原 著

Monte Carlo 法を用いた体内散乱線の解析 (10 MV X線に対する質量制限阻止能比)

加 藤 秀 起

愛知医科大学付属病院中央放射線部

(論文受理 1986年 9 月 3 日)

(最終論文受理 1987年 2 月20日)

(Code No. 711)

Key words: Monte Carlo simulation, 10 MV X-ray, Mass restricted stopping power ratio

ANALYSIS OF SCATTERED RADIATION IN AN IRRADIATED BODY BY MEANS OF THE MONTE CARLO SIMULATION (MASS RESTRICTED STOPPING POWER RATIOS FOR 10 MV X-RAYS)

HIDEKI KATO

Department of Radiological Technology, Aichi Medical University Hospital.

(Article received ; Sept., 3, 1986)

Summary

The Monte Carlo computer program has been used to analyze the characteristics of scattered radiation in a phantom irradiated by 10 MV X-rays. The program simulated an irradiation by 10 MV X-rays with a 0 area field upon a center of $30 \times 30 \times 30 \text{ cm}^3$ water phantom.

The study distinguished energy distribution of the secondary electron which was set in motion by interactions in the ring with radius R and depth d . Using these results, spectrums of the secondary electron on the beam axis of the circular fields were calculated by means of the superposition principle.

Ratios of the average collision mass restricted stopping power (water/air, acrylic/air, polystyrene/air) on the beam axis of circular fields were calculated based on the electron spectrum data.

Stopping power ratios calculated on spectrum of electron, which were set in motion only by first interactions of the primary photon beam, coincided with the data in AAPM protocol (1983) within 0.5%. However, stopping power ratios, which were calculated on electron spectrums with full interaction, increased with the field radius, and differed from AAPM data beyond 2% at the maximum.

For precise measurement or calculation of the absorbed dose for high energy radiation, it is better to apply the mass restricted stopping power ratios based on the electron spectrum with full interactions.

Monte Carlo 法を用いた体内散乱線の解析 (10 MV X線に対する質量制限阻止能比) (加藤)

1. はじめに

高エネルギーX線, γ 線の体内吸収線量は, 一般に, 電離箱を用いた電離量の測定値から, Bragg-Grayの空洞理論に基づいた計算により求められる^{1)~4)}. その計算上必要な吸収線量変換係数 $C\lambda^{2),3)}$ の値は, 測定点における物質の電離ガスに対する平均制限衝突質量阻止能比 (以下, 質量阻止能比と書く) $(\bar{L}/\rho)_{\text{med,gas}}$ ⁵⁾に依存する^{1)~3)}. $(\bar{L}/\rho)_{\text{med,gas}}$ の値は, その点における2次電子スペクトルにより決定される. 高エネルギー放射線の吸収線量に関するAAPM (American Association of Physicists in Medicine) プロトコル¹⁾は, 各エネルギーX線に対して一定値の $(\bar{L}/\rho)_{\text{med,gas}}$ を示している. しかしそれらは, 2次電子平衡厚以上の深さでは, 2次電子スペクトルは一定であると仮定して計算された値である. 実際的には, 照射野の大きさ, 深さなどの照射条件, 測定点の違いによって, その点での2次電子スペクトルは異なるものと考えられる.

今回, Monte Carlo 法を用い10 MV X線 (10 MeVに加速された電子で発生する制動X線) 照射に関して, 照射野の大きさ, 深さの違いによって2次電子スペクトルが, どう変化するかを調べた. そして, その2次電子スペクトルの変化にともなって質量阻止能比 $(\bar{L}/\rho)_{\text{med,gas}}$ がどの程度変化するかを調べた.

2. 質量阻止能比 $(\bar{L}/\rho)_{\text{wat,air}}$ の計算

光子ビームに対する吸収線量変換係数 $C\lambda$ の要素のうち, 測定点における線質の変化に影響されるのは, 測定点における水の空気に対する質量阻止能比 $(\bar{L}/\rho)_{\text{wat,air}}$ と変位係数 Pd ²⁾である. このうち Pd は線質の違いによる差は小さい. したがって線質の変化による $C\lambda$ の変化に最も影響するのは, 質量阻止能比である.

