下顎側方運動の GYSI 軸学説並びに作図法に 関する立体図学的解析

第 1 部 剛体中、運動の知れたる 2 点を含む直線上 の点の運動の立体図学的解析

海 老 名 竜 雄*

A Solid Geometrical Analysis of GYSI AXIS THEORY and His
Drawings for Lateral Movements of Mandible.

Part I: A Solid Geometrical Analysis for Movements of the
Points on the Line involved Tow Points of which
Movements are measured in Solid Body

Tatuo Ebina

I 緒 言

下顎の咀嚼運動中所謂側方運動と称される側方滑走運動に就ての種々な調査研究は、最近において精密さを加えて来た。にも拘らず空間における立体の運動の理論的解析は完成されていない。僅かに GYSI の軸学説及その作図法による解析があるだけである。

著者は之を立体解析幾何学的理論を以て完成せんと企て、また立体図学的な解析を行った。

之を GYSI 法と比較し、またその作図法に關しての理論を探究した。その結果 GYSI 作図法は一部において一般立体図学の最簡潔な型をのみ活用したものである事、また一部において別個の作図法を用いた事、更にまた空間における剛体の二点の運動を知る事によつて、その二点を含む直線上の点の運動を解析する事においてのみその理論は正確である事を知つた。

之を第一報として報告する。幸に GYSI 軸学説並びに作図法に就ての理解に益する所があればその目的は達せられたのである。

II 剛体の運動に關しその中運動の知れたる 2 点を含む一直線上の点の運動の立体解析幾何学的理論

空間における剛体の運動の研究に際しその最單純型たる一直線の運動を第一に研究する。

一直線上の二点の運動よりその直線の全点の運動を知るには、瞬時廻轉中心軸を求め之により全点の運動を軸運動として求めればよい。

(イ) 運動の軸中心の求め方

平面上における一直線の運動中心の求め方は、その直線上の運動の知れたる二点においてその運動方向に対し垂線を立て、二垂線の交点を以てその瞬時の廻轉中心とする。

空間においてその垂線は無数に存在しその軌跡は一平面をなし（法面と言う）その二平面の交りは一直線（稜）となり、この一直線が瞬時廻轉中心軸となる。

(ロ) 一直線上の点の運動の求め方

平面上においての、点の運動の求め方は、中心点を中心として、点と中心点を結ぶ長さで円運動する際の接線としてあつかう故に、点を通り、点と中心を結ぶ線に垂線を立てその方向を二運動点と同じ向にする事によつて得る。

空間において、点の運動は軸に垂直な平面上を且つ、軸

* 東京都會員

上の点を中心として円運動する接線と解する故に、点を通り軸に垂直な平面を画き軸との交点を求め、点とその交点を結び、点を通りその結線に垂直な平面をつくる。(この平面は円運動の接線の軌跡である)。而してこの二平面の交線を求める接線となしその方向は、二点の運動方向に倣う。之が一直線上の運動路である。

(ハ) 軸運動を独楽運動としての解法

一直線上の点が独楽の輪上にあり、軸が心棒に該当する時、その輪上の点の運動は上述の如く解される他に、心棒上の二点を中心としての(円錐の頂点とみて)円錐の底辺の運動と解する。心棒上の二点と輪上の点を結び、夫にその結線に垂直な平面を輪上の点を通つて画きその平面の交りを求める。この交線は点の運動路の接線である。

III 立体図学的解析

二点の位置を下顎骨の平衡側顆頭点と中切歯正中点にとり、之を座標に作図する。

立体解析幾何学における直交座標は、前後はX軸、左右はY軸、上下はZ軸で、その水平面はXY軸により、矢状面はXZ軸により前額面はYZ軸により構成される。

立体図学²⁾においては、Y軸を基線とし、水平面は、基線より前方に、前額面は直立面として基線より後方に、矢状面は補助面として、直立面の側方に、作図する。即ち図学は空間のものを前方よりと、上方よりとの二方面より無限の距離より透視する事により表わされる象を以てその立体関係を示す。

即ち立体解析幾何学におけるXYZの座標をXY、YZ、座標によつて現わすものが、立体図学である。従つてYは何れにも共通するを以て、水平面と直立面の投影の該当点を結ぶ線は「投射線」と言い、Y軸の価が等しい事より作図を容易にする。

数字の代りに点をその位置に記し、空間の一点は水平面と直立面の二面に投影して表わす故に之を点の水平投影、直立投影と言う。

従つて水平投影は縦(X)横(Y)の価となり、直立投影は縦(Z)横(Y)の価となる。原点0は基線の中に含まれ、XZは基線より遠ざかるに従いその価を増す。

平面の投影は影であり面となるを以てその平面が水平面及直立面と交る境界線を以て現わし、之を平面の水平跡、直立跡と言う。

(直)線の投影は(直)線であり、水平面、直立面と交る場合はその部を(直)線の水平跡、直立跡と言う。

(イ) 二点の座標を、水平面及直立面にとる。下顎骨の下顎三角より、100 mm 正三角形として顆頭点切歯点を定め、その矢状傾斜を 22° とし顆頭点の高さを定める。(図1)

(ロ) 二点の運動の接線を各矢状傾斜面上の運動とし、その斜面上での側方偏角を側方傾斜とする。(矢状方向に対する)之を水平面、直立面に投影すると側方傾斜は実角である故に之を直す必要がある。

実角と投影との間には次の関係がある。

運動の斜面の矢状傾斜を θ とし、側方傾斜を ω とすると、その水平及直立投影の偏角は

$$\tan(\text{水平偏角}) = \frac{\tan \omega}{\cos \theta}, \quad \tan(\text{直立偏角}) = \frac{\tan \omega}{\sin \theta}$$

