 原 著

Monte Carlo 法を用いた体内散乱線の解析 (密度尺度理論についての考察)

加 藤 秀 起

愛知医科大学附属病院中央放射線部

(論文受理 1987年12月14日)

(最終論文受理 1988年 6 月17日)

(Code No. 711)

Key words : Monte Carlo simulation, Inhomogeneous correction, Density scaling theorem.

ANALYSIS OF SCATTERED RADIATION IN AN IRRADIATED BODY BY MEANS OF THE MONTE CARLO SIMULATION —STUDIES ON THE DENSITY SCALING THEOREM—

HIDEKI KATO

Department of Radiological Technology, Aichi Medical University Hospital

(Article received, Dec., 14, 1987)

Summary

The density scaling theorem, which is based on 3D CT data, is applied to recent calculating algorithms for inhomogeneous correction in radiotherapy treatment planning.

Using the Monte Carlo method, we examined the accuracy of the density scaling theorem, when it was used to convert absorbed doses (primary doses and scattered doses) in several kinds of media into doses in water which is basis of the dose calculations.

Absorbed doses in media, which effective atomic number is the same as that of water, coincided with doses in water by means of the density scaling theorem with maximum error of 1%.

Absorbed doses in compact bone model, which effective atomic number is much larger compared with that of water, deviated from doses in water despite the conversion by the density scaling theorem.

However, subjoining the correction for ratio of mass attenuation coefficients of each medium with the density scaling theorem, doses in compact bone model coincided satisfactorily with that in water.

1. 緒 言

高エネルギー X 線・ γ 線照射における不均質補正計算

には種々の方法が発表されている^{1)~7)}。最近開発されているアルゴリズムでは、CT データから得られる 3 次元的な相対電子密度分布を基にした密度尺度理論 (Den-

sity scaling theorem) が、計算点の実効深、照射野の実効半径等の計算に応用されている²⁾⁻⁶⁾。不均質補正計算にこの密度尺度理論を適用するためには、厳密には、不均質物質の質量減弱係数 (μ/ρ) および質量エネルギー吸収係数 (μ_{en}/ρ) がともに線量計算の基準となる水と等しいという条件が必要である。

今回、密度および組成の異なるいくつかの均質モデルを考え、Monte Carlo 法を用いて各種物質中での吸収線量 (1 次線々量および散乱線々量) を計算し、それらについて密度尺度理論を適用して線量計算の基準となる密度 1 の水に対する線量に換算した場合の精度について調査、検討した。

2. 方 法

密度尺度理論 (以下スケーリングと書く) では、Fig. 1 左に示す相対電子密度 $\rho_e=1$ の物質 (水) において、深さ d 、照射野半径 r の P 点の吸収線量と、Fig. 1 右に示す相対電子密度 ρ_e の物質において、深さ d/ρ_e 、照射野半径 d/ρ_e の P' 点の吸収線量を等しいものとする。不均質補正計算では、この概念を不均質物質に適用し、相対電子密度 1 の水に換算した場合の各点の実効深および照射野の実効半径の計算に応用している。

Fig. 1 Schematic diagram to illustrate the density scaling theorem. For this theorem, the dose at P' is equal to the dose at P .

Monte Carlo 法を用いて Table 1 に示した各物質内における円形照射野線束中心での吸収線量を、1 次線々量と散乱線々量に分けて計算し、各照射野半径、各深さでの値をスケーリングを応用して密度 1 の水に対する値に換算したものと、実際の水について求めた値とを比較した。(密度 0.5, 2.0 の水は、通常状態では存在しない物質であるが、密度の異なる同一物質間でのスケーリングが正しいことを確認するために、計算対象とした。)

シミュレーションの方法は、散乱・1 次線量比等に関

Table 1 Objective media for this Monte Carlo study on the density scaling theorem.

