行動基礎論の数理的研究

MATHEMATICAL RESEARCHES FOR ELEMENTARY BEHAVIORISTICS

戸 田 正 直*

By TODA, MASANAO

1. 状態空間。PATH.

行動基礎論と吾々が名付けるものの目的は、人¹⁾のすべての行動——それを規定する一切の因子を含めて——の一意確定的な表現を得る爲に最も有効且つ適切な枠組は何か、を決定する事にある。

本来、人の行動の記述の仕方には幾通りもの方法が考へられるであらう。然し乍らそれらは常に最後には人の状態²⁾とその変化の項のみの組合せに還元されなければならない。何故ならば、吾々が人について観測可能であるすべてのものは、本質的にその人の状態と名付けられるもの以外の何ものでもあり得ないからである。状態、とその変化といふ概念を前面に出して考へれば、人についての完全な描像を得るといふ事は、刻々と移り變る人の状態の時間的變化を規定する、すべて状態に直接關係する項にのみよつて構成された完全な法則群³⁾を得るといふ事に他ならない。

但し之等の法則群のすべてが吾々の研究の對象であるのではない。人は單なる一物體として物理學的法則の支配下に状態變化するし、一有機體として生理學的法則下に状態變化する。問題は之等の自然法則の支配下にある状態變化——名付けて自然變化——のみによつて人の状態變化のすべてが盡されず、そこには尙他の部分、所謂行動によつて惹起される状態變化——名付けて行動變化——が存在する事にある。若し人の状態變化が全體として記述し得るものであるならば、かかる行動變化も亦それ自身独自の法則體系を持たねばならない。ここに行動理論の要求される地盤が存在する。恐らく、人（生體一般）が無生物と截然と區別される所以もこの独自の法則體系の所有といふ點にあるのであらう。之等行動法則體

系が、やがては自然法則體系のうちに還元されてしまふか否かは、差當つて吾々の取り上げるべき問題ではない。

かくて人の全状態變化は、行動状態と自然變化の重疊と見做される。この兩種の變化は常に密接な聯關を保つて相互に影響しあつてゐるから、行動變化のみを獨立に切り離して考察する事は不可能であり、従つて又行動變化記述の場として吾々が採用する枠組も、人の全状態とその全變化を表現するに足る充分の自由度を持つてゐなければならない。ここでその目的の爲に吾々は一個の數學的空間を取り上げる事にする。即ち人の相互に異つた無數の狀態が、この空間に含まれる無數の點と一對一對應をつけ得る様な空間を考へ、この空間を以て人の全状態の代表と見做して、之を人の状態空間⁴⁾と名付ける事にする。勿論これだけの條件ではこの空間はその構造上大きな任意性を持つてゐるが、便宜上差當つて之に次の條件を附加して置かう。即ち、人の状態の連續的變化はそれが行動變化であると自然變化であるとの拘らず、この空間中の點の連續的移動として表現し得る。更に、これは状態といふ言葉の定義の問題になるが、吾々は時刻といふものを人の状態の一因子と考へる事にする。即ち人がAといふ時刻にある事と、Bといふ時刻にある事とは、既にそれだけで異つた状態にあるものと見做するのである。この意味に於ては人の状態は最早一刻と雖も同一に止まる事は出来ない。状態空間に眼を轉ずれば、そこに於て人の状態を代表する點は一刻も静止する事を許されず、様々のトレースを描きながら不斷に移動し續ける。之が吾々が採用しようとする人の描像である。此處に於て人の状態變化を規定する一切の法則はこの點の運動方程式に還元されるであらう。

ある特定の行動變化、乃至はある特定の自然變化は、状態空間中のある特定の曲線によつて代表される。但しその逆は成立しない。状態空間中のある種の曲線は原理的に行動變化によつて踏襲され得ない。又あるものは自然變化によつて踏襲され得ない。ここで特に原理的に行

- 1) 人という言葉によつて吾々は行動の主體となるすべての生體を代表させる事にする。
- 2) 状態という言葉は吾々は最も一般的な意味に於て使用する。
- 3) 即ちこの法則群を方程式として表現した時そこに含まれる函数は、すべて“状態”の函数でなければならない。

- 4) 状態空間は“生活空間”の一個の數字的表現と見做され得るであらう。

動變化の代表であり得る様な曲線を **path** と名附けよう。但しある一定の時刻にある曲線が **path** である或ひはないといふ事は、他の時刻に於ても同様に **path** である又ははないといふ事を必ずしも意味しない。

2. B 函數. VALENCE.

行動するといふ事は、この **path** を進行するといふ事に他ならない。然し **path** は屢々岐路を持つ。人は状態空間中に停止する事が出来ず、且又二つ以上の **path** を同時に進む事は出来ないから、此處で岐路を構成する幾つかの **path** のうち必ずどれか一つが實際に人がそれを通つて進み続ける道として選ばれねばならない。この状況は岐路が状態空間中いかなる場所にあるかといふ事に全く無關係である。即ち二つ以上の **path** が岐路をなせば、そこに人がある限り必ず選擇の事態が存在し、多くの **path** の中から只一つが選出される。この岐路の事態が殆ど人の行動を決定する。即ち岐路が存在しない限り、人の前には只一つの **path** が續たはつてゐるばかりであり、人は否應なしにその **path** を取り続ける他はないからである。従つて人の行動が法則によつて記述し得るものであるならば、岐路に於ける選擇は法則に支配されてゐなければならない。多くの中から只一個が選ばれる爲には、各 **path** は各々相互に比較可能な、即ち順序をつけ得る一次元的な量を持たねばならない。選擇される **path** は岐路を構成する各 **path** のうちこの量の最も特定の値、即ち最大値、乃至最小値を持つものとして特性づけられる。ここで最大値か最小値かといふ事は、實際にこの量を數で表現する場合の符號の附け方の問題に過ぎないから、吾々はここで、この量の最大値が選擇の基準に相當する如く符號を附ける事に規約する。そこでこの様にして得られた各 **path** の函數としてのこの量を **行動函數**、或ひは、**B 函數**と呼ぶ事にする。前記の理由によつて岐路に於ける選擇を決定する B 函數は人の行動を記述する上に最も重要な量であると思ふべきではない。

次の問題は B 函數の構造である。B 函數は **path** の函數であり、**path** は状態點の集合である。吾々は本來、行動の法則をすべて直接に状態に關係する項のみで表現する事を欲する。従つてここでも、何等かの方法によつて状態の集合函數である B 函數の、直接状態の點函數のみによる表現を求めたい。ここで吾々は、快い状態、或ひは不快な状態といふ言葉が一般に使用されてゐる意味を考へて見よう。快い状態とは吾々の言葉に翻譯すればその状態に連結する **path** が一般に選擇され易い傾向を持つ状態の事であり、この様な事はその状態がそれを通過する **path** に常に一定の正の寄與を持つと考へるより他に不可能である。又同様に不快な状態といふものは、その寄與が負である状態と考へられる。更に快でも不快でもない状態はその寄與が零であるものと見做し得る。

かくて吾々は一般的に次の様に云ふ事が出来る。即ちあらゆる状態はそれを通過するすべての **path** に對して正零負いつれかの、その状態固有の寄與を持つ。この寄與を吾々はその状態の **valence** と名附ける事にする。**valence** は状態の點函數である。ここでこんな疑問が起きるかもしれない。即ち、ある状態の **valence** は、その状態へ人の入り方によつて多少異なるのではないか？然しある状態の人に對する意味が、その状態への人の入り方によつて異なるものとすれば、その状態に於ける人にはそれ以前の状態の影響が何等かの形に於て残つて居り且それが相互に異つてゐると考へねばならない。が本來異つた影響下にある人間は既にそれだけで異つた状態にあるのであつて、その状態が同一點で表現される事はあり得ないのである。更に B 函數の **valence** を含む含み方は、各 **valence** に關する項について加算的であつて **valence** の積を含まない。之は當然の事である。負の **valence** を二つ含む **path** が一つ含む **path** よりも大きな B 函數の値を持つといふのは考へられない事である。**valence** を V_a と記號して、ここから直ちに、 $B = \sum V_a$ と置く事は出来ない。その事情は次節に於て明かである。

3. 連結確率. 最大 VALENCE の原理.

