 ノート

分散分析法での画像評価の試み

岡山大学医学部附属病院中放部

門 久 繁 文・松 島 紀志夫・永 谷 伊佐雄

稲 村 圭 司・田 原 誠 司・森 岡 泰 樹

中 桐 義 忠・服 部 綾 雄・三 上 泰 隆

(論文受理 1984年11月16日)

(最終論文受理 1985年10月25日)

(Code No. 313)

Key words: Analysis of variance, Modulation transfer function, Root mean square granularity

 TRIALS OF IMAGE EVALUATION BY
 THE "ANALYSIS OF VARIANCE" METHOD

 SHIGEFUMI KADOHISA, KISHIO MATSUSHIMA, ISAO NAGAYA,
 KEIJI INAMURA, SEIJI TAHARA, YASUKI MORIOKA,
 YOSHITADA NAKAGIRI, AYAO HATTORI and YASUTAKA MIKAMI

Department of Radiology, Okayama University Hospital

(Article received ; Nov., 16, 1984)

Summary

The evaluation of experimental results should be based on the experimental design along with due consideration given to experimental errors.

We found the value of the errors and introduced into image evaluation the analysis of variance method, which is one of statistical methods effective for error evaluation.

Our present experiment has been made on :

- (1) The effect of the medium speed intensifying screen and spatial frequency regarding the M.T.F.; and
- (2) The effect of the developing temperature and density on the R.M.S. granularity.

We discussed the results with the use of the statistical method in contrast with not using it.

1. 緒 言

値への影響度合がわずかな場合, その優劣判定は主観的判定となる。

通常行われている実験方法において, 水準間での特性

主観的判定を客観的判定とするには, 主効果の差と実

Table 1 Two way classification model

	A ₁	A ₂	...	A _i	...	A _k	Σ	Mean
B ₁	X ₁₁	X ₂₁	...	X _{i1}	...	X _{k1}	X _{·1}	$\bar{X}_{·1}$
B ₂	X ₁₂	X ₂₂	...	X _{i2}	...	X _{k2}	X _{·2}	$\bar{X}_{·2}$
⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮	
B _j	X _{1j}	X _{2j}	...	X _{ij}	...	X _{kj}	X _{·j}	$\bar{X}_{·j}$
⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮	
B _l	X _{1l}	X _{2l}	...	X _{il}	...	X _{kl}	X _{·l}	$\bar{X}_{·l}$
Σ	X _{1·}	X _{2·}	...	X _{i·}	...	X _{k·}	T\T	
Mean	$\bar{X}_{1·}$	$\bar{X}_{2·}$	...	$\bar{X}_{i·}$	...	$\bar{X}_{k·}$		$\bar{\bar{X}}$

験誤差とを比較し検定する必要がある。そこで、われわれは実験計画法・分散分析法を画像系に導入し、その有用性について検討した。

2. 実験計画法・分散分析法

2.1 実験計画法

問題となる因子を複数個選び、すべての組合せについて実験を行う、いわゆる要因実験とする。これは結論の適用範囲が広く、結論に普遍性をもてる。次に、実験順序を無作為にすることによって、各実験データに付随する実験誤差は確率的変動をするものとなり、実験データ解析面で統計的手法が適用可能となる。

2.2 分散分析法

分散分析法は、データ解析面の統計的手法で検定と推定から成る。検定は水準を変えることに起因するデータのバラツキ（級間平方和）を実験誤差（級内平方和）の尺度で優劣判断することである。

推定はデータから得られた情報を基に、母集団についての知識を推測することである。

以下に“繰り返しのない二元配置法”のデータ解析の方法、手順を記す。

2.2.1 実験データ表

Table 1 は“繰り返しのない二元配置法”のデータ表で、二因子を A, B とし、A₁ A₂...A_i...A_k, B₁ B₂...B_j...B_l は各水準を示す。

実験測定データ X_{ij} を記入し、総和、各列和、各行和、および平均を計算する。

2.2.2 修正項 (CF)

$$\frac{(\text{全データの総計})^2}{\text{全データ数}} = \frac{(\sum_i \sum_j X_{ij})^2}{k \times l}$$
 の値を求める。

