原 著

視覚系の内部雑音と画像処理の最適フィルタについて

若 松 孝 司

国立循環器病センター放射線診療部

(論文受理 1986年5月6日)

(最終論文受理 1986年11月21日)

(Code No. 310, 315)

Key words : Internal noise, Human visual system, Image processing, Optimum filter, Whitening noise filter

THE INTERNAL NOISE OF A HUMAN VISUAL SYSTEM AND OPTIMUM FILTER FUNCTIONS FOR IMAGE PROCESSING

TAKASHI WAKAMATSU

National Cardiovascular Center Department of Radiology

(Article received ; May, 6, 1986)

Summary

The Loo and Doi paper reported that the signal-to-noise ratio of the matched filter model has a strong correlation with human visual detectability.

Therefore, it can be thought that a human visual system is completely a self-matched situation or near this in relation to its MTF and internal noise.

In the upper

Same condition of a visual system, optimum filter functions of image processing for more increasing detectability were derived.

After studying a sufficient number of signal and noise patterns before detecting signals, if a human visual system is completely self-matched, the optimum filter function is the whitening noise filter.

The whitening noise filter including an inverse number of visual MTF works as a sub-optimum filter, in the case of non-self-matched visual system. On the occasion of not knowing the to signal and noise, the matched filter including inverse number of a visual MTF is the optimum filter.

As an application of the matched filter, for eliminating the background of an image, a similar subtraction filter function was derived.

1. 結 言

Loo および土井, 等の論文¹⁾によれば, ビーズ玉を被写体とする37通りのX線写真の視覚実験において, 人の検

出能（2 枝強制選択法・2AFC による）と各種 S/N 比との相関がとられており、displayed statistical decision theory model の相関係数が 0.920, perceived statistical decision theory model が 0.917, そして matched filter model が 0.916 と、これら三つの S/N 比のモデルは、他のモデルによる S/N 比に比較して群を抜いて高い相関を示している。さらに、この三つのモデルは、並列的な存在ではなく、matched filter model は、ROC 曲線を物理量をもとにして説明するために導出した確率的行列論²⁾による信号検出理論の展開の結果の理想的検出器²⁾の検出能 d' に、全く等しい。しかも物理量だけによる、人の視覚系のパラメータを含まない、もっとも簡潔な関係式が、人の検出能に関する膨大な実験に耐え得たことは、理論展開の背景となる、信号と雑音の加法性、線形性、そして記憶装置を有する相関検出器としてのとりあつかい等の正しさが証明されたことになる。そのうえ、前二者のモデルも、Schwarz の不等式²⁾によって、matched filter model に帰着される。

人の視覚系に内部雑音^{3,4)}が存在することが報告されているが、これは、画像処理によって検出能が増大することの理由から信号検出理論によって類推されている。したがって、視覚系を内部雑音を有する現実的検出器⁴⁾として取りあつかう意義が明らかになってきた。

視覚系の内部雑音のウィナースペクトルの形は、いまだ明らかにされていない。放射線画像論を論じるに当たって、最終的に視覚系の内部雑音のウィナースペクトルを明らかにする必要がある。現時点ではこれを直接測定することが困難であるので、内部雑音のウィナースペクトルを理論的に推定し⁴⁾、これを手がかりにして、検出能を増大するための画像処理における最適フィルタを求める。

2. 方 法

X 線写真において、信号像のスペクトルを $S_i(u)^{2,4)}$ 、粒状雑音のウィナースペクトルを $W(u)$ として、X 線写真を観察する視覚系の MTF を $MTF_d(u)$ 、そして視覚系の内部雑音のウィナースペクトルを $D(u)$ とする。ただし u は、空間周波数 (cycles/mm) の変数である。

理想的検器によって得られるスペクトル S/N 比の 2 乗は、 $S_i^2(u)/W(u)$ である²⁾。これは、matched filter model のスペクトルに相等しく、最大の S/N 比を表わしている。Fig. 1 に理想的検出器の入出力を示す²⁾。一方、内部雑音を有する現実的検出器の入出力関係は、Fig. 2 に示すようになる⁴⁾。

現実的検出器からの出力は、理想的検出器の出力を越

Fig. 1 Model of an ideal detector upper figure, displayed in the spatial area.