ここに一箇の正の **valence** を持つた状態があるとしよう。(今後 **valence** を持つた状態の事を **effecta** と呼ぶ事にしたい。そして正の **valence** を持つた状態を正の **effecta**、負の **valence** を持つた状態を負の **effecta** と呼ぶ。)人は現在その **effecta** に通ずる **path** を進んでゐる。この様な場合、果して人は常に必ずその **effecta** に實際に到達出来るであらうか。**path** とは状態空間中に於ける人の行動變化の徑路である。然し人の状態變化は行動變化以外に自然變化を含んでゐる。**path** 途上にあつても恐らく種々の自然變化が人の位置を **path** からずらす事が期待され、この時そのうちあるものは人をその **effecta** から完全に遮斷された場所、即ち最早その **effecta** には一本の **path** も通じてゐない様な状態へ連れ去

- 1) この様に本來異つた状態群が一點で表現されてゐる様な空間を縮退した空間と呼ぼう。實際問題に當つては縮退した空間も屢々有用である。が、現在はそれについて之以上觸れない事にする。
- 2) **valence**——及び今後現れるすべての量について云へる事であるが——は、單に空間中の點函數であるばかりでなく、人の空間中に於ける場所の函數でもある。空間中を人の場所が移動すればある状態の **valence** も亦刻々變る。この事情は然し **critical point** 即ち岐路に於ける人の瞬間的な事態には影響しない。従つて之は重要な問題であるがこの點に關するより立ち入つた議論は次の機會に譲りたいと思ふ。

るかもしれない。ある path の途上に於て何が起り、且又何が起らないかを常に完全に豫測し盡し得る程、人は世界の自然的構造について充分な知識は持つてゐない。が逆は何事が起るか殆ど完全に解らないといふ事態も亦珍しい。實際の状況は一般にこの中間にある。即ち、この path を通つて自然變化に妨げられず目標の effecta に到達出来る事は此々の程度に確からしい。或ひは云ひ換へて見れば、この path は人と effecta とを此々の程度の確からしさで連結してゐる。

今ここに、一つの effecta に通ずる幾つかの path が岐路をなしてゐると考へよう。(但し之等の path はその途上に目標 effecta 以外のいかなる effecta も含まぬものとする。)そして、その岐路に於ける人にとつて、之等の path の effecta への連結の確からしさが各 path 毎に違ふものと考へる。この時人が選擇する path は勿論云ふ迄もなく、この連結の確からしさの程度の最も大きいものであるに違ひない。所が B 函數について考へれば、選擇される path は當然 B 函數の最大の値を持つ path でなければならず、更に valence に關しては各 path 共通の目標 effecta の valence のみであるから、ここに B 函數を構成する一因子として、この連結の確からしさなる量を導入しなければならぬ事は今や明瞭である。

確からしさとは確率である。然し乍ら、之は論理的推論によつて得られる所謂數學的確率とはその本質的意味を異にし、その時の事態全體から云はば直觀的に人に與へられる心理的の量と見做さなければならぬ。そこでこの心理的確率を特に直觀確率(intuitive probability)と名附ける事にする。

ここで直觀といふ言葉は決して超論理を意味しない。ある事象の生起に關する直觀確率の値は、同種の事象の生起に關する先行經驗から一箇の法則によつて導出されるものでなければならぬ。この導出に當つて、或ひは直觀確率そのものの屬性に關して、數學的確率論の axiom を適用する事は聊か冒險に思はれるかもしれない。然し乍ら、數學的確率論そのものが、その現實事態に適用する場合の妥當性の根據を経験的確率との合致に置いてゐる事實、或ひは、數學的確率論そのものを、より抽象化された形に於てではあるが、心理的直觀確率から構成してゆかうとする純粹數學の分野に於ける幾つかの試みの存在は吾々の構想の妥當性を充分裏書するものと云へよう。

そこで吾々は先づ、人の直觀確率は少くとも次の性質を持つものであると假定する。

- 1) 直觀確率の値は零から1迄の任意の實數値を取り得る。但しここで1は、その生起が絕對確實と見做された事象の生起に關する直觀確率であり、零はその不生起が絕對確實と見做される事象の生起に關する直觀確率である。

2) その生起の直觀確率が夫々 p である N 個の事象がある時、夫等を實際觀測した場合得られる生起事象數の全觀測數に對する比(即ち相對頻度)が $N \rightarrow \infty$ に從つて p に收斂する直觀確率は1である。

3) その生起の直觀確率として夫々 $p_1, p_2, p_3, \dots$ を持つ排反事象 $X_1, X_2, X_3, \dots$ がある時、 X_i か又は X_j が起る直觀確率は $p_i + p_j$ である。

4) 事象 X の生起の直觀確率を $p(X)$ 、事象 X が生起した時に事象 Y の生起する直觀確率を $p_X(X)$ とするとき、事象 X と事象 Y が引續いて起る事に對する直觀確率を $p(XY)$ とすると

$$p(XY) = p(X) \cdot p_X(Y)$$

X が起らなかつた事を non- X と記號する事にしてここで特に $p_X(Y) = p_{\text{non-}X}(Y)$ が成立する時、事象 X と事象 Y は獨立であるといふ。

扱、吾々はここに B 函數を決定する因子として、valence と path の連結に關する直觀確率(以下單に連結確率と呼ぶ)を得る事になつた。問題はこの二因子の關係の仕方である。そこで今、連結確率1で a なる valence を持つた effecta (A) に連結する path (A) と、連結確率 p で a/p なる valence を持つた effecta (B) に連結する path (B) とが岐路をなしてゐると假定しよう。ここで若し人が path (A) を取れば人には確實に valence a が得られると思はれる。然し若し path (B) を取れば人は a より大きな valence a/p を得るか、或ひは何ものをも得ないかである。之だけでは path (A) が選ばれるべきか、path (B) が選ばれるべきかはまだ判然としない。然しこの様な場合は必ず path (A) を取るものと決めて N 回全く同様な岐路に人が遭遇するものとする、その時人は極めて確實に Na なる valence が得られるものと考へるであらう。然し又 N が充分大であれば、path (B) を取るものと決めても、この時人の得る valence の總量は $Np \cdot a/p = Na$ である事が、假定 2) から、最も確からしい。從つて同一の狀況が極めて多數回繰返されるならば、path (A) を取る事と path (B) を取る事とは全く同等であり、且又、その狀況はすべて同等であるのだから、各回毎に、path (A) を取る事と path (B) を取る事とは全く同等でなければならぬ。即ち path (A) の B 函數と path (B) の函數は等しい値を持つ。