質量阻止能比 $(\bar{L}/\rho)_{\text{wat,air}}$ は次式で計算される.

$$(\bar{L}/\rho)_{\text{wat,air}} = \frac{\int_0^{E_{\text{max}}} \frac{d\phi(E)}{dE} \cdot [L/\rho(E)]_{\text{wat}} dE}{\int_0^{E_{\text{max}}} \frac{d\phi(E)}{dE} \cdot [L/\rho(E)]_{\text{air}} dE} \quad \dots\dots(1)$$

ここで $d\phi(E)/dE$ はX線と物質(水)との相互作用で発生する2次電子の初期エネルギースペクトルであり, $[L/\rho(E)]_{\text{wat}}, [L/\rho(E)]_{\text{air}}$ は各々, 水および空気に対する制限衝突質量阻止能である.

実際の質量阻止能比の計算は, Monte Carlo 法によって円形照射野の線束中心軸上での2次電子スペクトルを求め, それらを(1)式に適用して計算した. (1)式の分子,

分母とも0 keVから200 keVまでは10 keVごと, 200~600 keVは20 keVごと, 600~1000 keVは100 keVごと, 1000 keV~2000 keVは200 keVごと, 2000 keV以上は500 keVごとに $(d\phi(E)/dE) \cdot [L/\rho(E)]$ を計算し加算した.

$[L/\rho(E)]$ の値は, ICRU 37⁵⁾のMain tableのデータ $[S/\rho(E)]$ を補正して用いた. カットオフエネルギーはAAPMのデータに従って10 keVとした. 電子対生成で生じる陽電子に関しては, その発生率(全2次電子数に対する割合)が0.8%未満と非常に少ないので, 陰電子に対する質量阻止能をそのまま近似的に用いて計算した.

3. Monte Carlo simulation

3.1 10 MV X線スペクトル

高エネルギーX線スペクトルは, 次のようなSchiffの公式⁶⁾から近似的に計算することができる.

エネルギー E_0 (静止エネルギー+運動エネルギー)の加速電子に対してエネルギー k の光子を θ 方向へ放出する微分断面積は次式で計算される.

$$\frac{d\sigma(k, x)}{dkdx} = A \cdot \frac{Z^2}{K} \left[\frac{16x^2 E}{(x^2+1)^4 E_0} - \frac{(E+E_0)^2}{(x^2+1)^2 E_0^2} + \left\{ \frac{E^2+E_0^2}{(x^2+1)^2 E_0^2} - \frac{4x^2 E}{(x^2+1)^4 E_0} \right\} \cdot \ln M(x) \right] \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここで, A : 定数

Z : ターゲット物質の原子番号

$x = E_0 \theta / \mu$ ($\mu = m_0 c^2$)

$E = E_0 - k$

$$\frac{1}{M(x)} = \left(\frac{\mu k}{2E_0 E} \right)^2 + \left(\frac{Z^{1/3}}{111(x^2+1)} \right)^2$$

(2)式を角度 θ について積分すると⁸⁾

$$\frac{d\sigma k}{dk} = A \cdot \frac{Z^2}{k} \left[\left\{ \frac{E_0^2 + E^2}{E_0^2} - \frac{2E}{3E_0} \right\} \left\{ \ln M(0) + 1 - \frac{2}{b} \cdot \tan^{-1} b \right\} + \frac{E}{E_0} \left\{ \frac{2}{b^2} \ln(1+b^2) + \frac{4(2-b^2)}{3b^3} \tan^{-1} b - \frac{8}{3b^2} + \frac{2}{9} \right\} \right] \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここで,

$$b = \frac{2E_0 E Z^{1/3}}{111 \cdot \mu k}$$

電子加速エネルギー: 10 MeV, ターゲット物質: 銅, に対し, (3)式で得られる光子スペクトルを, フラットニングフィルタ (タングステン) で濾過したスペクトルを用い, Monte Carlo 法で Tissue-Maximum ratio を計算

してみた。その結果、フラットニングフィルタの平均厚を 1.5 cm とした場合が、計算による TMR 値と、標準 TMR データ²⁾との差異が最も少なかった。その誤差は、 $0.88 \pm 0.41\%$ であった。その X 線スペクトルを Fig. 1 に示す。

今回の Monte Carlo simulation の入射光子スペクトルとして、(3)式で得られるスペクトルを、タングステン 1.5 cm で濾過した光子スペクトルを採用した。

Fig. 1 Photon energy spectrum for 10 MV X-ray. Calculated from Schiff's formula and filtrated by a 1.5 cm tungsten filter.