Medium	Density [g/cm ³]	Electron density [1/cm ³]	Relative electron density ρ_e	Effective atomic number Z_{eff}
Water	1.00	3.34×10^{23}	1.000	7.42
Water	0.50	1.67×10^{23}	0.500	7.42
Water	2.00	6.68×10^{23}	2.000	7.42
Carbon	2.25	6.77×10^{23}	2.027	6.00
Polyethylene	0.94	3.23×10^{23}	0.967	5.44
Compact bone	1.85	5.55×10^{23}	1.662	13.80

して報告した先の論文⁸⁾⁻⁹⁾ とほぼ同じである。30/ ρ_e cm 立方の各物質ファントムモデルの上面中央にペンシルビームで $^{60}\text{Co}\gamma$ 線、10 MV X 線を入射させ、その行跡を追った。そして各ファントム内に設定した線束を中心軸として内径と外径の差 2/ ρ_e mm、厚さ 2/ ρ_e mm の各リング状容積内に 1 次線および散乱線によって付与されるエネルギー量をそれぞれカウントした。それらのデータから重ね合わせ原理により、各物質における円形照射野線束中心軸上での吸収線量 (1 次線々量、散乱線々量) を計算した。照射野半径 r 、深さ d に対して、密度 1 の水について得られた線量 $D(d, r)$ と、密度 1 の水以外の物質について得られた線量をスケーリングを適用して相対電子密度を 1 に変換した値 $D(d/\rho_e, r/\rho_e)$ を比較しその精度を調べた。

入射させた $^{60}\text{Co}\gamma$ 線および 10 MV X 線のエネルギースペクトル、計算プログラムの概要は先の論文⁸⁾⁻¹²⁾ とほぼ同じである。光子と各物質との相互作用の断面積等は、J.H. Hubbell のデータ¹³⁾ を、2 次電子の各物質中での csda 飛程は ICRU 37 のデータ¹⁴⁾ を用いた。

コンピュータは、愛知医科大学情報処理センターの HITAC M-260H を Fortran77 を用いて利用した。計算で処理したヒストリー数は $^{60}\text{Co}\gamma$ 線、10 MV X 線それぞれ 250 万個である。

3. 結 果

Table 1 に示した物質の中で、密度 (相対電子密度) を 0.5 および 2.0 とした水については、スケーリングを適用して密度を 1 に換算した照射野半径、深さでの吸収線量は、密度 1 の水モデルで計算した値と、当然のことながら、ほぼ完全に一致した。また、実効原子番号 (Z_{eff}) が水の値と同程度の炭素、ポリスチレンに関しても、ス

ケーリングにより密度 1 の水の値と 1 次線々量, 散乱線々量ともに最大でも 1 % 以下の差異でよく一致した。実効原子番号が水に比べてかなり大きい Compact bone モデルで計算された値については, スケーリングを行っても密度 1 の水の値と 1 次線々量, 散乱線々量ともに有意差が生じた。以下 Compact bone の吸収線量と密度 1 の水の吸収線量の比較という形で結果を述べてゆく。

1 次線々量のみを比較を Fig. 2 に示す。横軸は深さ, 縦軸は 1 次線のみによる組織・1 次線量比⁹⁾ (Tissue-Primary dose ratio) TPDR ($d, 0$) である。 ^{60}Co γ 線, 10 MV X 線それぞれ実線が水の値を, 点線がスケーリングを適用し相対電子密度を 1 に換算した深さに対する Compact bone の値を表す。(以下同じ) ^{60}Co γ 線, 10 MV X 線ともに深くなるに従って差異が大きくなり, 10 cm 以上の深さでは約 2 ~ 3 % Compact bone の値が小さくなっている。

Fig. 2 Graph showing primary doses (TPDR($d, 0$)) on the beam axis for ^{60}Co γ -ray and 10 MV X-ray. Solid line: in water; Dotted line: in compact bone (scaled).

深さ 10 cm の線束中心における散乱線々量のみを比較を Fig. 3 a (^{60}Co γ 線), b (10 MV X 線) に示す。横軸は照射野半径, 縦軸は散乱・1 次線量比⁹⁾ (Scatter-Primary dose ratio) SPDR (10, r) である。1 次散乱線々量のみ, および全散乱線々量で比較した。 ^{60}Co γ 線, 10 MV X 線ともに 1 次散乱線々量の値では両者は非常によく一致しているが, 多重散乱線を含んだ全散乱線々量では照射野半径が大きくなると 1 ~ 1.5% の差異が生じている。また, 深さの変化に対しては, 深くなるほど両者間の相対誤差は小さくなる傾向にあり, 20 cm 以上の深さでは, 特に 10 MV X 線においては Fig. 3 に見られるようなはっきりとした差異は見られなかった。

Fig. 3 Graph showing scattered doses (SPDR (10, d)) on the beam axis at a depth of 10 cm for ^{60}Co γ -ray (a) and 10 MV X-ray (b). Solid line: in water; Dotted line: in compact bone (scaled).