結局かういふ事である。B 函數は、その path 上の effecta の valence と、その effecta への連結確率の積

- 1) 所謂大數の法則に相當するものである。但し實はこの假定は強すぎるので、嚴密には吾々は只次の假定を欲する。即ち、上と同様な狀況下で、充分大きい n_0 を取ると、 n_0 より大なるすべての N に對して相對頻度が p なる値を持つ直觀相對確率が、 p に等しくない他のいかなる値に對する直觀相對確率よりも大となる様な n_0 が存在する。但し叙述の煩を避ける爲に特に矛盾が生じない限り、差當つて上の假定で代用する事にする。

のみの函数、即ち、人がその path を取つた時得られる valence の數學的希望値のみの函数である。ここで B 函数がその含む各 valence の項に關して加算的である事を考慮すると、B 函数は次の形を持たなければならない。

$$B = \sum_{(path)} p \cdot Va \dots \dots \dots (1)$$

(但し、Va, p は夫々加算が行はれる path 上の各 effecta の valence の値^{*)}と、その effecta への連結確率を表す。) 勿論この式の右邊に正の任意常數を掛けておいても B 函数の意味は變らないが、無用の一般化であるから、吾々はその常數の値を 1 と取つておく。かくて B 函数とは valence 希望値そのものに他ならない。即ち吾々は次の法則を得る。

"人は選擇の事態に當つて常に valence 希望値の最大である path を選ぶ。"

ここに吾々は人の行動を決定する最も基本的な法則を得た譯である。今後この法則を**最大 valence の原理**と呼ぶ事にしよう。

4. D-PATH. E⁺ ポテンシャル。

今ある點に於て一箇の正の effecta に數條の path が岐路をなして連結してゐるとする。この時選擇される path は云ふ迄もなく、そのうち最大の連結確率を持つものでなければならない。この様な性質を持つ path をその effecta のその點に於ける distinguished-path, 或ひは單に d-path と名附ける。この點を状態空間中のすべての點に取つてみる事によつて吾々は一つの effecta に向つて集中して来る d-path の群を得る。この d-path 群は合流する事はあつても、分岐したり交叉したりする事はない。それは d-path の定義から當然である。

次に、人に幾つかの正 effecta が同時に連結してゐる場合を考へよう。勿論ここには、各 effecta 毎の d-path が存在する。そしてこの岐路に於て選擇される path は必ずそれらの d-path のうち一つである。何故ならば、いかなる effecta にも連結しない path は本來無意味であり、又何等かの effecta に連結してゐる path であるならば、その種の path のうちではその effecta の d-path が最上であるからである。従つて今後は最早 d-path 以外のいかなる path をも考へる必要のない事は明瞭である。人の選擇する path は、常にある d-path を辿つてある effecta にゆき、次に別の d-path を取つて別の effecta にゆき、更に第三の d-path を取るといふ

様に無限に續いてゆく。ここで、その様な path の一つを取りあげ、その上に存在する effecta を、人の進む順序に従つて 1, 2, 3, ……と番號をふつてゆかう。そしてそれらの effecta の valence を同様に Va₁, Va₂, Va₃…と記號し、effecta_i と effecta_{i+1} を結ぶ d-path の連結確率を p_{i, i+1}, 更に path の始點を便宜上 0 で表す事にすると、B 函数に關する式(1)は次の如く表現される。

$$B = p_{01} Va_1 + p_{01} p_{12} Va_2 + \dots \dots \dots + p_{01} p_{12} \dots p_{i-1, i} Va_i + \dots \dots \dots (2)$$

この右邊の級數は決して無條件には收斂しないであらう。然し、B 函数が意味を持つ爲には、この式はいかなる場合にも收斂しなければならないから、逆にこの式の收斂の條件を求める事によつて、吾々は状態空間中に於ける valence と連結確率の存在の仕方に対して、何等かの制限を持つ事になるであらう。次にこれを試みる。

先づ差當つて各 Va 全體に關して有界でなければならぬ事は明瞭である。ここで簡單の爲 p_{k-1, k} の如き記號の代りに p_k を使用する事にし、0 < p* < 1 なる任意の p* を取つて、すべての連結確率のうち p* より大なる値を持つものにダツシュをつけて表す事にする。例へば、

$$p_1, p_2, \dots, p_i, p'_{i+1}, p_{i+2}, \dots, p_j, p'_{j+1}, p'_{j+2}, p_{j+3}, \dots \dots \dots (2) \text{の右邊に於て、このダツシュのついた記號が現れる度に、それを次の如く整理する。}$$

$$B = p Va_1 + \dots + p_1 \dots p_i (Va_i + p'_{i+1} Va_{i+1}) + \dots \dots \dots + p_1 \dots p'_{i+1} \dots p_j (Va_j + p'_{j+1} Va_{j+1} + p'_{j+1} p'_{j+2} Va_{j+2}) + p_1 \dots p_j (p'_{j+1} p'_{j+2}) p_{j+3} Va_{j+3} + \dots \dots \dots (3)$$

ここで括弧()でくくられてゐるのは、すべて p* より大きい連結確率で直接結びつけられてゐる effecta に關する項である。p = 1 - ε と置いて、この effecta の集りを、ε に關する**集合 effecta**、括弧の中の値を、その集合 effecta の**集合 valence**と呼ぶ事にしよう。或ひは更に一般的にして、この集合の手續きが取られた後のすべての effecta 及び valence (たとへそれが只一個からなる集合であつても)をすべて集合 effecta 並びに集合 valence と呼んで、後者を Va(ε) で記號しよう。若しこの Va(ε) 全體が、ある任意の 1 より小な正數 ε に關して有界であるならば、この Va(ε) に關する級數は絶対收斂である事が容易に證明出来る。即ち |Va(ε)| の上限よりも大なる任意の數を M とすると、

$$\sum_{i=1}^{\infty} p_1 \dots p'_k \dots p_i |Va_i(\epsilon)| \leq \sum_{i=1}^{\infty} p_1 \dots 1 \dots \dots \dots p_i |Va_i(\epsilon)| < M \sum_{j=1}^{\infty} p^{*j} = M \frac{p^*}{1-p^*} = M \frac{1-\epsilon}{\epsilon}$$

故にこの時(2)の右邊の級數は收斂する。いづれにせよ ε が零に近づくにつれて Va(ε) は一般に減少する。又 ε が充分小であれば、Va(ε) はその集合 effecta の valence の單なる和と見做してよい。従つて吾々が此處に得た B 函数收斂の爲の最低限度の充分條件は、例へば次の様に

- 1) 直観確率と同様の直観希望値とでも呼ぶべき心理量である。
- 2) §. 6 に於てここに含まれる valence を單に path 上のものに限らず、path から自然變化によつて移される状態の valence に迄擴張する。