補助面として矢状面をつくる。

顆頭点を矢状面にとり、 θ 度の傾斜線を引き水平線との交点を求める。傾斜線の長さは矢状傾斜面の前後径である。底辺の長さはその水平投影の長さであり、垂辺の長さはその直立投影の長さである。

水平面において顆頭(切歯)点より、矢状線上に、矢状面での(傾)斜辺の長さをそのままとり、その点より基線に平行線を引く、また顆頭(または切歯)点において、矢状線に実角の側方傾斜角をとりその線を引く、二線の交点を求め、この点より基線に垂線を下す。

矢状面の底辺の長さを水平面の矢状線にとり、之より基線に平行線を引く、之と前線との交点をつくる。交点と顆頭(または切歯)点を結ぶ、之が運動線の水平投影である。また基線への垂直の足と直立面の顆頭(または切歯)点を結ぶ、之が直立投影である。(図1)

(ハ) 顆頭点(切歯点)の運動路の法面は、この運動直線に対し、水平面において顆頭点(切歯点)を通り垂線を引き基線との交点をつくる。この点を足として基線に垂線を立て(直立面で)また直立面においての顆頭点(切歯点)を通り基線に平行線を引きこの二線の交点をつくる。交点より運動直線投影に対し垂線を下し、基線との交りをつくり、之より水平面において、運動直線投影に対し垂線を下す。この直立及水平面の垂線がその法面の直立及水平跡である。(図1)

(ニ) 二法面の交り(稜)軸は、各跡の交点をつくり、交点より基線に垂線を下す。その足と跡の交点を交互に結ぶ。之がその面における交りの投影(直立投影、水平投影)である。(図1)

(ホ) GYSI³⁾は法面の直立跡を使用せず、水平跡に平行な線(顆頭点の高さで水平面に平行な面を法面がきる)を作図しその各該当する水平跡、及水平跡に平行な線夫々の交点を結ぶ。之がその水平投影で之を投射線により

上

下

図 1

直立投象を作図する。

水平跡に平行な線の求め方は、平面の直立跡と顎頭の直立投象を通る基線に平行な線との交点より基線に垂線を下しその足より水平面で水平跡に平行線を引く。

(図1)

(へ) 二点を結ぶ線上の点とその点の廻転中心点は立体解析幾何学において、廻転中心点を軸上に二点求める理論があり、その位置を二点を結ぶ線上の点を通り、水平面及直立面に平行な平面が軸と交る処となす方法による。

水平面において与点を通り基線に平行線を引き軸と交る点をつくり、交点より投射線を引き直立面において軸と交る点をつくる、之は直立面に平行な平面により截られる軸の点である。

直立面において与点を通り基線に平行線を引き軸との交点をつくり、交点より投射線を引き水平面の軸との交点をつくる。之は水平面に平行な平面により截られる軸の点である。(図2)

(ト) 直線上の点と軸上の二廻転中心点を結び、この線に垂直な平面を、直線上の点を通つてつくるには、水平面において、その点及び中心点の投象を結び、点を通りその結線に垂線を引き基線と交る点を足とし直立面で垂線を立てる。直立面において与点の投象を通り基線に平行線を引き、この二線の交点を作る。

交点より、中心点と与点を結ぶ線に垂直な線を引き基線との交点を作り交点より水平面において先の結線の垂線に平行線を引く。

この直立面、水平面の線が、その平面である。中心点

図 2

と与点を結ぶ線は二本存在するを以て、二平面が作図される。(図2)

(チ) 直線上の点を通る二平面の交線は各直立及水平跡の交点より基線に垂線を下し、その足と跡の交点とを結ぶ。この結線がその交線である。(図2)

図に見る如く、その垂直平面は、一は水平面に垂直で直立面に傾く平面で、二は直立面に垂直で水平面に傾く平面である。よつて一つは水平跡の基線に垂直であり、一つは直立跡は基線に垂直である。よつて跡の交点より

基線に下す垂線はそのまま水平跡または直立跡そのものである。よつて、与点の投象を通り中心点を結ぶ線に垂直な線そのものが交線の投象に一致する(交互に)結果となる。従つて図は内容は複雑であるが表面では簡単なものとなり、GYSIの如く作図してもよい事となる。即ち GYSI 作図法は軸運動の別理論と且つ作図の簡潔な位置にその中心点を設けた作図法であつて、優れたものと言うべきである。

結 語

下顎側方運動の解明に当つてその理論として之を立体解析幾何学的に物体の運動を論じその算出法として立体図学を用いて之を解析せんと企図しここに第一部として、空間における剛体の中の二点の運動を知る事によつてその二点を結ぶ線上の点の運動を求める方法に就ての軸運動理論と図学的解析を行つた。その結果と GYSI 軸学説並びに作図法に就て之を報告した。

GYSI 軸学説に關しての種々の問題は GYSI の立場から論じるべきである。従つてその軸学説解釈も、その作図關係よりの解釈と思考する事によつて理解する事が

可能となる。

擧筆するに當つて、恩師黒沢佐太郎博士の御鞭達を頂いた事に対し深甚なる謝意を表します。

文 献

- 1) 日下部智：力学序論，東京，昭 23，筑紫科学書院，219 頁。
- 2) 平山嵩：最新高等図学，東京，昭 36，培風館，45 頁。
- 3) 沖野節三：有床補綴学，東京，昭 26，医歯薬出版株式会社，71 頁。