Fig. 4 に照射野半径 5 cm の円形照射野線束中心軸上における TPDR ($d, 5$) の比較を示す。全体的に 1 次線々量の差に比べて散乱線々量の差が小さいため, Fig. 2 に示した 1 次線々量の両者間の差が, ほとんどそのまま現れているように見られる。照射野半径を変えて比較しても, 両者間の相対誤差はさほど変化しなかった。

4. 考 察

放射線治療領域で用いられる高エネルギー光子と物質との相互作用は Compton 散乱が主であり, また Compton 散乱断面積は電子密度にほぼ比例するという理由から, 相対電子密度を基にしたスケーリング (密度尺度理論) が不均質補正計算に応用されている。

質量減弱係数および質量エネルギー吸収係数が同じ物, つまり全く同じ物質間であれば, その密度が異なっても

Fig. 4 Graph showing tissue-primary dose ratios on the beam axis of a circular field (radius=5 cm) for ^{60}Co γ -ray and 10 MV X-ray. Solid line: in water; Dotted line: in compact bone (scaled).

スケールリングを使って、互いの密度における線量に換算できることが密度を変化させた水モデルを例にして確かめられた。また、実効原子番号が水の値に近い物質では、スケールリングを使って近似的に水における線量に換算できることも確認された。しかし、実効原子番号が水の値と比べてかなり大きな Compact bone については、スケールリングを行っても水の値とは有意差が生じることが分かった。

Compact bone の吸収線量がスケールリングを用いても水の線量と有意差が生じるのは、両者の光電効果、Compton 散乱、電子対生成の各相互作用断面積の差および光子エネルギーに対する各断面積の相対比の違いが無視できないことと、密度 ρ と相対電子密度 ρ_e の違いによるものと考えられる。

水および Compact bone に対する質量減弱係数 μ/ρ 、質量エネルギー吸収係数 μ_{en}/ρ を比較してみると、約 200 keV を境に、それ以下のエネルギーに対しては Compact bone の方が μ/ρ 、 μ_{en}/ρ ともに大きく、約 200 keV 以上のエネルギーに対しては逆に水の値の方が大きくなる。約 200 keV 以下のエネルギーで Compact bone の値が大きいのは光電効果によるもので、Compton 散乱の断面積のみを比較すると全エネルギーにわたって水の値の方が大きい。したがって、Compton 散乱が主となる ^{60}Co γ 線エネルギーおよび 10 MV X 線エネルギーに対する 1 次線々量は、密度を 1 に換算した Compact bone と水を比較すると、同じ深さにおいては Compact bone の方が理論上大きいことになる。しかし、

今回のシミュレーションでの 1 次線々量のみによる比較では、全体的に水の値の方が大きくなっている (Fig. 2)。これはスケールリング操作の基準としているものは密度 ρ ではなく、相対電子密度 ρ_e であるためである。Fig. 2 のデータのスケールリングを密度 ρ を基にして行った場合、理論計算どおり全体的に Compact bone の値が大きくなる。つまり、Compact bone と水との間にスケールリングを適用する場合、1 次線々量に関しては密度 ρ 、相対電子密度 ρ_e のいずれを用いても両者の値をうまく一致させることはできない。

Fig. 2 の 1 次線々量 (TPDR(d , 0)) の相対誤差を小さくするために、次のような質量減弱係数補正 $k(d, q)$ を考え、Compact bone の値に対してこの補正を行った。

$$k(d, q) = \frac{\exp\{-(\mu/\rho)_{\text{bone}, q} \cdot d\}}{\exp\{-(\mu/\rho)_{\text{water}, q} \cdot d\}}$$

ここで、 $(\mu/\rho)_{\text{bone}, q}$ 、 $(\mu/\rho)_{\text{water}, q}$ は光子エネルギー q に対する Compact bone、水の質量減弱係数、 d は相対電子密度を 1 に換算した深さである。(10 MV X 線に対する μ/ρ の値は実効エネルギーを計算し近似的に求めた) スケールリングに加えて質量減弱係数補正を行った結果を Fig. 5 に示す。Fig. 2 に比較して、両者間の相対誤差はかなり小さくなり、特に ^{60}Co γ 線において、ほとんど差がなくなっているのが分かる。

Fig. 5 Graph showing primary doses (TPDR(d , 0)) on the beam axis. Solid line: in water; Dotted line: in compact bone (scaled and corrected by ratio of mass attenuation coefficients).