3.2 シミュレーションモデル

シミュレーションモデルを Fig. 2 に示す。シミュレーションの方法は、⁶⁰Co γ 線照射に関して報告した先の論文⁹⁾と同じである。30×30×30 cm の水ファントムの上面中央に真上から垂直に、ペンシルビームで 10 MV X 線光子を入射させ、そのヒストリーを追った。そしてファントム中に設定した内径 R1, 外径 R2 ($R_2 - R_1 = 1$ cm), 深さ d1~d2 ($d_2 - d_1 = 2$ cm) のリング状容積内で生じた 2 次電子を、その初期エネルギー別にカウントした。そして得られた各リング状容積での 2 次電子スペクトルを基に、重ね合わせ原理(superposition principle)¹⁰⁾を利用し、円形照射野の線束中心における 2 次電子スペクトルを求めた。

Fig. 2 Diagram to illustrate the model for this Monte Carlo simulation method.

3.3 Monte Carlo プログラム

計算プログラムの概要および光電効果、非干渉性散乱に対する処理方法等は、先の論文⁹⁾とほぼ同じである。

電子対生成が起こった場合、陰電子 e^- , 陽電子 e^+ は、過剰エネルギーを等分に分け合い、光子(エネルギー $h\nu$)の進行方向に対し、各々

$$\theta = m_0 c^2 / h\nu$$

の角度で(方位角は各々反対方向)散乱するものとして処理した¹¹⁾。消滅 γ 線は、陽電子がその進行方向へ、csda (continuous slowing down approximation) 飛程⁹⁾を直線状に移動し、完全に静止した点で 2 個各々反対方向へ放出されるものとした。

光子と物質との相互作用の断面積などは、JH Hubbell のデータ^{12),13)}から、最小 2 乗法を用いて近似式を求め利用した。基にしたデータ点での近似式の誤差は 0.5% 未満である。

コンピュータは、愛知医科大学情報処理センターの HITAC M-260D を Fortran 77 を用いて利用した。

計算で処理したヒストリー数は 300 万個である。

4. 結果および考察

Fig. 3a, b に水ファントムの深さ 2~4 cm, 14~16 cm における各リング状容積内で生じた 2 次電子のエネルギー分布を示す。リング径が小さいほど、高エネルギー成分が多く、また、リング径が同じであれば、深いところほど高エネルギー成分が増える傾向にある。

Fig. 4a, b に深さ 2~4 cm, 14~16 cm における、円形照射野線束中心での 2 次電子スペクトルを示す。これは、Fig. 3 で示した各リング状容積内の 2 次電子分布データを基に計算したグラフである。入射 1 次光子と物質との相互作用による 2 次電子のみのエネルギー分布も一緒に示す。照射野半径が大きいほど、低エネルギー成分が多くなっている。

Monte Carlo 法を用いた体内散乱線の解析 (10 MV X線に対する質量制限阻止能比) (加藤)

Fig. 3 Spectrums of secondary electron which were set in motion in the ring with radius R1-R2 and depth 2~4 cm (a), 14~16 cm (b).

Fig. 4 で示した 2 次電子スペクトルデータを基にして (1) 式を用いて計算した各照射野半径、深さにおける円形照射野線束中心での、水の空気に対する質量阻止能比 $(\bar{L}/\rho)_{\text{wat,air}}$ の値を **Table 1** に示す。照射野半径 0 cm は、1 次線のみによる 2 次電子スペクトルから計算したものであり、深くなるに従って質量阻止能比は小さな値となっている。これは、入射 X 線束が被照射体によって徐々に濾過され、深いところほど 2 次電子分布の低エネルギー成分が減少するためである。散乱光子による 2 次電子を含めると、照射野半径が大きくなるに従って、質量阻止能比は大きくなる傾向にある。照射野半径が同じ場合、深いところほど 1 次光子束が濾過され低エネルギー光子が減少すると同時に、散乱光子の寄与が増大するため、入射および射出表面近傍を除いて、深さの変化に対して質量阻止能比の値は、余り大きく変化しない。

水に対する計算で使ったと同じ 2 次電子スペクトルを用いて計算した、アクリル、ポリスチレンの空気対

Fig. 4 Spectrums of secondary electron on the beam axis of circular fields, and the spectrum due to interaction with primary photon alone. Depth 2~4 cm (a), 14~16 cm (b).