$y(x)$: Analogue input

Sampler: Sampling device

Y : Digitized input matrix

G : Whitening noise filter matrix (Triangular matrix)

Σ : Adding device

b : Threshold value

v : Decision function

Comparator: Comparing device
Finally, compared with the threshold value by the comparator deciding whether there are signals or not.

Down figure, conveniently displayed in the frequency area due to the power spectral circuits.

$W(u)^{-1}$: MTF² of whitening noise filter

$\int$: Integral device

u : Spatial frequency

Fig. 2 Model of a real detector, generating noise by itself.

MTF_d : MTF of a human visual system (identified $MTF_d(u)$ in this paper)

$D(u)$: Wiener spectrum of the internal noise of a human visual system

えることがないので次の不等式を得る。

$$\frac{S_i^2(u) MTF_d^2(u)}{W(u) MTF_d^2(u) + D(u)} \leq \frac{S_i^2(u)}{W(u)} \quad (1)$$

(1)の不等式を変形して次式を得る。

$$\frac{S_i^2(u)}{W(u) + \frac{D(u)}{MTF_d^2(u)}} \leq \frac{S_i^2(u)}{W(u)} \quad (2)$$

視覚系の内部雑音と画像処理の最適フィルタについて (若松)

(2)の不等式の左項を右項に対して、種々の $S_i(u)$ と $W(u)$ の条件のもとに、関数関係で強い相関を得るための条件の一つとして次式を考える。

$$\frac{D(u)}{\text{MTF}_d^2(u)} = C \quad (\text{一定}) \quad (3)$$

すなわち、(2)式と(3)式より次式が得られる。

$$\frac{S_i^2(u)}{W(u) + C} \leq \frac{S_i^2(u)}{W(u)} \quad (4)$$

(3)式の条件が与えられた場合、論文4)で既述しているように、Fig. 3のごとく、外部雑音 $W(u)=0$ としたとき、内部雑音に対して白色化するように視覚系の MTF が働いていることになる。(4)式を見ると左項と右項は、 $S_i^2(u)$ と $W(u)$ の値にのみ依存する形になっているので強い相関が得られるであろう。

Fig. 3 Method for calculating the Wiener spectrum of the internal noise of a human visual system in case of the self-matched situation.

(3)式の条件を視覚系の自己マッチド作用としておく。

次に、自己マッチドの視覚系の条件のもとで、画像処理の最適フィルタの解をもとめる。Fig. 4 は、画像処理を含む現実的検出器のスペクトル S/N 比の2乗²⁾、すなわち検出能スペクトルを表わすブロックダイアグラムである⁴⁾。 γ を階調強調因子として、 $E(u)$ を周波数強調関数とする。最終出力は、やはり、理想的検出器の出力を越えないので、次の不等式が成立する。

$$\frac{\gamma^2 S_i^2(u) \text{MTF}_d^2(u) E^2(u)}{\gamma^2 W(u) \text{MTF}_d^2(u) E^2(u) + D(u)} \leq \frac{S_i^2(u)}{W(u)} \quad (5)$$

(5)式の左項の分母分子を $\text{MTF}_d^2(u)$ で割って(3)式の条件を代入すると次式となる。

$$\frac{\gamma^2 S_i^2(u) E^2(u)}{\gamma^2 W(u) E^2(u) + C} \leq \frac{S_i^2(u)}{W(u)} \quad (6)$$

Fig. 4 Model of a real detector for explaining gradient enhancement and frequency enhancement of the signal image to make a detectably increase.

γ : Gradient enhancement factor

$E(u)$: Frequency enhancement function

MTF_d : MTF of a human visual system (identified $\text{MTF}_d(u)$ in this paper)

$D(u)$: Wiener spectrum of the internal noise of a human visual system

(6)式において、左項が、右項との関数的相関を保ちつつ、なるべく大きいスペクトル S/N 比の2乗を得るための条件が求める解になる。すなわち、左項の関数の形を右項の関数の形に近づける方法である。