Fig. 4 に示した半径 5 cm の円形照射野線束中心軸上での吸収線量 (TPDR(d , 5)) の比較において、1 次線々量にのみ上記の質量減弱係数補正 $k(d, q)$ を追加してみた。その結果を Fig. 6 に示す。Fig. 4 に比べて両者間の

相対誤差はかなり小さくなった。スケール単独の場合の、全体的に散乱線々量の誤差は1次線々量の誤差に比べて小さい、という結果から考えても、1次線々量にのみ質量減弱係数補正を行えば、吸収線量全体としても充分な精度を得ることができると思う。

Fig. 6 Graph showing tissue-primary dose ratios on the beam axis of a circular field (radius=5 cm). Solid line: in water, Dotted line: in compact bone (scaled and corrected by ratio of mass attenuation coefficients).

上述の質量減弱係数補正式は、はっきりとした理論に基づくものではなく、あくまで専断的なものではあるが、不均質補正計算には充分利用できるものと考えらる。

5. 結 論

Monte Carlo 法を用い、各種物質中での吸収線量に密度尺度理論を適用して線量計算の基準となる密度1の水に対する線量に換算した場合の精度について調べた。

実効原子番号が水と同程度の物質については、1次線々量、散乱線々量とも水の値とよく一致した。

実効原子番号が水に比べてかなり大きな Compact bone では、1次線々量、散乱線々量ともに、水の値とは差異が生じた。しかし、1次線々量の誤差に比べて散乱線々量の誤差は少なく、1次線々量にのみ密度尺度理論に加えて質量減弱係数補正を行うと、Compact bone での吸収線量も精度よく水に対する線量に換算できることが分かった。

本論文の要旨は第15回日本放射線技術学会秋季学術大会において発表した。

文 献

1) ICRU: Report 24, Determination of absorbed

dose in a patient irradiated by beams of X or gamma rays in radiotherapy procedures. ICRU, Washington DC, (1976).

- 2) Sontag MR, Cunningham JR: The equivalent Tissue-Air Ratio method for making absorbed dose calculations in a heterogeneous medium. *Radiology*, **129**, 787-794, (1978).
- 3) Wong JW, Henkelman RM: A new approach to CT pixel-based photon dose calculations in heterogeneous media. *Med. Phys.*, **10**, 199-208, (1983).
- 4) Boyer AL, Mok EC: Calculation of photon dose distributions in an inhomogeneous mediums using convolutions. *Med. Phys.*, **13**, 503-509, (1986).
- 5) Mohan R, Chui C, Lidofsky L: Differential pencil beam dose computation model for photons. *Med. Phys.*, **13**, 64-73, (1986).
- 6) 岩崎 晃, 石戸俊雄: 密度尺度理論に基づいた微分 SAR 式および微分 BSF 式を用いた不均質体内の線量を算出する方法. *日医放会誌*, **44**(3), 503-516, (1984).
- 7) Purdy JA, Wong JW, Harms WB: New development in three dimensional radiotherapy treatment planning. *放治システム研究*, **3**(1), 1-25, (1986).
- 8) 加藤秀起: Monte Carlo 法を用いた体内散乱線の解析 (Scatter-Primary Dose Ratio). *日放技学誌*, **43**(10), 1513-1518, (1987).
- 9) 加藤秀起: Monte Carlo 法を用いた体内散乱線の解析 (10 MV X線の散乱・1次線々比). *日放技学誌*, **44**(1), 18-22, (1988).
- 10) 加藤秀起: Monte Carlo 法を用いた体内散乱線の解析 (⁶⁰Co 照射時の2次電子スペクトル). *日放技学誌*, **43**(1), 17-23, (1987).
- 11) 加藤秀起: Monte Carlo 法を用いた体内散乱線の解析 (10 MV X線に対する質量制限阻止能比). *日放技学誌*, **43**(6), 672-678, (1987).
- 12) 加藤秀起: Monte Carlo 法を用いた体内散乱線の解析 (各次散乱線成分の相対比). *日放技学誌投稿中*.
- 13) Hubbell JH: Photon cross sections, attenuation coefficients, and energy absorption coefficients from 10 keV to 100 GeV. NSRDS-29, National Bureau of Standards, (1969).
- 14) ICRU: Report 37, Stopping powers for electrons and positrons. ICRU, Washington DC, (1984).