原 著

Wienerスペクトルの数式モデルとTexture解析との接点

若松孝司・岡田弘治¹⁾・佐野敏也・安西住夫・藤原文彦・福本真司

論文受付
1996年8月12日

論文受理
1996年11月21日

Code No.520

国立療養所刀根山病院放射線科

1)近畿大学医学部附属病院中央放射線部

1. 緒 言

Texture解析の一つとして、信号のパワースペクトルの一次モーメントとRMS (root mean square) を求めて評価する方法¹⁾があるがシステム全体の雑音レベルに近い低いコントラストの信号を取り扱う様になるとそれなりの問題が生じてくるものと予測される。

J. Morishitaら²⁾によって、間質性肺炎等のコンピュータ診断支援システム(CAD)のtexture解析における問題点に関する報告がなされている。そこで明らかにされていることは、診断の難しい低コントラストの病巣の領域についてのtexture解析に通常用いられる出力信号のパワースペクトルの一次モーメントとRMS値に

おいて前者は、X線写真の濃度依存性をもたないが、後者が濃度(D)に依存して上昇し変化することが診断支援システムの検出精度を低下させていることの最新の事実である。現在、RMS値の濃度依存性を除去するために、増感紙・フィルムシステムの特性曲線より求めた階調度 $G(D)$ で出力信号のRMS(D)値を割ることによって、 $RMS(R)=RMS(D)/G(D)\log_{10}e$ を求めて入力側の相対露光量(相対照射線量: R)のRMS(R)値に戻して比較する方法が提案されている。しかし、この方法でも中濃度領域においてRMS(R)は、ほぼ一定になるが低濃度と高濃度領域においてRMS(R)値が上昇することが指摘されている。最終的には、RMS(R)値

Junction of a Mathematical Model of Wiener Spectrum and Texture Analysis

TAKASHI WAKAMATSU・HIROHARU OKADA¹⁾・TOSHIYA SANO・SUMIO ANZAI
FUMIHIKO FUJIWARA and MASAJI FUKUMOTO

Department of Radiology, National Toneyama Hospital

1)Department of Radiology, Kinki University Hospital

Received Aug.12,1996; Revision accepted Nov.21,1996; Code No.520

Summary

A computer-assisted diagnosis (CAD) system has been developed by Katuragawa S, Morishita K, Doi K, et al. for the automated detection and characterization of interstitial infiltrates based on the Fourier transformation of lung texture.

The root-mean-square (RMS) variations and the first moments of power spectra correspond to the magnitude and coarseness of texture.

They indicated that RMS variation was dependent upon the average optical density, though no obvious trend existed for the first moment of power spectrum of texture.

We therefore tried to investigate the results by using the mathematical model of the Wiener spectrum of the radiographic screen-film system and the virtual power spectrum of texture for simulating performances of the RMS variation and the first moment.

The results of the simulated investigation suggested that the amounts of information model of signal to noise ratio are as useful as the RMS variations of power spectra in texture analysis.

Key words: Texture, Root-mean-square, First moment, Wiener spectrum, Amount of information

に補正係数を掛けて $RMS(R)$ 値の濃度依存性を除去して、この原因はまだ判明してなくてレーザスキャナの雑音も含めたシステム雑音によるものであると考えているという報告がなされている。従来より、著者らは、X線写真におけるtexture解析と $NEQ(u)$ (雑音等価量子数)解析とは接点をもっていると考えてきた。現在、texture解析は、前述した様に低コントラストの出力信号に対して行われるようになってきている。しかも対象とするものは背景の平均濃度を差し引いた(トレンド処理)濃度の信号である。 $NEQ(u)$ で取り扱うのはもともと背景濃度を差し引いた低コントラストの濃度の出力信号のパワースペクトルと背景濃度の粒状雑音のWienerスペクトルとの比である^{3,4}。

著者らは濃度域にわたる $NEQ(u)$ の様相を理論的に考察するために粒状雑音のWienerスペクトルの数式モデル^{5,6}とその応用を発表したが、その手法を用いて、前述した、texture解析の理論的な追試を行うとともに問題点の解決の糸口を見つけるための手段になるものと考えた。その一つの手段としてC.E Shannonらが提唱した信号の強さと形状をも考慮した信号対雑音比を用いた情報量(amount of information)^{7,8}による方法を提言し報告を行う。