2.2.3 平方和

平方和を次式により求める。

$$\text{総平方和 } S_T = \sum_i \sum_j (\text{個々のデータ})^2 - CF$$

$$= \sum_i \sum_j X_{ij}^2 - CF$$

$$\text{A間平方和 } S_A = \sum_i \frac{(\text{各A水準のデータの計})^2}{\text{各A水準のデータ数}} - CF$$

$$= \sum_i \frac{X_{i·}^2}{l} - CF$$

$$\text{B間平方和 } S_B = \sum_j \frac{(\text{各B水準のデータの計})^2}{\text{各B水準のデータ数}} - CF$$

$$= \sum_j \frac{X_{·j}^2}{k} - CF$$

$$\text{誤差平方和 (級内平方和) } S_E = S_T - (S_A + S_B)$$

2.2.4 自由度

自由度を次式により求める。

$$\text{総平方和の自由度 } \phi_T = k \times l - 1$$

$$\text{A間平方和の自由度 } \phi_A = k - 1$$

$$\text{B間平方和の自由度 } \phi_B = l - 1$$

$$\text{誤差平方和の自由度 } \phi_E = \phi_T - (\phi_A + \phi_B)$$

2.2.5 分散分析表

Table 2 は分散分析表を示し、因子、平方和、自由度、不偏分散、Fobs, および F 分布表値 (F_{0.05}, F_{0.01}) を記入する。

Table 2 Analysis of variance table

Factor	ss	φ	ms	F _{obs}	F _{0.05}	F _{0.01}
A	S _A	φ _A	V _A = S _A /φ _A	V _A /V _E		
B	S _B	φ _B	V _B = S _B /φ _B	V _B /V _E		
E	S _E	φ _E	V _E = S _E /φ _E			

2.2.6 検定

各因子の Fobs を、それぞれ該当する F_{0.05}, F_{0.01} と比

較し

- a. $F_{obs} < F_{0.05}$ ならば有意差なし
- b. $F_{0.05} \leq F_{obs} < F_{0.01}$ ならば有意水準5%で有意差あり(*)
- c. $F_{0.01} \leq F_{obs}$ ならば有意水準1%で有意差あり(**)

と検定する。

2.2.7 水準間の有意差検定

水準間の検定は2.2.6で“有意差あり”と検定された因子について、具体的にどの水準間に有意差があるかを統計量 $d_{0.05}$, $d_{0.01}$ との比較により判断する。

まず, $d_{0.05}$, $d_{0.01}$ を次式により求める。

$$d_{0.05} = \sqrt{F(1, \phi_E: 0.05) \times 2nV_E}$$

$$d_{0.01} = \sqrt{F(1, \phi_E: 0.01) \times 2nV_E}$$

ただし, n は各水準のデータ数で, A 水準では $n=l$, B 水準では $n=k$ となる。

次に, 各 A_i について作った列和 X_i (各 B_j では行和 X_j) を大きさの順に並べ, 任意の2水準での差の絶対値 Δ を求め

- a. $\Delta < d_{0.05}$ ならば有意差なし
- b. $d_{0.05} \leq \Delta < d_{0.01}$ ならば有意水準5%で有意差あり(*)
- c. $d_{0.01} \leq \Delta$ ならば有意水準1%で有意差あり(**)

と各水準間での有意差検定を行う。

2.2.8 信頼区間推定

得られた実験データから, 母平均 μ を信頼率95%で区間推定する。これには t 分布を利用し, $\hat{\mu}(A_i) = \bar{X}_i \pm t(\phi_E, 0.05) \sqrt{V_E/l}$, $\hat{\mu}(B_j) = \bar{X}_j \pm t(\phi_E, 0.05) \sqrt{V_E/k}$ で各々計算し, その結果をグラフに矢印の範囲として表示する。

3. 実験および考察

MTF と RMS 粒状度について, 近似していると考えられる因子をとり上げ実験計画法に従って実験を行った。そして, その結果を統計的解析を行わない場合と統計的

手法である分散分析を行った場合とを比較する。

3.1 実験1. 中感度増感紙, 空間周波数の MTF への影響

3.1.1 使用装置および器具

X線発生装置 : 東芝 KXO-15
X線管管球 : DRX2924HD
濃度測定器 : SAKURA PDS-15
現像 : タンク現像
矩形波チャート : MICRO M-5W
増感紙 : LT-II, NS, EM, DMS
フィルム : Fuji RX

3.1.2 実験順序, 測定結果

実験計画法に従って各増感紙と各空間周波数との組合わせでの実験順序はランダムに行った。Fig. 1, Table 3 に各増感紙の測定結果を示す。

3.1.3 統計的解析を行わない実験考察

Fig. 1, Table 3 の測定結果で各増感紙の MTF の優劣を判断する必要がある。この場合は, 前もって実験データに諸々の実験誤差を含んでいることを念頭におく必要があり, その上でこのデータに基づく判定を行った場合, 特に近似した特性をもつもの例えば EM と NS の比較

Fig. 1 MTF of medium-speed screen.