云へるであらう。即ち

充分に近に連結確率のみで相互に連結された effecta の valence の總和は、すべてある有限の値を超えない。

この結果は、將來の valence の研究に當つて一つの手懸りとなるであらう。

再び、幾つかの正 effecta が同時に人に連結してゐる場合に戻らう。この時人はいづれかの effecta に関する d-path を取る事は確かであるが、それがどの effecta であるかはまだ決定してゐなかつた。此處で、ある effecta の valence と、その effecta への d-path の連結確率の積なる量を考へ、それをその effecta の effecta ポテンシャル、或ひは單に **E-ポテンシャル**と名付けて E で記號する。勿論 E は d-path の始點の函數であるから、吾々はある effecta の周圍に、それを取り巻く E-ポテンシャルの場を考へる事が出来る。現在の問題に關しても、人は人に連結してゐる數箇の effecta の數箇の E-ポテンシャルの場の中にある。この時人はそのうち最大の E の値を持つ effecta を目標として選ぶと云つて良いかどうか。勿論その様な effecta に到る d-path は、少くとも現在問題になつてゐる人に直接連結した數箇の effecta のうちでは最大の valence 希望値を人に與へるであらう。然し、人の行動は人が一つの effecta に入つたからと云つてそこで終るものでは決してないのである。人はそこから更に第二第三の effecta に向つて進んでゆく。そして之等第二第三の valence に關する effecta 希望値が最初の各 effecta 毎に具つてゐるものとすれば、その大小は當然、その effecta の目標としての選ばれ易さに關係して來なければならぬ。B 函數の級數展開(2)はこの事情を精密に現してゐる。右邊の第一項、即ち E-ポテンシャルは B 函數の極めて粗な近似値を與へるに過ぎない。若しここで第二項迄取れば、吾々は一般に B のよりよい近似を得るであらう。即ち

$$B \approx p_{01}(Va_1 + p_{12}Va_2)$$

所が一見して明かな様に、このより良い近似は、第一の effecta の valence に、第一の effecta の場所に於ける第二の effecta の E-ポテンシャルを附け加へて得られてゐる。即ち、一つの effecta に第二の effecta が連結してゐる効果は、第一の effecta の valence に第二のものの E が附加されたと思掛け上全く同等である。この効果を、**valence 誘導**と呼ぼう。勿論更によい近似は、第三の effecta の第二に對する valence 誘導を考へる事によつて得られる。即ち、

$$B \approx p_{01}\{Va_1 + p_{12}(Va_2 + p_{23}Va_3)\}$$

同様な繰返しによつて、吾々は再び(2)を得る事になる。

考へ得るすべての valence 誘導を附加した上での、ある effecta の valence を Va^+ と書く事にすると、(2)は次の様にも表し得る。

$$B = p_{01}Va_1 + \dots \dots \dots (4)$$

或ひは之を又、誘導を考慮した上でのその effecta の valence Va^+ に對する E^+ -ポテンシャルと呼ぶ事も許されるであらう。即ち、

$$B = E^+ \dots \dots \dots (5)$$

但し、 E^+ と B とは、その意味づけの上に於て、 E^+ は effecta の函數であり、B は path の函數であるといふ點が異つてゐる。即ち吾々が選べるべき path を考へる時、それを決定するものは B であり、目標 effecta の選擇を決定するものは E^+ である。すべての effecta は自らの周圍に E と同様 E^+ の場を張る。そして人が幾つかの effecta の E^+ 場の中に同時にある時は、人はそのうち最大の E^+ の値を持つ effecta に向ふ。この時、その最大の E^+ を持つ effecta 以外の effecta が場から全く消滅し去つたとしたらどうだらうか。人は只一つ残つた effecta の d-path を進む。とすれば、それらの殘餘の effecta は場に存在してもしなくても、人の行動に何等の影響も持たないといふ事になる。即ち空間中のある場所に、 E^+ の幾つかの値がある時、そのうち最大のものを除いては、殘餘は常に全く問題にする必要がない。それならば面倒を省く爲に、夫等は存在しない、即ち、最大の E^+ によつて他の E^+ はすべて打消されて消滅したと考へて差支へない筈である。吾々は之を、 **E^+ ポテンシャル打消しの原理**(或ひは同じ事であるが、path を主にして考へれば、**B 函數打消しの原理**)と名付けよう。即ち狀態空間全體は、ある effecta の E^+ だけがその中に存在する幾つかの領域に分割されてしまつて、 E^+ は狀態空間全體での一價函數となる。又若し、狀態空間中に、等 E^+ ポテンシャル線(或ひは面)の如きものを考へると、すべての d-path は之に直交する事が容易に證明される。

先に吾々は考へ得る全誘導を附け加へてと述べたが、然し之は實は大變な問題である。只一本の path に關しても全誘導を計算する事は、(2)の右邊の無限級數の値を求める事に他ならず、更に若し path が途中で分岐してゐるとすると、勿論選擇される path は B 函數最大の path であるから、分岐してゐる各 path の分岐點から先の部分の函數を求めて、最大のもののみを誘導項に含めれば良いのであるが、その最大を求める爲には同様に分岐 path のすべてに關して、又無限級數を考へなければならぬ。

然し例へば、現在點に於て岐路をなしてゐるすべての path が、ある一定期間後に再びすべて又一本の path に合流してしまふ場合には、問題は比較的簡單である。path 選擇の決定は結局、岐路をなしてゐる各 path の B 函數の相對的な大小の問題にすぎないから、各 path 共通の、合流點以後の部分からの B 函數への寄與は全く考慮する必要がない。従つて、合流點から逆に path を辿り乍ら誘導を計算し、二個以上の path が同一點に集

つてゐる場所（即ち現在から未来へ向つて見れば歧路）に遭遇する度毎に B 函数打消しの原理を適用して、考慮すべき path の数を漸減しつつ現在に向つて溯つて来る事により、吾々は比較的少い手数を以て各 path の B 函数の大小を定める事が出来る。所で、この様な假定、即ち、一旦分歧した path が再び全部合流してしまふなどといふ事は、餘りにもありさうに思はれるかもしれないが、§.6 に於て path の概念を擴張する時、擴張された path の意味に於ては、この事態が最も一般的なものである事が明かとなる。

5. 連結確率密度。行爲變數。

path といふものは本来無限の長さを持つたものである。然し屢々吾々はその有限の部分を取扱ふ必要が出て来るので、特に區別する必要がある時、之を **local-path**、或ひは $\text{path} \xrightarrow{OG}$ で記號する。此處で O, G は夫々 local-path の始點、終點を表す。この記號法でゆけば一般の path は又 $\text{path} \xrightarrow{0, \infty}$ と表せるであらう。云ふ迄もなく、d-path は local-path の一種である。

ここで、任意の $\text{path} \xrightarrow{OG}$ を考へ、それを任意個の區間に分割するものとする。その境界點を 0 から順に $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ とし、各分割區間 $\overrightarrow{OX_1}, \overrightarrow{X_1X_2}, \overrightarrow{X_2X_3}, \dots, \overrightarrow{X_NG}$ の連結確率を夫々 $p_1, p_2, p_3, \dots, p_{n+1}$ とするとき §.3 の假定 4) から、 $\text{path} \xrightarrow{OG}$ 全體の連結確率 p は

$$p = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \dots \cdot p_{n+1}$$

兩邊の對數を取ると、

$$\log p = \sum_{i=1}^{n+1} \log p_i$$

この式の成立は分割の仕方及び分割區間の數に無關係である。従つて $\text{path} \xrightarrow{OG}$ を、それを構成する状態點の集合と見做す時、 $\log p_i$ はその部分集合に關する加法的集合函数である。従つてここで時間を測度として取る事によつて、ルベック積分論に於ける Radon-Nikodym の定理より、

$$\log p = - \int_{0, 0}^{G(t=\tau)} \lambda(t) dt - F \quad \dots \dots \dots (6)$$

ここで λ は $\text{path} \xrightarrow{OG}$ 上の點函数であり、F は測度零の集合に對してのみ零でない値を有する集合函数である。但し吾々は此處で F が一點のみよりなる集合（測度零）の函数の和の形を持つてゐなければならないと考へる特別

- 1) やがて死という自然変化が必ず起つてそこで人の path を有限に切るという事が想像されるかもしれない。然したとへいつかは必ず起るものであつてもそれがいつであるかという事は全く豫想出来ない。従つて path の極めて遠方の部分では連結確率は無限に零に近づくかもしれないが、path そのものがあつて切れるという事は考へられないのである。