いま、 $E^2(u) = K/W(u)$ 、(K は規格化定数で $K = W(0)$) とおくと(6)式は次式となる。

$$\left(\frac{K\gamma^2}{K\gamma^2 + C} \right) \frac{S_i^2(u)}{W(u)} \leq \frac{S_i^2(u)}{W(u)} \quad (7)$$

(7)式において、 $\gamma \rightarrow \infty$ とおくと $K\gamma^2/(K\gamma^2 + C) \rightarrow 1$ となつて、左項と右項は等しくなる。これが、最大の S/N 比を得るための方法である。したがって、信号と雑音のパターンについて、良く学習を行った視覚系に対して、しかも視覚系が自己マッチドの場合の最適フィルタ $E(u)$ は、次式である。

$$E(u) = \frac{\sqrt{K}}{\sqrt{W(u)}} \quad (8)$$

すなわち、最適フィルタは、白色化雑音フィルタである²⁾。

ところで、 $K \doteq C$ とおくと、次式を得る。

$$\frac{K\gamma^2}{K\gamma^2 + C} \doteq \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + 1}$$

$K = W(0)$ であるから、 C を視覚系の等価雑音として、画像処理系によって雑音が附加されないならば、例えば $\gamma = 4$ とおくと、

$$\frac{\gamma^2}{\gamma^2 + 1} = \frac{16}{17} \doteq 0.94$$

となつて、(7)式の左項は、スペクトル S/N 比の2乗において、理想的検出器の出力、すなわち最大の S/N 比の94

%まで近づくことを意味する。すなわち現実的には、 γ は、それほど大きくない有限の値である。

視覚系が、完全に自己マッチドであることは、あくまでも推測である。自己マッチドでない場合は、(5)式において $E(u)$ を次式にとると、(10)式が得られる。

$$E(u) = \frac{\sqrt{K}}{\text{MTF}_d(u)\sqrt{W(u)}} \quad \text{.....(9)}$$

$$\left(\frac{K\gamma^2}{K\gamma^2 - D(u)} \right) \frac{S_i^2(u)}{W(u)} \leq \frac{S_i^2(u)}{W(u)} \quad \text{.....(10)}$$

(10)式の場合、視覚系に依存する $D(u)$ が u の関数として残るので(9)式は、準最適フィルタとして働くことになる。

ところで(10)式において、 $D(u) = C'$ (一定) の場合を想定すれば、(10)式は、(7)式と同形となり、(9)式は、この場合の最適フィルタと考えてよい。

次に、視覚系が、信号および雑音のパターンに対して、あまり予備学習が望めない場合の最適フィルタを求める。この場合、視覚系は、信号および雑音のパターンに対する記憶があいまいであるので、最適フィルタを求めるのに、端的には、信号と雑音の強さによってのみ信号検出が行われるものと仮定して、視覚的振幅モデル (Perceived amplitude model)¹⁾ に視覚系の内部雑音を加えて適用させる。理想的検出器が最大の S/N 比を与えることから、信号および雑音が等方性2次元であるとして、次の積分不等式において左項を最大にする $E(u)$ が求める最適フィルタである。

$$\frac{\left\{ 2\pi \int_0^\infty \gamma S_i(u) \text{MTF}_d(u) E(u) u du \right\}^2}{2\pi \int_0^\infty (\gamma^2 W(u) \text{MTF}_d^2(u) E^2(u) + D(u)) u du} \leq 2\pi \int_0^\infty \frac{S_i^2(u)}{W(u)} u du \quad \text{.....(11)}$$

(11)式において、次のごとく $E(u)$ と δ_b をおくと(14)式を得る。 δ_b は、内部雑音の rms 値。

$$E(u) = \frac{S_i(u)}{W(u) \text{MTF}_d(u)} \quad \text{.....(12)}$$

$$\delta_b^2 = 2\pi \int_0^\infty D(u) u du \quad \text{.....(13)}$$

$$\left[\frac{1}{1 - \left(\frac{\delta_b^2}{\gamma^2 2\pi \int_0^\infty \frac{S_i^2(u)}{W(u)} u du} \right)} \right] 2\pi \int_0^\infty \frac{S_i^2(u)}{W(u)} u du \leq 2\pi \int_0^\infty \frac{S_i^2(u)}{W(u)} u du \quad \text{.....(14)}$$