2. 方 法

論義を簡単にするために解析の場を二次元等方性として空間的に一次元の信号および雑音を考える。ここでは読み取りシステムの雑音は考慮しない事にする。

増感紙フィルム系の粒状雑音のみに注目して、Wienerスペクトルの濃度域にわたる数式モデルは次式である。

$$\begin{aligned} W(u, D) \\ = (1/R)(\log_{10} e)^2 G^2(D)(Q+T)MTF^2(u) \\ + (\log_{10} e) a D J^2(u) \quad \cdots \cdots \cdots (1) \end{aligned}$$

ここに、第1項は、スクリーンモトルで量子雑音と増感紙構造雑音によるWienerスペクトルである。

第2項は、フィルムの粒状雑音によるWienerスペクトルである。

$$J(u) = J_1(2\pi bu)/2\pi bu$$

J_1 : 第1種1階Bessel関数

u : 空間周波数

$G(D)$: 階調度

b : フィルムの黒化銀の平均投影面積の半径

D : 濃度

a : πb^2 (黒化銀粒子の実効投影面積)

Q : 量子雑音因子定数

T : 増感紙構造雑音因子定数

R : 相対照射線量

$MTF(u)$: 増感紙フィルム系のMTF

トレンド処理されたtexture出力信号のみの濃度のパ

ワースペクトルを $P^2(u, D)$ とすると粒状雑音を含んだ全体の出力信号のパワースペクトル $U^2(u, D)$ は、次式である。

$$U^2(u, D) = P^2(u, D) + W(u, D) \quad \cdots \cdots \cdots (2)$$

texture解析ではフィルムの現像むらの低周波領域の雑音や高周波領域の粒状雑音を抑制するために帯域フィルタを掛けるのでこれを $L^2(u)$ とすれば、処理される最終の出力信号は、 $U^2(u, D)L^2(u)$ である。

出力信号のパワースペクトルの一次モーメントを $M(D)$ として $RMS(D)$ および $RMS(R)$ を求める。

$$\begin{aligned} M(D) \\ = \int_0^\infty U^2(u, D)L^2(u)u du / \int_0^\infty U^2(u, D)L^2(u) du \\ \cdots \cdots \cdots (3) \end{aligned}$$

$$RMS(D) = \left\{ \int_0^\infty U^2(u, D)L^2(u) du \right\}^{1/2} \quad \cdots \cdots (4)$$

$$RMS(R) = RMS(D)/G(D)\log_{10} e \quad \cdots \cdots \cdots (5)$$

texture解析を行う場合は、何百枚ものX線写真について測定をして $M(D)$ および $RMS(D)$ について平均を求めて判定のための基準値を設定する。したがって、基準となる雑音の期待値は、 $W(u, D)$ に収束する。多くの標本から得られる基準となるtextureの平均出力信号の値を一般化して、白色Gauss入力信号の出力と仮定する。しかも、そのRMS値が雑音レベルに近い値を考えて次式を仮定する。

$$\begin{aligned} P^2(u, D) \\ = s(\log_{10} e)^2 G^2(D)(Q+T)MTF^2(u) \quad \cdots \cdots (6) \end{aligned}$$

ただし、 $s: 0, 1, 2, 3, 4, 5 \cdots \cdots$ (信号強度に対応する)。

これは、濃度1.0におけるスクリーンモトルのWienerスペクトルを信号の一種として利用したものである。

帯域フィルタ $L(u)$ には通常、人の視覚系のMTFが使用されるが、ここでは生データの形を残すために視覚系の帯域を考えて、0.1から6 cycles/mmまでの矩形波の帯域フィルタとする。

情報量 $AI(D)$ は次式で与えられている。

$$\begin{aligned} AI(D) \\ = \log_2 \left(RMS(D)/RMS(D)_{s=0} \right) \text{ bits} \quad \cdots \cdots (7) \end{aligned}$$

BRH(Bureau of Radiological Health)の報告集を基に増感紙フィルム系のWienerスペクトル $W(u, D)$ とフィルムのみWienerスペクトルそして特性曲線および階