Table 3 MTF of various medium speed screen-spatial frequency combinations

	0.5	0.63	0.8	1.0	1.25	1.60	2.0	2.5	3.2	4.0	5.0
LT-II	0.925	0.908	0.843	0.831	0.707	0.587	0.505	0.380	0.312	0.167	0.115
NS	0.983	0.958	0.872	0.688	0.667	0.533	0.434	0.310	0.269	0.148	0.121
EM	0.945	0.911	0.835	0.712	0.677	0.448	0.446	0.309	0.220	0.152	0.076
DMS	0.918	0.843	0.759	0.649	0.471	0.418	0.308	0.224	0.194	0.143	0.084

Table 4 Results of MTF by variance analysis

(A) Analysis of variance table

(B) Statistic $d_{0.05}$, $d_{0.01}$

(C) Interval estimation (confidence coefficient 95%)

(A)

	s.s	ϕ	m.s	F_{obs}	$F_{0.05}$	$F_{0.01}$
L.P	3.66	10	0.366	183**	2.16	2.98
S	0.08	3	0.027	13.5**	2.91	4.56
E	0.05	30	0.002			

(B)

L.P/mm	screen
$d_{0.05} = 6.5 \times 10^{-2}$	$d_{0.05} = 3.9 \times 10^{-2}$
$d_{0.01} = 8.0 \times 10^{-2}$	$d_{0.01} = 5.2 \times 10^{-2}$

(C)

$\beta_1 = 4.6 \times 10^{-2}$	$\beta_1 = 2.7 \times 10^{-2}$
--------------------------------	--------------------------------

においては、判定者の実験誤差の考慮割合によって NS がよいと判定する場合もあり、NS と EM は優劣がつけ難いと判定する場合もある。いずれにせよ統計的解析を行わない判定は主観的判定となる。

3.1.4 統計的解析での実験考察

Table 3 に示す構造模型は増感紙、空間周波数が因子で“繰り返しのない二元配置法”である。

2.2の手順に従って計算した結果を Table 4 に示す。Table 4 (A) は分散分析表で、二因子 (L.P; 空間周波数, S; 増感紙) とともに“有意水準 1% で有意差あり”と検定される。

増感紙の水準間有意差検定は統計量 $d_{0.05}$, $d_{0.01}$ (Table 4 (B)) により

- i) DMS は他のすべての増感紙に比べ有意水準 1% で有意差あり (**)
- ii) EM と LT-II の水準間では有意水準 1% で有意差あり (**)
- iii) EM と NS, NS と LT-II の水準間では有意差なし

となる。iii) の検定は、これらの水準間での特性値の変化が実験誤差程度か、もしくは実験誤差より小さいために優劣つけ難いことを意味する。

これらの水準間有意差検定の結果は、 $\hat{\mu}$ の区間推定 (Table 4 (C) の β_j は $\pm t(\phi_e, 0.05) \sqrt{V_e/k}$ である) とともに Fig. 2 に示す。

空間周波数の各水準間検定は、Fig. 3 に示すように殆

Fig. 2 Main effect of medium-speed screen. **Fig. 3** Main effect of spatial frequency.

どの水準間で有意水準 5%, 1% で有意差を認める. 4 L. P/mm 水準とこれより高周波数水準間では有意差がなく, われわれの行った実験精度では, これ以上での相对比较はできないことを意味する.

3.2 実験 2. 現像温度, 写真濃度の RMS 粒状度への影響

3.2.1 使用装置および器具

X線発生装置: 東芝 KXO-15

X線管管球: DRX2924HD

濃度測定器: SAKURA PDS-15

アパーチャ $50\mu \times 50\mu$

測定点 2000×5

現象: タンク現象

増感紙: DMS

フィルム: Fuji RX

3.2.2 実験順序, 測定結果

RMS 粒状度に影響を及ぼす因子の中から, 現像温度, 写真濃度をとり上げ, 各水準の組合わせで実験順序をランダムに行った.

Table 5 は, その結果を示す.

3.2.3 統計的解析を行わない実験考察

一般的に現象温度, 写真濃度の増加に伴って RMS 粒状度は悪くなると言われている.

観察者は, すでにこのことを一般概念とし, その上で今回行った実験データ (Table 5) を考察すると, 妥当な結果だと感じる.

Table 5 RMS granularity of various temperature-density combinations

D \ T	20°	25°	30°	35°	40°
0.5	0.014	0.016	0.016	0.018	0.020
0.7	0.018	0.020	0.022	0.024	0.028
0.9	0.020	0.022	0.024	0.026	0.030
1.1	0.022	0.024	0.026	0.026	0.032
1.3	0.022	0.024	0.030	0.030	0.032
1.5	0.024	0.026	0.028	0.028	0.030

しかし, この実験での実験誤差を考えれば判定に不安が生じ, 特に隣り合った水準間での優劣判定は一層難しいものとなる.