(14)式の左項において、 $\delta_b^2 / \gamma^2 2\pi \int_0^\infty \frac{S_i^2(u)}{W(u)} u du$ は、

$2\pi \int_0^\infty \frac{S_i^2(u)}{W(u)} u du$ が最大の S/N 比になるので、与えられた γ に対して最小となり、したがって、(12)式の条件のもとで、(14)式の左項は、最大となる。よって(12)式が最適フィルタとなる。すなわち、視覚系の MTF を含んだ matched filter の一種である。このフィルタの応用として信号波形から背景となる直流成分を除去するフィルタとして、次の $E_s(u)$ が求められる。

$$E_s(u) = \frac{S_i(u)(1 - h\delta(u))}{W(u) \text{MTF}_d(u)} \quad \text{.....(15)}$$

ただし、 $\delta(u)$ は、空間周波数領域のデルタ関数、 h は直流分除法の程度を決定するためのパラメータである。

3. 結 果

視覚系が自己マッチド、すなわち(3)式が成立する場合において、信号および雑音に対する十分な学習が行われた後の信号の検出のための画像処理の最適フィルタは、(8)式である。Fig. 5 に例として、Lanex+OG の増感紙フィルムシステムの濃度1.0におけるウィナースペクトルを示す⁵⁾。そして、Fig. 6 が Fig. 5 をもとにして、(8)式より求めた最適フィルタ関数である。 $K = W(0)$ は、ウィナースペクトルの曲線を外挿することにより求めた。

視覚系が自己マッチドでない場合は、信号および雑音に対して十分な学習があることを前提にして(9)式が準最適フィルタ関数である。この場合、 $D(u) = C'$ (一定)、すなわち視覚系の内部雑音が白色スペクトルならば、(9)式

Fig. 5 Wiener spectrum of the Lanex Regular + OG screen-film system
Density 1.0, tube voltage 80 kV, additional filter 20 mm aluminium

Fig. 6 Whitening noise optimum filter function of an inverse number of Wiener spectrums of the Lanex Regular + OG screen-film system
K: = $W(0)$, Normalizing factor

は、最適フィルタとなる。

信号および雑音に対する十分な学習が期待できない場合、すなわち、直観による信号検出を最大にする最適フィルタは、(12)式である。(12)式の応用として、直流成分を背景とする信号波形のみを検出するための、サブトラクション最適フィルタは、(15)式である。

4. 考 察

視覚系に内部雑音が存在するか、または、これに相当する効果があることは正論であると思われる。これは、画像処理によって検出能が増大する事実から理論的に推論できる。

特に、階調処理によって検出能が増大する理由が、どのような理論的 S/N 比のモデルを使用しても、視覚系の内部雑音を考慮しなければ明らかにならないからである。

しかも、重要なことは、視覚系に内部雑音が存在することの認識が、最終的に画像処理の効果を科学的に積極的に認めて行く立場を推進することである。一方、画像処理に対する理論的な抑制は、どのように画像処理をしても、理想的検出器による S/N 比を越えることができない限界が存在することである。これは、数学的に Schwarz の積分不等式によって規定される²⁾。

最大のスペクトル S/N 比の 2 乗は、理想的検出器の出力、すなわち、 $S_i^2(u)/W(u)$ である。ところで、被写体の X 線透過率分布の信号スペクトルを $S_0(u)$ として、増感紙フィルムシステムの MTF を $MTF_s(u)$ 、フィルムの階調を g とすれば、信号像のスペクトル $S_i(u)$ は、 $S_i(u) = (\log_{10} e) g S_0(u) MTF_s(u)$ が成立する。他方、粒状

雑音のウィナースペクトルは、低周波成分に注目して、増感紙フィルムシステムに吸収された有効な X 線量子数を q 個/mm² とすれば、 $W(u) = \frac{1}{q} (\log_{10} e)^2 g^2 MTF_s^2(u)$ である。したがって、 $S_i^2/W(u) = q S_0^2(u)$ となって、これは、X 線による原信号のスペクトル S/N 比の 2 乗そのものである。すなわち、X 線撮影系から、これ以上の情報を取り出すことのできない限界を示している。画像処理は、視覚系の内部雑音が最終的な原因となって S/N 比が減衰しているものを、いかに理想的検出器による S/N 比に近づけるかに意義があると考えられる。したがって、画像処理は、視覚系の特性を考慮しつつ行い研究を進めて行くべきであろう。