調度 $G(D)$ は、増感紙フィルム系Lanex Fine/OGの数値データを利用して、 $M(D)$ 、 $RMS(D)$ 、 $RMS(R)$ 、補正係数 $CF(D)$ および $RMS(R)$ と補正係数との積 $RMS(R)CF(D)$ を計算し検討を加える。

そして併せて、C. E Shannonらが提言する情報理論に基づいて情報量を計算して検討を行うこととする。

3. 結果

BRHによる報告⁶⁾の濃度1.0におけるWienerスペクトルの数値データをもとに濃度域にわたるWienerスペクトルを(1)式によりシミュレートした。用いた数値データは、Kodak社の増感紙Lanex FineとフィルムOGとの組合せシステムである。各物理特性の数値データに対して多項式による当てはめを行いグラフ化を行った。

Fig.1は、左がLanex Fine/OGの特性曲線で右がその階調度曲線である。例として、図から濃度1.0で比露光値16.87と階調度2.35そして濃度2.0で比露光値39.81と階調度2.60等が得られる。

Fig.2は、Lanex Fine/OGのMTFを示す。

Fig.3は、濃度1.0におけるWienerスペクトルのグラフである。BRHのWienerスペクトルの数値データは透過率の出力として示されており、出力数値に $(\log_{10}e)^2$ を掛けたものが拡散光濃度の出力値になると報告されているので縦軸の値は、これにしたがって表している。

上の曲線(1)がX線写真モトルのWienerスペクトルで、下の曲線(2)が光露光によるOGのフィルムだけの粒状度のWienerスペクトルである。X線写真モトルのWienerスペクトルの値からフィルムのWienerスペクトルを引いたものが(1)式の第1項のスクリーンモトルのWienerスペクトルである。これをもとにして(1)式により濃度域にわたりシミュレートしたものがFig.4

Fig. 2 MTF of Lanex Fine with OG film obtained with BRH's published data values. (Quoted from reference 6.)

のWienerスペクトルである。

Lanex Fine/OGのスクリーンモトルのWienerスペクトルをMTFの2乗で割ったものがFig.5である。これは(1)式の第1項の定数部 $(\log_{10}e)^2(Q+T)G^2(1.0)$ に相当し、周波数に対してほぼ一定である。したがって、(1)式の第1項の正当性が実測値からも裏付けられている。

白色Gauss信号の出力として、濃度1.0におけるスクリーンモトルのWienerスペクトルを使用して(6)式のもとに濃度域にわたる出力信号を算出して(3)、(4)、(5)式の値を求めたものがFig.6の出力濃度信号のパワースペクトルの一次モーメント $M(D)$ 、Fig.7のRMS値 $RMS(D)$ そしてFig.8の相対照射線量におけるRMS値 $RMS(R)$ である。

Fig.6において、一次モーメントは濃度と共にやや上昇しているが、その範囲は1 cycle/mm以内に収まっている。雑音に加えられた信号の大きさが1倍、2倍、3倍となるにしたがって一定になる傾向にあり、一定な領域も広く値が低下して低周波の方にシフトしている。

Fig.7において、 $RMS(D)$ は濃度と共に大きく上昇していて信号強度が増加するほどこの傾向が強くなり、高濃度域で一定になるか低下する傾向にある。

Fig.8において、 $RMS(R)$ は低濃度域で急激に低下して中濃度域でやや一定となり高濃度域で再び直線的な上昇がみられる。信号強度が増加するほど値が大きくなり中濃度域

Fig. 1 H & D and gradient curves of Kodak OG film obtained with BRH's published experimental data values. (Quoted from reference 6.)

Fig. 3 Wiener spectra of Kodak Lanex Fine screen with OG film and granularity of OG film obtained with BRH's published experimental data values at 1.0 of optical density. (Quoted from reference 6.)

