角によって、両側コンダイラー・ガイドランスがねじれの位置にある場合はその正投影像のなす角度によって決定される。とくに、両側コンダイラー・ガイドランスが相交する場合平衡側ベネット・アングルと作業側コンペンセ

ーティング・アングルは楕円のどの部分を顎頭間軸上の点の運動経路とするかの決定に関係する。

(4) アルコン・ボックス様式の咬合器のベネット・アングルが変化し得る範囲の最小値は、咬合器の両側顎頭点間の距離と平衡側顎頭点の移動距離によって決定されることを示した。

3. アルコン・ボックス様式ハノー・テレダイン咬合器において、作業側コンダイラー・ガイドランスと平衡側コンダイラー・ガイドランスの分離性は、コンダイラー・ハウジングの上壁が矢状面に対しても傾斜し得るようにすれば理論的に可能であることおよびその調節方法を立体解析幾何学を用いて示した。

4. 患者の咬頭嵌合位と側方位における同側の顎頭点を結んで得られる 2 本の直線がねじれの位置にある場合、顎頭間軸上の全点の運動経路が同一平面に含まれるような構造の咬合器では、たとえそれが作業側コンダイラー・ガイドランスの補助調節機構として顎頭間距離調節機構を有していたとしても、側方位の再現は理論的には不可能であることおよびそのような場合に側方位の再現性を有するためには両側コンダイラー・ガイドランスがねじれの位置をとり得るような構造の咬合器が必要であることを示した。

本論文の楕円経路に関する計算と作図は東北大学大型計算機センターを利用した。

稿を終るに臨み、多くの御指導・助言を戴いた根本一男教授、早稲田大学大学院物理科鈴木尚通君および青山学院大学大学院物理科藤田和久君に深謝します。

文 献

- 1) 舟久保太：半調節性咬合器の運動経路に関する理論的研究，第1報 運動経路の式，補綴誌，21：455～471，1977.
- 2) 舟久保太：半調節性咬合器の運動経路に関する理論的研究，第2報 経路の式を用いた解析方法，補綴誌，22：76～90，1978.
- 3) 真柳昭絏，中野雅徳：顆路型咬合器の調節機構，DE，28：28～35，1974.
- 4) Weinberg, L. A. : Arcon principle in the condyle mechanism of adjustable articulators, J. Prosthet. Dent., 13：263～268，1963.
- 5) Weinberg, L. A. : An evaluation of basic Articulators and their concepts, Part II. Arbitrary, positional, semiadjustable articulators, J. Prosthet. Dent., 13：645～663，1963.
- 6) 野村孝太郎，長谷川成男，坂東永一，他：Arcon Type 咬合器と Condylar Type 咬合器について，第1報 矢状面内における検討，補綴誌，14：96～104，1970.
- 7) 長谷川成男，野村孝太郎，福島俊士，他：Arcon Type 咬合器と Condylar Type 咬合器について，第2報 水平面運動の調節性に関する検討，補綴誌，15：67～75，1971.
- 8) Hanau Engineering Co. : Articulator Technique Series H-2, Buffalo, N. Y.
- 9) Teledyne Dental Hanau Division : Teledyne Articulator System, Technique for full denture prosthodontics, Buffalo, N. Y.
- 10) Tanaka, H. : Anew semi-adjustable Articulator, Part 1. Concept behind the new articulator, J. Prosthet. Dent., 1：10～16，1975.
- 11) 占部 実，その他：微分・積分教科書，36～44，共立出版，東京，1965.
- 12) 矢野健太郎：代数学と幾何学，130～206，220～256，裳華房，東京，1961.
- 13) 保母須弥也，可知和之，他：咬合学事典，345，367，408，455，書林，東京，1978.
- 14) Hicky, J. C. : Anew articulator for use in teaching and general dentistry, J. Prosthet. Dent., 18：425～437，1967.
- 15) 中沢 靖，五十嵐孝義，佐田二三夫：Whip Mix 咬合器の使い方と新しい付属品の紹介，補綴臨床，7：296～306，1974.
- 16) Bergström, G. : On the reproduction of dental articulation by means of articulator, VII. Arcon and Condylar articulator, Acta. Odont. Scand., 9：72～97，1950.
- 17) 根本一男：ハノウ咬合器の移り変わり(上)—モデルH咬合器—，補綴臨床，6：233～238，1973.
- 18) Hanau Engineering Co. : Articulator Technique for the University Models 130—28 and 130—30, Buffalo, N. Y.
- 19) 日本図学会，コンピュータグラフィックス委員会編：コンピュータによる自動製図システム，1～62，115～243，日刊工業新聞社，東京，1974.
- 20) 東北大学大型計算機センター編：自動製図装置の利用法，1～44，仙台，1976.
- 21) 長谷川成男，野村孝太郎，田中伐平：続 Hanau の咬合器に聞く(中)—130—7型咬合器の機構と再現性—，歯界展望，45：217～223，1975.
- 22) 長谷川成男，野村孝太郎，田中伐平：続 Hanau の咬合器に聞く(上)—130—7型咬合器の機構と再現性—，歯界展望，45：55～65，1975.
- 23) 真柳昭絏：側方滑走運動における顆頭運動の研究，補綴誌，14：158～182，1970.
- 24) 根本一男：ハノウ咬合器の移り変わり(下)—H2 シリーズからユニバーシティ咬合器まで—，補綴臨床，6：343～355，1973.
- 25) 野村孝太郎：側方咬合位における咬合器の再現性と運動様式に関する研究，補綴誌，14：239～266，1970.
- 26) Ulrich, J. : The human temporomandibular joint : Kinematics and action of the masticatory muscles, J. Prosthet. Dent., 9：399～406，1959.
- 27) Sönstebö, H. R. : Walker's improvements of Bonwill's system, J. Prosthet. Dent., 11：1074～1079，1961.
- 28) Bennett, N. G. : A contribution to the Study of the movements of the Mandible, J. Prosthet. Dent., 8：41～54，1958.
- 29) Teledyne Hanau : Hanau University Model 130—21 Articulator, Buffalo, N. Y.
- 30) 石原寿郎，河村洋二郎：臨床家のためのオクルージョン—石原・咬合論—，34～39，医歯薬出版株式会社，東京，1972.
- 31) 森 正武：曲線と曲面，計算機による作図と追跡，1～3，教育出版株式会社，東京，1974.

〔訂正文〕 第2報⑥，IV式の第3行第1列の行列式の要素 $\cos \theta \cos \omega$ を $\cos \theta \sin \omega$ に訂正します。