の理由を持つてゐる爲に、ここで F を、

$$F = \sum_i C_i(t) \quad \dots \dots \dots (7)$$

と表しておく事にする。(6) は或ひは又、

$$\lambda(t) = - \frac{d}{dt} (\log p) \quad \dots \dots \dots (8)$$

ここに得られた λ なる量を、吾々はその path のその點に於ける**連結確率密度**と名付けよう。 λ が状態空間全體に關しての點函数でなく、path に關係するのは、その點を path が通過する通過の仕方、即ち状態空間中の path の方位に關係するものと見做される。そこで若し状態空間中に獨立且完全な任意個の座標軸からなる座標系（次元を假に N とする）が設定し得たものとする、その各々に關する座標を夫々 $t, q_1, q_2, \dots, q_N$ と表す事によつて、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (\log p) &= \frac{\partial}{\partial t} (\log p) + \frac{\partial}{\partial q_1} (\log p) \dot{q}_1 + \dots \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial q_N} (\log p) \dot{q}_N \quad \dots \dots \dots (9) \end{aligned}$$

（但し $\dot{q}_i$ は dq_i/dt を表す）

を得る。ここで

$$\begin{aligned} - \frac{\partial}{\partial t} (\log p) &= \mu, \quad - \frac{\partial}{\partial q_1} (\log p) = \nu_1, \dots, \\ - \frac{\partial}{\partial q_N} (\log p) &= \nu_N \quad \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

と書く事にすると、

$$- \frac{d}{dt} (\log p) = \mu + \nu_1 \dot{q}_1 + \nu_2 \dot{q}_2 + \dots + \nu_N \dot{q}_N$$

$$\begin{aligned} \therefore p_{OG} &= \exp \left(- \int_0^\tau \lambda dt - \sum_i C_i \right) \\ &= \exp \left\{ - \int_0^\tau \left(\mu + \sum_{i=1}^N \nu_i \dot{q}_i \right) dt - \sum_j C_j \right\} \quad \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

或ひは

$$p_{OG} = \exp \left\{ - \int_0^\tau \mu dt - \sum_{i=1}^N \int_{q_i(0)}^{q_i(\tau)} \nu_i dq_i - \sum_j C_j \right\} \quad (12)$$

ここで $\mu, \nu_1, \dots, \nu_N$ は最早全く場所のみの函数であるから、かくて吾々は任意の path の連結確率を只その path が通過する場所のみの函数で表現する式を得た事になる。今後、 μ 及び ν_i を夫々連結確率密度の時間成分及び空間成分と呼ぶ事にしよう。

特異函数 $F = \sum_i C_i$ の具體的な意味は次の通りである。即ち各 C_i は状態空間中の不連続點の點函数であつて、人がその状態に入つた瞬間に於ける連結に關する不連続的確率飛躍を表す。例へば、賭博に於て投げられた骰子の目を見る瞬間とか、入學試験の結果が發表される瞬間とかが、その例である。この種の不連続點を、吾々は状態空間に於ける**確率特異點**と名付けよう。但し差當つては問題の簡單化の爲、吾々の考へる空間はこの種の特異

- 1) 吾々の理論に於て意味のある path の部分集合はその内部に於て完全に連續でなければならない。

點を含まぬものと假定する。一般に、(12)の意味するものは、任意の path 連結確率は、各獨立次元毎の連結確率と、path 中に含まれる特異點に關する不連續轉移確率の積で表されるといふ事である。

此處に(12)に於て今一つ注目すべき事がある。即ち、確率は1より大であり得ない爲に、すべての $\int v_i dq_i$ は負であつてはならない。従つて v_i と dq_i は同符號でなければならず、 v_i が零でない限り、 q_i が増大するか或ひは減少するかに従つて v_i は正又は負の値を取る事になる。然し吾々は、すべての q_i が場所に一價である事を欲するので、結局、すべての v_i は只増大のみする量か、或ひは減少のみする量のいずれかでなければならぬ。そのいずれかは單に符號の問題に過ぎず、若し v_i を正に統一する事に規約すれば、吾々は、連結に關する獨立次元の變量として取らるべき量は、人の行動と共に常に累積する量でなければならぬといふ驚くべき結論に達する。時間 t は明かにこの條件を満たしてゐる。即ち、人の行動を表現する量は、すべてある意味に於て時間的な量でなければならぬ。例へば、物理空間中の人の進行距離の如きは、この條件を満たす量と考へられようであらう。即ち人が進行といふ行爲を行へば、それに伴つてこの量は進行方向の如何に拘らず、絶對的に増加する。この條件を満たす變数を、今後行爲變數と呼ぶ。それは對して、單に座標空間中の點の位置附けの爲に、より操作的に定義された座標變數をも併せて使用する。この兩者は混同されてはならない。恐らく將來に於てこの二者の關係は重大な問題となるであらう。

6. 遷移確率。存在確率霧。

既に述べた如く、すべての effecta は自らの周圍に E^+ の場を張る。 $E^+ > 0$ の effecta であれば、その E^+ の値は、一般に effecta の周邊で大きく、遠方にゆくに從つて減少し、無限遠に於て零となる。そして幾つかの effecta が存在する場合は、それらの E^+ の場は、 E^+ ポテンシャル打消しの原理によつて相互に打消す。吾々は今迄殆ど負の effecta を考慮の對象に置かなかつたがそれはこの理由によるのであつて、特に valence 誘導によつて正の E^+ を持つ場合を除き、負の effecta は自らの周圍に無限遠に行つて始めて零となる負の E^+ ポテンシャルの場を張るが、之は殆ど例外なしに正又は少くとも零の値を持つ他の effecta の E^+ によつて到る所打消されてしまふからである。

にも拘らず、負の effecta が屢々人の重大な關心的となるのは、時として人が、その負の effecta に入らうとして行動してゐたのでないにも拘らず、自然變化の爲無理矢理その状態へ入れられてしまふといふ事情によるのである。元來、連結確率が1でない値を持つといふ事

は、人が path を進行中、自然變化の爲 path を押し出されて path 外部の状態に移行せしめられるといふ事情に基づく事はすでに説明した通りであるが、吾々はこの様に、人が自然變化によつてある状態に移動する事を遷移と呼ぶ事にしよう。そしてある path (或ひは local-path) 上に於て人がある状態へ遷移する直觀確率を、その状態のその path (或ひは local-path) に於ける遷移確率と名附けよう。

ここでB函數はある path を人が取つた時の valence 希望値であつた事を再び思ひ出さう。若し人がある path を取つた時、その path を取り續けられる事が確實でなく、遷移によつて path 外の諸状態に移動する確率が有限であれば、それらの状態が又 valence を持つた effecta であり得る以上(この種の path 外の effecta を假に side-effecta と呼ぶ事にしよう) その path を取つた時の valence 希望値のうちには、當然之等の side-effecta の寄與が算入せられなければならない。即ち(1)の右邊を構成する諸項のうちには、side-effecta の valence と、それへの遷移確率の積が含まれるものと見做さなければならない。かくて、side-effecta への遷移確率を π で記號する事にすると、(4)は次の如く書き替へられる。

$$B = E^+ = pV_{a_0} + \sum_{i=1}^n \pi_i V_{a_i} + \dots \dots \dots (13)$$

(但し、 V_{a_0} , V_{a_i} は夫々誘導を考慮に入れての、目標 effecta 及び各 side-effecta の valence, n は side-effecta の總數。但し今後は誘導の計算にも、遷移による項を新たに加算しなければならない。)