での一定性が増す。

さらに信号強度が増加すると一定性が増すとともに範囲も広くなる傾向にある。

Fig.9は補正係数 $CF(D)$ の曲線を示す。Fig.8における $RMS(R)$ の4本の曲線の平均をとり、その逆数を正規化したものである。実際のデータは雑音により各曲線の値の回りにGauss分布するからである。

Fig.10は、Fig.8における各 $RMS(R)$ 曲線にFig.9の補正係数を掛けた結果の修正済みの曲線を示す。補正された結果は濃度のほぼ全域にわたって平坦化された値になっている。

Fig.11は、今回著者らが導入した、信号と雑音の和のRMS値を雑音のRMS値($s=0$)で割った信号対雑音比

Fig. 5 Value of the Wiener spectrum of screen mottle divided by the square of MTF of Lanex Fine with OG film.

を情報量(bits)として表した曲線である。濃度域にわたって比較的平坦な値を示しており、決められた基準値(ここでは、0 bitの直線)とも比較検定しやすい傾向をもっている。

4. 考 察

Wienerスペクトルの数式モデルの(1)式の第1項(スクリーンモトル)を $MTF^2(u)$ で割ったものは定数となるが、これはFig.5の実測値の結果にほぼ一致している。第1項が相対露光量に反比例することは、量子モトルについてはRossmann¹⁰によって与えられている。構造モトルについては増感紙の蛍光体中の分子のPoisson分布を仮定することにより導かれている。第2項のフィルムの粒状度が濃度に比例することはBurnsによっても報告されている⁵。

Fig.6の $M(D)$ について(1)、(6)式からわかるように(3)式の分母および分子の項は、それぞれが $G(D)$ および R の項を含んでいるので D の変化に対して大きく変化するがその比となる $M(D)$ そのものは D の変化に対してあまり変化しない。

緩やかであるが全体的に D の増加に対して $M(D)$ が増加するのは、スクリーンモトルやtexture信号のスペクトルに対してフィルムの粒状度のスペクトルの高周波成分の影響が濃度 D とともに増加していくためである。

texture信号の強度が増加すると $M(D)$ は、texture信号のスペクトルによって決定されるようになるので一定性が増してくる。

Fig. 4 Simulated Wiener spectra of radiographic mottle as a function of optical density. (Quoted from reference 6.)

Fig. 6 Optical density dependence on the first moment of the simulated power spectrum.

Fig. 7 Optical density dependence on the RMS variation of the simulated power spectrum.

Fig. 8 Optical density dependence on the RMS variation of the simulated power spectrum in terms of relative exposure, which is calculated after the gradient correction.

Fig. 9 The correction curve for the simulated radiographic mottle noise, which was determined by an inverse of the average curve of simulated RMS variation, as shown in Fig. 8.

低濃度の領域で $M(D)$ が増加しているのはtexture信号のパワースペクトルは $G^2(D)$ に比例し、スクリーンモトルのWienerスペクトルは $G^2(D)/R$ に比例しているため低濃度域では $G(D)$ が殆ど0に近い急速に減少する。一方、フィルムの粒状度は、 D に比例するので比較的緩やかに減少するために全体としてフィルムの粒状度の高周波成分の影響が大きくなるためと考えられる。

Fig.7の $RMS(D)$ について分散 $RMS^2(D)$ とにおいて考えれば、雑音のみについて(1)式よりスクリーンモトルは $G^2(D)/R$ に比例して、そしてフィルムの粒状度は D に比例して増加する。ここで重要なことは高濃度領域でフィルムの粒状度を無視できなくなることであり、信号強度が雑音に対して大きくなると信号のRMSは $G(D)$ に比例して増加するので $RMS(D)$ は階調度曲線に近づいて行く。

Fig.8において雑音のみの場合(1)式に置き直して考えると $RMS(R)$ に対応するWienerスペクトルは次式となる。

$$W(u, D)/G^2(D)(\log_{10} e)^2 \\ = (1/R)(Q+T)MTF^2(u) \\ + aDJ(u)/G^2(D)\log_{10} e \dots\dots\dots (8)$$

(8)式において、ここでは濃度1.0の時 $R=1.0$ としているので1.0より低い濃度方向にスクリーンモトルの第1項は $1/R$ に比例して増加する。フィルムの粒状度の第2項は、もともとスクリーンモトルに対して比較的小さいが濃度が高い領域で雑音全体に対する寄与率が大きくなり高濃度領域でRMS値が上昇する。中濃度領域ではスクリーンモトルとフィルムの粒状度との作用により濃度の変化に対して一定性がみられる。

信号(6)式は、 $P(u, D)/G^2(D)(\log_{10} e)^2 = s(Q+T)MTF^2$

Fig. 10 Optical density dependence on the RMS variation in terms of relative exposure, which was calculated after the gradient and radiographic mottle noise corrections.