する質量阻止能比の値を **Table 2, 3** に示す。照射野の大きさ、深さの変化に対する質量阻止能比の変化は、水に対するものとはほぼ同じ傾向である。

AAPM プロトコル¹⁾ に示された 10 MV X 線に対する質量阻止能比 $(\bar{L}/\rho)_{\text{wat,air}} = 1.117$, $(\bar{L}/\rho)_{\text{Acrylic,air}} = 1.085$, $(\bar{L}/\rho)_{\text{polyst.,air}} = 1.094$ は、1 次散乱光子が最終結果に及ぼす影響は無視できるとして、入射 1 次 X 線スペクトルから直接的に計算された値である⁷⁾。それらに最も近い条件下での値は **Table 1, 2, 3** の中の照射野面積 0 (1 次線のみによる)、深さ 0~2 cm に対するものであり、AAPM の値と 0.5% 以内でよく一致している。今回の Monte Carlo 法で、照射野面積 10×10 cm、深さ 10 cm の点において 1 次散乱光子までを考慮して計算した場合、1 次線のみから求めた値と約 0.5% の差であった。しかし、多重散乱を考慮すると **Table 1, 2, 3** に示したとおり、はっきりした有意差が見られた。今回のシミュレーションでは、1 入射光子当たり平均 2.94 回の相互作用

Table 1 Average collision mass restricted stopping power ratio (water/air) for 10 MV X-ray circular fields. $\Delta=10$ keV.

Radius[cm] Depth	$(\bar{L}/\rho)_{\text{water,air}}$ for 10 MV X-ray						
	0	2	4	6	8	10	15
0 - 2 cm	1.118	1.127	1.133	1.135	1.137	1.138	1.139
2 - 4	1.117	1.129	1.134	1.137	1.139	1.139	1.141
4 - 6	1.116	1.129	1.135	1.138	1.139	1.140	1.141
6 - 8	1.115	1.129	1.136	1.138	1.140	1.141	1.141
8 - 10	1.114	1.130	1.136	1.139	1.140	1.141	1.142
10 - 12	1.113	1.130	1.136	1.139	1.130	1.141	1.142
12 - 14	1.112	1.130	1.136	1.139	1.140	1.141	1.142
14 - 16	1.110	1.129	1.136	1.139	1.140	1.141	1.142
16 - 18	1.109	1.129	1.136	1.139	1.140	1.141	1.142
18 - 20	1.108	1.129	1.136	1.139	1.140	1.141	1.142
20 - 22	1.107	1.128	1.136	1.139	1.140	1.141	1.142
22 - 24	1.106	1.128	1.136	1.139	1.140	1.141	1.142
24 - 26	1.105	1.127	1.135	1.138	1.139	1.141	1.142
26 - 28	1.104	1.125	1.134	1.137	1.139	1.140	1.141
28 - 30	1.103	1.122	1.131	1.136	1.138	1.139	1.140

Table 2 Average collision mass restricted stopping power ratio (Acrylic/air) for 10 MV X-ray circular fields. $\Delta=10$ keV.

Radius[cm] Depth	$(\bar{L}/\rho)_{\text{acrylic,air}}$ for 10 MV X-ray						
	0	2	4	6	8	10	15
0 - 2 cm	1.084	1.096	1.102	1.105	1.107	1.108	1.110
2 - 4	1.083	1.097	1.104	1.107	1.109	1.110	1.111
4 - 6	1.082	1.098	1.105	1.108	1.110	1.111	1.112
6 - 8	1.081	1.098	1.105	1.108	1.110	1.111	1.112
8 - 10	1.080	1.098	1.106	1.109	1.110	1.111	1.112
10 - 12	1.079	1.098	1.106	1.109	1.111	1.111	1.112
12 - 14	1.078	1.098	1.106	1.109	1.111	1.112	1.113
14 - 16	1.077	1.098	1.106	1.109	1.111	1.112	1.113
16 - 18	1.076	1.098	1.106	1.109	1.111	1.112	1.113
18 - 20	1.074	1.098	1.106	1.109	1.111	1.112	1.113
20 - 22	1.073	1.097	1.106	1.109	1.111	1.112	1.113
22 - 24	1.072	1.097	1.105	1.109	1.110	1.111	1.112
24 - 26	1.071	1.096	1.105	1.108	1.110	1.111	1.112
26 - 28	1.070	1.094	1.104	1.107	1.109	1.110	1.112
28 - 30	1.069	1.090	1.101	1.105	1.108	1.109	1.111

Monte Carlo 法を用いた体内散乱線の解析 (10 MV X線に対する質量制限阻止能比) (加藤)

Table 3 Average collision mass restricted stopping power ratio (Polystyrene/air) for 10 MV X-ray circular fields. $\Delta = 10$ keV.