勿論、目標へ到達出来るといふ事は、いかなる side-effecta にも遷移しないといふ事に他ならないから、

$$p + \sum_{i=1}^n \pi_i = 1 \dots \dots \dots (14)$$

V_{a_i} は屢々負であり得るから、負の effecta は遷移を通じて人の行動に影響を及ぼす事が出来るわけである。

以上の關係を確率密度を用ひて今少し精しく分析しよう。先づ連結確率密度を λ として、

$$p = \exp\left(-\int_{0,t}^{G(t=\tau)} \lambda dt\right)$$

更にその path を進行中の人が、時刻 t と $t+dt$ の間に side-effecta_i に遷移する確率を $\sigma_i(t)dt$ とすると、

$$\pi_i = \int_0^t \exp\left(-\int_0^t \lambda(t)dt\right) \cdot \sigma_i(t)dt \dots \dots \dots (15)$$

ここで σ_i に $\exp\left(-\int_0^t \lambda dt\right)$ なる係数が掛つて來るのは人が時刻 t と $t+dt$ の間に side-effecta_i に遷移する爲には、少くとも時刻 t 迄は path から他に遷移しなかつた事も必要とするからである。

(14)と同様の理由によつて、

$$\exp\{-\lambda(t)dt\} + \sum_i \sigma_i(t)dt = 1$$

- 1) 例へば平面上の點を指示するに、通常の直角座標系に對する座標 (x, y) を用ひる如き。

所で

$$1 - \exp\{-\lambda(t)dt\} = \lambda(t)dt$$

であるから、

$$\{\lambda(t) - \Sigma_i \sigma_i(t)\} dt = 0$$

$$\therefore \lambda(t) = \Sigma_i \sigma_i(t) \dots\dots\dots (16)$$

σ_i を遷移確率密度と名附ければ、この結果は、連結確率密度は遷移確率密度の総和に等しい事を示すものである。結局 E^+ ポテンシャル (又はB函数) のより精密な式は、

$$E = \exp\left(-\int_0^{\tau} \Sigma_i \sigma_i dt\right) V_{a0} + \int_0^{\tau} \exp\left(-\int_0^t \Sigma_i \sigma_i dt\right) \Sigma_j \sigma_j V_{a0} dt \dots\dots\dots (17)$$

特に σ_i がすべて常数の場合は簡単に

$$E^+ = \exp(-\Sigma_i \sigma_i \tau) V_{a0} + \frac{\Sigma_j \sigma_j V_{a0}}{\Sigma_i \sigma_i} \{1 - \exp(-\Sigma_i \sigma_i \tau)\} \dots\dots\dots (18)$$

を得る。

(17)により、 E^+ ポテンシャルは連結確率による第一項と、遷移確率による第二項に分れる事が解る。このうち第一項は常に目標となる只一つの effecta に関係するに反し、第二項は、d-path¹⁾ 上に遷移確率の場を持つすべての effecta を無制限に含む。といふ事は、連結確率は打消しを持つが、遷移確率は相互に干渉こそすれ、打消しは持たぬ事を意味するに他ならない。かくてすべての effecta はその人に對する影響を、連結確率の場と遷移確率の場の双方を通じて持つ事になる。ここで或ひは、ある effecta に人が到達しようとする時、直接に path が連結してゐるにも拘らず、その path を行動によつて進行しようとせず、遷移によつて目標 effecta に自然に移行するのを待つといふ様な事が起り得るかどうかが問題となる。確かに現在吾々の住む自然世界に於てはこの様な事は極めて起り難い。即ち行動による連結確率が存在する限り、その値は遷移確率に比して遙かに大きいといふのが通常である。棚から牡丹餅の譬へはこの際適例であらう。手をのばせば取れる牡丹餅を、棚の下に口を開けてその落ちて来るのを待つ事といふ事は、行動する事それ自体に大きな負 valence が含まれてゐる場合以外には殆ど考へられぬ事である。かくて、正の effecta に関する限り、(特に又 valence の大なるものであればある程 E^+ の打消しが行はれ難い爲に) その effecta の影響を人に傳達する程度に於て、遷移確率は連結確率に比して充分無視され得る。この事は又遷移確率の距離に對する減衰度が連結確率に於けるよりも遙かに激しいと解されるであらう。之に反し、負の effecta にあつては、 E^+ は殆ど確實に打ち消されるから、その人への影響は、それへ直接通じてゐない path 上に於けるそれへの遷移確率

1) 勿論 d-path の定義も effecta に到るすべての path のうち(17)を最大にするものと修正されなければならない。

といふ形で現れて来る。主として連結確率によつて傳達される正の effecta の影響が、専ら遷移確率によつて傳達される負の effecta の影響に較べて遙かに遠方に届くといふのも當然の事といへよう。然しこの様な事實は論理的推論によつて嚴密に得られたものでなく、單に吾々の世界が一般にさういふ構造を持つてゐるといふに過ぎないのであつて、例外を發見するのは困難ではない。

遷移確率を考慮に入れると、嚴密に一次元的な path を時間的に餘り遠方迄考へる事が無意味であるのは明瞭である。path も遠方になればなる程連結確率は零に近づき、path 上の effecta からのB函数への寄與は小となるが、本来B函数とは人のあり得るすべての状態に關する valence 希望値であつて、人が path 上にある確率が小となればなる程、人が path 外にある確率は大となる譯であるから、path 外の effecta からのB函数への寄與を吾々は無視する譯にゆかない。そこで状態空間中の各點に於ける人の存在確率の大小を、それらの點の濃淡で假に圖上に表したとすると、吾々は未來に向つて延びてゐる先程淡い一本の線と、その線を取り圍んで、先へ行く程廣く擴散してゐる霧狀の幻暈とを得る事になる。path といふものは嚴密にはこの様な霧狀幻暈(存在確率霧と呼ぶ事にしよう)を伴つたものとして考へられねばならず、その path のB函数も亦、この存在確率霧全體に關する valence 希望値でなければならない。そこで問題は、この霧の發生移動に關して占める自然變化の役割を考へると、自然變化を規定する自然法則、而も特に統計法則によつて、この霧の存在の仕方が記述されるのではないかといふ見透しを吾々は持つ事が出来る。差當つて嚴密を要求しない事にすれば、吾々はその状況を略々次の様に考へる事が出来る。自然世界(勿論所謂社會を含めて)には安定な状態と不安定な状態があり、自然變化は一般に不安定状態から安定状態に向つて起る。この様な場合通常行はれる様にここで一種のポテンシャル(存在ポテンシャルと假稱する)を考へて、そのポテンシャルの勾配ベクトル²⁾の大きさと方向が自然變化の強さと方向に對應するものと見做すと、霧の密度はポテンシャルの谷底に濃く、又高いポテンシャル障壁に取り圍まれた盆地からは容易に外へ洩れ難い。状態空間全體をこの様な盆地狀の小領域に分割してしまふ事が出来るであらう。そして霧が之等の領域に流れ込むと、それはこの領域の内部だけで次第に擴散して、一定時間後には殆ど變化が見られなくなり、而もその領域に於ける存在確率の分布は殆どその領域固有のポテンシャル構造によつて決定されてしまふ。従つて又その後には於ける霧のB函数への寄與は領域自身固有の値を持つ事になる。§.4 に於て特に path 合流の場合を考へたのは、今の場合、一つ