(u)となるので全く濃度の変化に対して一定となる。したがって信号強度が増加すると、 $RMS(R)$ そのものが高くなるとともに中濃度領域の一定性が増すが低濃度領域と高濃度領域での $RMS(R)$ の上昇の傾向は、雑音の加法性によりなお残るものと考えられる。

つぎに、補正係数 $CF(D)$ が導出された過程を見てみると

$$CF(D) = 1/CF_{\min} \sum_0^s RMS(R)/(s+1) \quad \cdots \cdots (9)$$

ここで、 $CF_{\min}$ は、 $\sum_0^s RMS(R)/(s+1)$ の最小値で $CF(D)$ の正規化のための係数である。

$RMS(R)$ と $CF(D)$ の積を求めると次式になる。

$$\begin{aligned} RMS(R)CF(D) &= \\ RMS(R)/G(D) \log_{10} e & \\ /CF_{\min} \sum_0^s RMS(D)/(s+1)G(D) \log_{10} e & \\ = RMS(D)/CF_{\min} \sum_0^s RMS(D)/(s+1) & \\ = RMS(D)/RMS(D)_{s=0} & \\ /CF_{\min} \sum_0^s RMS(D)/(s+1)RMS(D)_{s=0} & \cdots (10) \end{aligned}$$

(10)式より結果的に $RMS(R)$ に補正係数 $CF(D)$ を掛けることは出力側の濃度領域で $RMS(D)$ を処理する事ができるばかりでなく結果的に相対的な信号対雑音比を求める事に帰着できるものと考えられる。

統計的に $CF(D)$ を求める事は、ある増感紙フィルムシステムが選択された場合にそのシステムを固定化して膨大な数のデータを必要とするはずである。その間、その施設ではシステムが固定化されて新しい進化

Fig. 11 Optical density dependence on the amount of information in terms of density output, which was calculated by means of the RMS variation of the simulated power spectrum and the mathematical model of the Wiener spectrum.

したシステムの導入が困難になるものと考えられる。

したがって、なるべく少ない数のデータを用いる事により、速やかに検定のための指標を求められるようにする工夫が必要であると思われる。

その一つの方法としてシステムの基本的な雑音を濃度域にわたって測定するか、雑音モデルの構築を行うことである。すなわち、実測値や雑音モデルによる信号対雑音比を用いて、比較的少ない標本値からでも低濃度域の量子モトルや高濃度域のフィルムの粒状雑音による作用の抑制を比較的早期に行う事ができるものと考えられる。

信号の強さと信号の形状を考慮した最大の信号対雑音比による周波数領域における情報量 $i(u, D)$ は次式で与えられている¹¹。

$$\begin{aligned} i(u, D) &= (1/2) \log_2 \{ (U(u, D)/W(u, D)) \} \\ &= (1/2) \log_2 \{ [P(u, D)/W(u, D)] + 1 \} \text{ bits} \end{aligned} \quad \cdots \cdots (11)$$

したがって、周波数全域での情報量の総和 $I(D)$ は次式となる。

$$I(D) = \int_0^\infty i(u, D) du \text{ bits} \quad \cdots \cdots (12)$$

(7)式と(12)式よりSchwarzの積分不等式を用いて、明らかに次式が成立する¹²。

$$AI(D) \leq I(D) \quad \cdots \cdots (13)$$

したがって、 $I(D)$ を用いる方がより有用であると思われるが、今回は $RMS(D)$ や $RMS(R)$ による解析との比較のために $AI(D)$ の結果のみを表示した。

信号検出理論のなかで種々の信号対雑音比モデルが考案されているが、その中で信号の強さと形状をも問題にするtexture解析に少しでも合致するものとして情報量モデルの信号対雑音比を用いることは意義があるものと考えられる。Fig.11において各数値が統計的に処理し易い傾向をもって表示されている。中濃度領域でやや数値が全体として上昇しているが、これは増感紙フィルムシステムの信号検出の効率の良い領域であり、これは利用すべき特性であると考えられる。