Radius[cm] Depth	$(\bar{L}/\rho)_{\text{polystyrene,air}}$ for 10 MV X-ray						
	0	2	4	6	8	10	15
0 - 2 cm	1.091	1.104	1.111	1.115	1.117	1.119	1.121
2 - 4	1.090	1.106	1.114	1.118	1.120	1.121	1.122
4 - 6	1.089	1.107	1.115	1.119	1.121	1.122	1.123
6 - 8	1.088	1.107	1.116	1.119	1.121	1.122	1.124
8 - 10	1.086	1.108	1.116	1.120	1.122	1.123	1.124
10 - 12	1.085	1.108	1.117	1.120	1.122	1.123	1.124
12 - 14	1.085	1.108	1.117	1.120	1.122	1.123	1.124
14 - 16	1.083	1.108	1.117	1.120	1.122	1.123	1.124
16 - 18	1.082	1.107	1.117	1.120	1.122	1.123	1.124
18 - 20	1.081	1.107	1.117	1.120	1.122	1.123	1.124
20 - 22	1.079	1.107	1.117	1.120	1.122	1.123	1.124
22 - 24	1.079	1.106	1.116	1.120	1.122	1.123	1.124
24 - 26	1.077	1.105	1.115	1.119	1.121	1.123	1.124
26 - 28	1.076	1.103	1.114	1.118	1.121	1.122	1.123
28 - 30	1.075	1.099	1.111	1.116	1.118	1.120	1.122

を起こして、1次散乱光子よりエネルギーが更に低い2次、3次の散乱光子が質量阻止能比に影響しているものと思われる。

より正確な吸収線量の測定、計算を行うためには、多重散乱を考慮した2次電子スペクトルに基づいた質量阻止能比を用いた方がよい。

5. 結 論

Monte Carlo 法を用いて10 MV X線についての、水、アクリル、ポリスチレンの空気に対する質量制限阻止能比を調べた。

入射1次線と物質との相互作用で生じる2次電子のみによる電子スペクトルから計算した質量制限阻止能比は、AAPM プロトコルに示された値と0.5%以内でよく一致した。しかし、円形照射野において多重散乱を考慮した2次電子スペクトルに基づいて得られた質量制限阻止能比は、照射野半径、深さによって変化し、AAPM の値と最大2%以上の差異が見られた。

正確な吸収線量の測定、計算には、多重散乱線を考慮した2次電子スペクトルに基づく質量制限阻止能比を用いた方がよい。

文 献

- 1) Task Group 21, Radiation Therapy Committee, AAPM: A protocol for the determination of absorbed dose from high-energy photon and electron beams. Med. Phys., **10**(6), 741-771, (1983).
- 2) 日本医学放射線学会物理部会：放射線治療における高エネルギーX線および電子線の吸収線量の標準測定法。通商産業研究社、(1986)。
- 3) 川島勝弘，星野一雄，平岡武：放射線治療のための線量測定，その3．空洞電離箱による吸収線量の測定。放治システム研究，**3**(1)，27-36，(1986)。
- 4) 川島勝弘，尾内能夫：放射線医学大系34，放射線物理学。中山書店、(1984)。
- 5) ICRU: Report 37, Stopping powers for Electrons and Positrons. ICRU, Wasington D.C., (1984)。
- 6) ICRU: Report 14, Radiation dosimetry, X-rays and gamma rays with maximum photon energies between 0.6 and 50 MeV. ICRU, Washington D. C., (1969)。

- 7) Cunningham JR, Schulz RJ : On the selection of stopping-power and mass energy-absorption coefficient ratio for high-energy x-ray dosimetry. *Med. Phys.*, **11**(5), 618-623, (1984).
- 8) Schiff LI : Energy-angle distribution of thin target bremsstrahlung. *Phys. Rev.*, 252-253, (1951).
- 9) 加藤秀起 : Monte Carlo 法を用いた体内散乱線の解析(^{60}Co 照射時の 2 次電子スペクトル). *日放技字誌*, **43**(1), 17~27, (1987).
- 10) Kijewski PK, Bjärngard BE, Petti PL : Monte Carlo calculation of scatter dose for small field sizes in a ^{60}Co beam. *Med. Phys.*, **13**(1), 74-77, (1986).
- 11) Webb S, Parker RR : A Monte Carlo study of the interaction of external X-radiation with inhomogeneous media. *Phys. Med. Biol.*, **23**(6), 1043-1059, (1978).
- 12) Hubbell JH : Photon cross sections, attenuation coefficients, and energy absorption coefficients from 10 keV to 100 GeV. NSRDS-29. National Bureau of Standards. (1969).
- 13) Hubbell JH, Veigele WJ, Briggs EA, et al. : Atomic form factors, incoherent scattering functions and photon scattering cross sections. *J. Phys. Chem. Ref. Data.*, **4**(3), 471-538, (1975).