視覚系の内部雑音は、背景濃度が高い、すなわち暗い画像に対して、光量が少ないために増大し、背景濃度が低い、すなわち明るい画像に対して光量が多いので減少することも推測できる。これは、X 線画像の各濃度における視覚系のコントラスト分解能の一部に対応する新しい考え方なので、各濃度に対する視覚系の内部雑音をも検討して行く必要があると考えられる。

5. 結 論

視覚系に内部雑音が存在することが信号検出理論によって推測できる。また、視覚系の内部雑音を認めることによって、画像処理による検出能の増大の実験結果に対応できる画像論の展開が可能となる。

視覚系の MTF と、その内部雑音のウィナースペクトルが自己マッチドであることが推定できる。この場合、信号と雑音に対して十分に学習が行われたときの信号検出のための画像処理の最適フィルタは、(8)式である。

自己マッチドでない場合は、(9)式が準最適フィルタになる。このうち、視覚系の内部雑音が白色の場合は、(9)式は、最適フィルタとなる。予備学習が行われない場合の最適フィルタは、(12)式の視覚系の MTF を考慮した、一種の matched filter である。このフィルタの応用として背景除去による信号像の浮き出しの描出法として(15)式のフィルタ関数が導出された。

謝 辞

関西地区の放射線画像研究会におきまして、放射線画像研究のあり方、MTF の測定、ウィナースペクトルの測定、各種 S/N 比モデルと視覚評価、digital radiography と画像処理そして視覚系の internal noise について等、御講演をしていただき、御指導下さっていますシカゴ大学教授、土井邦雄先生に厚く御礼申し上げます。

追記, 画像処理系を含む視覚系の MTF および内部雑音を考慮した, perceived statistical decision theory model, 現実的検出器モデルそして matched filter model の $(\text{SNR})^2$ の関係は, それぞれ次の不等式を満足する。

$$\frac{2\pi \int_0^\infty \gamma^2 S_i^2(u) E^2(u) \text{MTF}_d^2(u) u du}{\left[\frac{2\pi \int_0^\infty \gamma^2 W(u) E^2(u) \text{MTF}_d^2(u) \cdot \gamma^2 S_i^2(u) E^2(u) \text{MTF}_d^2(u) u du}{2\pi \int_0^\infty \gamma^2 S_i^2(u) E^2(u) \text{MTF}_d^2(u) u du} \right] + \delta_b^2}$$

$$\leq 2\pi \int_0^\infty \frac{\gamma^2 S_i^2(u) E^2(u) \text{MTF}_d^2(u)}{\gamma^2 W(u) E^2(u) \text{MTF}_d^2(u) + D(u)} u du$$

$$\leq 2\pi \int_0^\infty \frac{S_i^2(u)}{W(u)} u du$$

ただし, $\delta_b^2 = 2\pi \int_0^\infty D(u) u du$ として, 系は等方性 2 次元としている。なお, 画像処理系による雑音の附加はないものとする。

文 献

- 1) Leh-Nein D. Loo, Kunio Doi: Correlations between signal and physical image quality indices: detectability of nylon bead images in radiographic noise, *Phys. Med. Biol.* **29**(7), 837-856, (1984).
- 2) 若松孝司, 山下一也: スペクトル S/N 比を用いた検出能による総合画像評価の理論, *日放技学誌*, **39**(6), 891-898, (1983).
- 3) Masamitsu Ishida, Kunio Doi, Leh-Nein D. Loo: Digital image processing: Effect on detectability of simulated low contrast radiographic patterns, *Radiology*, **150**(2), 569-575, (1984).
- 4) 若松孝司: 内部雑音を有する視覚系を含む検出器の検出能と画像処理について, *日放技学誌*, **41**(1), 8-15, (1985).
- 5) 若松孝司, 伊藤慎三, 今出川和世, 他: スペクトル S/N 比をもちいた検出能による総合画像評価の増感紙・フィルム系への応用, *日放技学誌*, **40**(1), 20-27, (1984).