3.2.3 統計的解析での実験考察

Table 6 は Table 5 の実験データを“繰り返しのない二元配置法”で分散分析した結果を示す. 二因子 (D: 写真濃度, T: 現像温度) とともに“有意水準 1% で有意差あり”と検定される.

Fig. 4 は現像温度についての検定および推定結果をグラフにしたもので, 各水準間有意差検定は

- 現像温度 20°C と 25°C, 35°C と 40°C の水準間では有意水準 1% で有意差あり (**)
- 現像温度 25°C と 30°C の水準間では有意水準 5% で有意差あり (*)
- 現像温度 30°C と 35°C の水準間では有意差なしとなる. iii) の検定は, この 5°C の区間では RMS 粒状度

Table 6 Results of RMS granularity by analysis of variance

(A) Analysis of variance table

(B) Statistic $d_{0.05}$, $d_{0.01}$

(C) Interval estimation (confidence coefficient 95%)

(A)

	S.S	ϕ	m.s	F_{obs}	$F_{0.05}$	$F_{0.01}$
T	2.17×10^{-4}	4	5.43×10^{-5}	36.94**	2.87	4.43
D	4.09×10^{-4}	5	8.18×10^{-5}	55.65**	2.71	4.10
E	2.93×10^{-5}	20	1.47×10^{-6}			

(B)

Temperature	Density
$d_{0.05} = 1.46 \times 10^{-3}$	$d_{0.05} = 1.59 \times 10^{-3}$
$d_{0.01} = 1.99 \times 10^{-3}$	$d_{0.01} = 2.18 \times 10^{-3}$

(C)

$\beta_i = 1.0 \times 10^{-3}$	$\beta_j = 1.1 \times 10^{-3}$
--------------------------------	--------------------------------

Fig. 4 Main effect temperature

Fig. 5 Main effect of density

への影響はないということで、別の見方をすれば RMS 粒状度の安定した領域と言える。

Fig. 5 は写真濃度に対する検定および推定結果を示し、各水準間有意差検定は

- i) 濃度0.5と0.7の水準間では有意水準1%で有意差あり(**)
- ii) 濃度0.7と0.9, 0.9と1.1, 1.1と1.3の各水準間では有意水準5%で有意差あり(*)
- iii) 濃度1.3と1.5の水準間では有意差なし

となる。これらの検定結果から、低濃度域でのわずかな濃度変化による RMS 粒状度への影響は大であるが、濃度1.3以上になると、その影響は有意差を認めないことがわかる。

4. 結 語

相対比較実験において、1回の実験データから近似した特性値間の優劣を判定することは実験誤差を無視した主観的判定となる。

そこで客観的判定とするには、管理された同一条件下で実験を繰り返しその平均値、標準偏差等で判定する必要がある。しかし、単一因子実験で複雑な実験を何回も繰り返す場合、同一条件下に維持することは困難なことが多く、他の誤差因子があらたに加わる可能性もある。

そこで、われわれは単一因子実験を何回も繰り返すと同等の結果を最少限のデータから得る方法として実験計画法に基づく要因実験を行い、分散分析法で解析した。

この手法を利用することにより、実験誤差を明示し、判定に有効に生かすことができた。

(なお、この論旨は昭和57年10月、広島市で開催された第23回日本放射線技術学会中国、四国部会で発表した。)

文 献

- 1) 加藤幸彦, 天野鍊作: 統計学, 産業能率短期大学通信教育部, 東京, (1971).
- 2) 石川馨, 米山高範: QC シリーズ⑨分散分析法入門, 日科技連出版社, 東京, (1978).
- 3) 日科技連 QC リサーチ・グループ (代表 水野滋): 初等品質管理テキスト, 日科技連出版社, 東京 (1980).
- 4) 肥田野直, 瀬谷正敏, 大川信明: 心理教育統計学, 培風館, 東京, (1980).
- 5) 石川馨, 中里博明, 松本洋, 他: 初等実験計画法テキスト, 日科技連出版社, 東京, (1980).
- 6) 鷲尾泰俊: 実験計画法入門, 日本規格協会, 東京, (1981).
- 7) 松井進作: おはなし統計的手法, 日本規格協会, 東京, (1981).
- 8) 上野山文男, 越智保, 山田英民, 他: CT 装置における画質変動要因の解析(2), 第38回日放技総会 (1982).