2) ポテンシャルを ϕ とすると $-\text{grad } \phi$

以上の path が同一の領域に擴散してやがて相互の見分けがつかなくなる事に相當してゐるのである。然し更に長い時間後には、やがて霧は次第にこの高い障壁を越して他の領域に滲み出るであらう。同様に擴散を續けて、そのうちに今度はより高い障壁のみによつて圍まれた更に大きい領域全體に擴散する事になる。若し二つの path が最初の領域で合體しなければ、この大領域で合體するであらう。そこで駄目ならば又更に大きい領域を考へてゆく事が出来る。その様にして吾々は B 函數の大凡の値を、ポテンシャル構造から定まる各領域固有の値の和として求める事が出来る。そこで結局、狀態空間中の、特に社會に於ける存在ポテンシャル構造の研究が重大な問題になるが、ここでは單に、社會が秩序的であればある程、又封建的であればある程、ポテンシャルの起伏は激しく、社會全體が小領域に分割され、人の狀態變化の自由度に乏しくなる事のみを指摘するに止めよう。

7. 行動方程式。

次に狀態空間の一領域に連結確率密度の連續分布が與へられてゐる時、そこに於ける d-path の方程式を求め問題を考へて見よう。差當つて簡單の爲遷移による影響が無視され得る場合のみを取扱ふ。即ち例へば side-effecta の valence がすべて零であるか、或ひは、 $\lambda = \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots = 0$ 等の條件が成立してゐるものとする。この時、d-path の方程式は、固定した二點 (O, G) 間に於て連結確率 $\exp(-\int_0^G \lambda dt)$ が max. になる path と

いふ、d-path の定義から與へられる。所が $\exp(-\int_0^G \lambda dt) = \max.$ といふ條件は、 $\int_0^G \lambda dt = \min.$ といふ條件と同等である。従つて d-path の方程式は典型的な變分方程式

$$\delta \int_0^G \lambda dt = 0 \dots \dots \dots (19)$$

で與へられる。此處で注目すべき事は、この式が光學に於ける光線の path を與へるフェルマーの原理として知られる著名な式

$$\delta \int_A^B \frac{ds}{w} = 0$$

或ひは、古典力學に於て質點の trajectory を與へる最小作用の原理として知られる式

$$\delta \int_A^B p ds = 0$$

(但し、 s は path の長さ、 w, p は夫々位置の連續函數としての光波の位相速度及び質點の運動量) とその本質に於て全く等しい事である。その根本的意味の解明は別としても、この事實は光學及び古典力學に於

て既に得られてゐる諸原理の人の行動理論への適用の道を拓くものと云へよう。

最小作用の原理から時間に關する微分方程式を求めるとニュートンの運動方程式の得られるのは人も知る通りである。同様に吾々も (19) を微分方程式に書き替へる事によつて、人の行動方程式とでも名附くべきものを得る事が期待される。簡單の爲、狀態空間が二箇の獨立座標變數 x, y で記述し得る二次元空間と時間とから成り立つてゐると假定する。勿論之を三次元以上に擴張する事は容易である。(19)は

$$\delta \int_0^G \lambda(x, y, t) dt = \delta \int_0^G \frac{\lambda(x, y, t)}{v(x, y, t)} ds = 0$$

(但し $v = ds/dt$)

ここで $u(0) = 0, u(G) = 1, 0$ から G 迄 path に沿つて單調増大の任意の媒介變數 u を考へて、 $x = f_1(u), y = f_2(u)$ とおくと、

$$ds = \sqrt{\left(\frac{dx}{du}\right)^2 + \left(\frac{dy}{du}\right)^2} du \equiv \{(x')^2 + (y')^2\}^{\frac{1}{2}} du$$

$$\therefore \delta \int_0^G \frac{\lambda}{v} \{(x')^2 + (y')^2\}^{\frac{1}{2}} du = 0$$

この式は基準型の變分方程式であるから、吾々は直ちに之に對するオイラーの微分方程式を求める事が出来る。先づ x 成分だけを考へて、

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\lambda}{v} [(x')^2 + (y')^2]^{\frac{1}{2}} \right\} - \frac{d}{du} \left\{ -\frac{\partial}{\partial x'} - \frac{\lambda}{v} [(x')^2 + (y')^2]^{\frac{1}{2}} \right\} = 0$$

ここで

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\lambda}{v} [(x')^2 + (y')^2]^{\frac{1}{2}} \right\} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\lambda}{v} \right) \cdot [(x')^2 + (y')^2]^{\frac{1}{2}}$$

又、

$$\begin{aligned} \frac{d}{du} \left\{ -\frac{\partial}{\partial x'} - \frac{\lambda}{v} [(x')^2 + (y')^2]^{\frac{1}{2}} \right\} &= \frac{d}{du} \left\{ \frac{\lambda}{v} \frac{\partial}{\partial x'} [(x')^2 + (y')^2]^{\frac{1}{2}} \right\} \\ &= \frac{d}{du} \left\{ \frac{\lambda}{v} \cdot \frac{dx}{du} [(x')^2 + (y')^2]^{-\frac{1}{2}} \right\} \\ &= \left(\frac{ds}{du} \right) \frac{d}{ds} \left\{ \frac{\lambda}{v} \frac{dx}{ds} \frac{ds}{du} [(x')^2 + (y')^2]^{-\frac{1}{2}} \right\} \\ &= [(x')^2 + (y')^2]^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{d}{ds} \left(\frac{\lambda}{v} \frac{dx}{ds} \right) \end{aligned}$$

結局

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\lambda}{v} [(x')^2 + (y')^2]^{\frac{1}{2}} \right\} &- \frac{d}{du} \left\{ -\frac{\partial}{\partial x'} - \frac{\lambda}{v} [(x')^2 + (y')^2]^{\frac{1}{2}} \right\} \\ &= [(x')^2 + (y')^2]^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\lambda}{v} \right) \right. \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{d}{ds}\left(\frac{\lambda}{v}\cdot\frac{dx}{ds}\right) &= 0 \\ \therefore \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda}{v}\right) - \frac{d}{ds}\left(\frac{\lambda}{v}\cdot\frac{dx}{ds}\right) &= 0 \\ \text{同様に } \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\lambda}{v}\right) - \frac{d}{ds}\left(\frac{\lambda}{v}\cdot\frac{dy}{ds}\right) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(20)$$

ここで $dx/ds = \cos\theta$, $dy/ds = \sin\theta$ と表す事にすると,

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\lambda}{v}\right)_x &= \frac{d}{ds}\left(\frac{\lambda}{v}\right)\cos\theta - \left(\frac{\lambda}{v}\right)\sin\theta\cdot\dot{\theta} \\ \left(\frac{\lambda}{v}\right)_y &= \frac{d}{ds}\left(\frac{\lambda}{v}\right)\sin\theta + \left(\frac{\lambda}{v}\right)\cos\theta\cdot\dot{\theta} \end{aligned} \right\} \dots\dots(21)$$

(但し $\theta = d\theta/ds$)

兩式から θ を消去すると

$$\left(\frac{\lambda}{v}\right)_x \cos\theta + \left(\frac{\lambda}{v}\right)_y \sin\theta = \frac{d}{ds}\left(\frac{\lambda}{v}\right)$$

所が

$$\frac{d}{ds}\left(\frac{\lambda}{v}\right) = \frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{\lambda}{v}\right) + \left(\frac{\lambda}{v}\right)_x \cos\theta + \left(\frac{\lambda}{v}\right)_y \sin\theta$$

であるから,

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{\lambda}{v}\right) = v \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\lambda}{v}\right) = 0$$