5. 結 語

- 1) 放射線画像のtexture解析において信号のパワースペクトルの一次モーメントとRMS値が使用されているが、濃度域にわたるWienerスペクトルのモデル式を導出して計算によりその様相をシミュレートした。
- 2) その結果、texture解析の様相を良くシミュレートできたと同時にWienerスペクトルのモデル式の有用性が明らかになった。
- 3) 出力信号のパワースペクトルの一次モーメント $M(D)$ は比較的濃度依存性をもたないが、 $RMS(D)$ 値は濃度依存性をもつ。相対露光域における $RMS(R)$ 値は中濃度域で比較的安定するが低濃度域で濃度が減少するにつれて急激に上昇する。ま

た高濃度域で単調に増加する。

- 4) $RMS(R)$ の相対露光量(濃度)の依存性を抑制するために、全 $RMS(R)$ 値の平均の逆数を取り、これを正規化して補正係数を求め、これを $RMS(R)$ 値に掛けて補正を行うと比較的濃度依存性が除去された。しかし、これらの方法は結果的に濃度領域において相対的な信号対雑音比を求めることと同様であることが判明した。また、膨大なデータが必要であることも推察できた。
- 5) 放射線画像系において、濃度依存性をもつような現象を解析するに当たって濃度の関数としてのWienerスペクトルの数式モデルを構築して利用することは有意義である。
- 6) C. E Shannonらによる情報理論の適用として、今回情報量モデルの信号対雑音比を計算シミュレートしたところ実際に応用してみる価値があると推察できた。

謝 辞

この度、この論文の完成にあたりBRHの報告・文献(9)の数値データを使用させて頂きました。ここに改めて著者に厚く御礼申し上げます。

また、ご協力頂きました国立療養所宇多野病院放射線科の技師諸兄に厚く御礼申し上げます。

参考文献

- 1) Katsuragawa S, Doi K, MacMahon H, et al.: Image feature analysis and computer-aided diagnosis in digital radiography: Detection and characterization of interstitial lung disease in digital chest radiographs. *Med. Phys.*, **15**, 311-319, (1988).
- 2) Morishita J, Doi K, Katsuragawa S, et al.: Computer-aided diagnosis for interstitial infiltrates in chest radiographs: Optical-density dependence of texture measures. *Med. Phys.*, **22**, 1515-1522, (1995).
- 3) Dainty JC, Shaw R: *Image Science*. Academic Press, London, (1974).
- 4) 若松孝司, 伊藤慎三, 今出川和代, 他: スペクトルS/N比を用いた検出能による総合画像評価の増感紙・フィルム系への応用. *日放技学誌*, **40**(1), 20-27, (1984).
- 5) Burns GT: Radiographic mottle.: A comprehensive theory. *Med. phys.*, **9**(5), 19, 656-667, (1987).
- 6) 若松孝司, 岡田弘治: 増感紙フィルム系のWienerスペクトルの数式モデルとその応用. *日放技学誌*, **5**(2), 141-146, (1965).
- 7) Goldman S: *Information theory*. Prentice-Hall, New York, (1953). 関英雄(訳): 情報理論. 近代科学社, 東京, (1956).
- 8) 金森仁志: Information capacity of radiographic image, 放射線画像研究, **2**(7), 46-53, (1967).
- 9) Doi K, Holje G, Loo LN, et al.: MTFs and Wiener spectra of radiographic screen-film systems. HHS Publication FDA82-8187, (1982).
- 10) Rossmann K: Spatial fluctuation of x-ray quanta and the recording of radiographic mottle. *Am. J. Roentgenol.* **90**, 863-869, (1963).
- 11) Loo LND, Doi K, Metz CE, et al.: A comparison of physical image quality indices and observer performance in the radiographic detection of nylon beads. *Phys. Med. Biol.*, **29**(7), 837-856, (1984).
- 12) 若松孝司: Schwarzの不等式からみた各種S/N比モデルについて. *日放技学誌*, **43**(2), 146-151, (1987).