この式は λ/v が t を陽に含まぬ函数でない限り, 上の變分方程式は解を持たぬ事を意味する。従つて勿論, $v = \text{const}$ であれば λ は t を陽に含んではならない。この條件が満たされてゐる限り, 上の二つの微分方程式は同等であつて, 今度は $d/ds(\lambda/v)$ を消去すると,

$$\left(\frac{\lambda}{v}\right)\dot{\theta} = -\left(\frac{\lambda}{v}\right)_x \sin\theta + \left(\frac{\lambda}{v}\right)_y \cos\theta$$

即ち

$$\left(\frac{\lambda}{v}\right)\dot{\theta} = \text{grad}\left(\frac{\lambda}{v}\right)\sin(\varphi - \theta) \dots\dots(22)$$

(但し, φ は $\text{grad}(\lambda/v)$ の X-軸となす角)

或ひは更に簡単に path の進行方向に向つて左方の path の法線方向を φ と表すと,

$$\frac{\partial}{\partial \lambda}\left(\frac{\lambda}{v}\right) = \frac{\lambda}{v}\dot{\theta} \dots\dots(23)$$

之が求める d-path の方程式である。この式は d-path が一般に λ/v の大きい方へ向つて屈曲する事を示す。之は當然の結果であつて, 例へば $v = \text{const}$ で λ が大から小へ一方的に漸減してゐる様な領域を考へると, 始點と終點が定まり, 且常に λ の大なる方向に向つて曲つてゐる path は λ が成るべく小な場所を通らざるを得ないのである。又, $\lambda/v = \text{const}$ の領域では $\dot{\theta} = 0$ 。即ち d-path は直線である。

もう一つ重要な場合について考へて置く必要がある。即ち λ/v が最早考へる領域全體で連續でなく, その中で夫々 $\lambda/v = \text{const}$ となる様な幾つかの小領域¹⁾に領域全體が分割される場合である。各部分領域の内部では d-path は直線であるから, 問題は各部分領域の境界面で d-path がいかなる法則に従つて屈折するかにある。こ

の條件の下に(19)を解いて見ると, 既に(19)と, 光學に於けるフェルマーの原理の類似から當然豫測される様に光學に於ける屈折の法則と全く同等の法則を吾々は得る。即ち, 領域 I から領域 II に入る path が境界面の法線となす角を夫々 φ_1, φ_2 とすると

$$\frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2} = \frac{\left(\frac{\lambda}{v}\right)_2}{\left(\frac{\lambda}{v}\right)_1} \dots\dots(24)$$

かくて吾々は次の様に云ふ事が出来る。即ち "遷移による side-effecta の影響を無視し得る時, 状態空間中の人の d-path は確率密度 λ/v を光學的密度に代置した時の同一始終點を通る光線の徑路に全く等しい"。

(23), (24)は, 逆に人の通過した空間中の軌跡から, その空間に於ける λ の値を定めるのに役立つであらう。

以上七節に亘つて略説したのは行動基礎論全體としてはほんの發端と見做さなければならぬ。この小論では主として直観確率に関する問題を考察して來たが, 實際問題に直接接觸するに到る迄には, 尙尙大な豫備的研究が必要であらう。特に重要なもののみを擧げて, valence に関する諸問題, 直観確率に関するより嚴密な考察, 特にその兩者の先行經驗との關係, 状態空間の構造の問題, 行動する主體としての人に関する研究——特にここでは, 吾々は單に數學的である事は出來ず, 寧ろ力學的構想をより多く必要とするであらう。そしてここに於て吾々は行動一般を支配する原理として, 既に得た最大 valence の原理と並んで, 何等かの形でエネルギーの項を含む力學的原理を得る事が期待される。

ABSTRACT

The object of this paper is to construct a sufficiently comprehensive framework of reference with which we can formulate theories of human behavior. The elementary behavioristics is directed on its first step to find a universal mode of description with which we establish general laws of human behavior. From this point of view, we will begin our work with logico-operational analysis about terminology such as behavior, valence, path, etc. used by Lewin, and will try to replace them by mathematically well-defined terms.

Although any kind of behavior always comprises some change of human state, it never means that every change of human state is attributed to behavior. In the region of physics human being is also a kind of matter which changes its state in accordance with physical laws. Similarly in the region of physiology the state of human being as a kind of physiological system changes under the laws of physiology. Such a change shall never be called a behavior. On account of these conditions, we will classify all changes

1) Lewin の所謂 "cell"

of human state into two groups, one behavioral and the other natural which is under the control of so-called natural laws.

Now we may take such a mathematical space that every point contained in it has one-to-one correspondence to every mutually distinguishable human state, and that any continuous change of human state should be represented by continuous curved line in the space. We call this the 'state space' of human being. There may be infinite number of lines in the space, most of which can never be traced by behaving. The rest traceable by behaving is called the "path" in the state space. Now, let us suppose that an individual traces a path and reaches a split-point. Since he can not stop even for a moment in the state space—for we regard the time as one of the coordinates of the space—he is bound to select instantly one of the alternatives and to continue tracing this path. Then, what may be the standard for this selection? In view of the conditions that the selection should be carried out at the location of a split-point, we are compelled to recognize the existence of a uni-dimensional quantity whose value is the standard measure of selection. And the path having the maximum value of this quantity should be always selected among others. We call this quantity "Behavior-function" or briefly "B-function" of path. Next question is to determine the form of this function in terms of components of path.

In the space we may have the so-called desirable state. Putting it in our terminology, there exists such a state that any path passing it has a tendency to be easily selected at the split-point among others. As to undesirable state, it goes by contrary. This fact means that each point in the space has its particular contribution to the B-function of the paths passing it. We name this contribution the "valence" of state, and the state which has a valence, "effecta." B-function must be additive about valences.

It is necessary, however, to account for one more function as a constituent of B-function. Suppose that there is one effecta and several paths connecting an individual with it. In this case, what path is the best one? Let us call to our minds that natural changes are also members of human state change as well as behavioral ones. While an individual is going on a path by a sequence of behavioral changes, some natural changes might occur which separate his state from the effecta so that he can no longer find a new path connected with the effecta. We might not be

certain whether such occasion does or does not take place on each path, but there may be a difference for each path about the quantity named by the "degree of certainty" for occurrence. And it is clear in such a case that one selects the path which has the maximum probability for the connection between the effecta and him. Such a path, we distinguish from others as the "distinguished path" or "d-path" with regard to effecta. From the theory of probability we can easily verify that they should have the same value about B-function if the values $\sum_i p_i V_{a_i}$ just coincide for two paths, (where V_{a_i} and p_i denote respectively valences contained in the path and connective probability corresponding to it).

Namely, the B-function must be the same kind of quantity as mathematical (and intuitive) expectation of valence for the path. As already mentioned, human behavior is determined only by the value of B-function. Then we may say, "Human being always behaves to get maximum valence" This is the first and most important principle described by the theory of our framework.

In the above discussion we have introduced some of our principal ideas which were developed fully in the text, chiefly in §1, §2, and §3. On the other parts of the text we went still further. In §4, we mainly discussed the field of B-function surrounding a effecta, and induction of valence which sometimes makes negative effecta act just as positive one. In §5, we introduced the continuous distribution of probability-density by the aid of Lebegue's integral theory. In §6, we confined our attention to natural changes. And in the last paragraph, we solved the equation of d-path. After some computation we got the "behavioral equation"

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\lambda}{v} \right) - \frac{d}{dt} \left(\frac{\lambda}{v} \frac{\dot{x}}{v} \right) = 0$$

for the X-component of the space, (where λ and v denote respectively the probability-density and the velocity of the state change.) It is very surprising that this equation is the same as we have in the geometrical optics of the path of rays. (1950年9月15日受稿)