会期：平成 9 年10月31日
会場：奈良商工会議所会館

SPECT画像の周波数解析

大西英雄

滋賀医科大学医学部附属病院放射線部

Frequency Analysis of SPECT Images

Hideo Ohnishi

Department of Radiology, Shiga University of Medical Science

1. はじめに

核医学における放射性医薬品の開発やSPECT装置の進歩には目を見張るものがある。特に近年、SPECT処理装置の高速化に伴い精度の高いSPECT画像がより要求されている。SPECT画像自体に大きく影響する因子として、1)フィルタ処理¹⁾、2)吸収・散乱処理(TCT法²⁾やTEW法³⁾など)、3)部分容積効果⁴⁾などが考えられる。しかし、SPECT画像再構成の根幹を成しているフィルタ処理は、周波数空間で論じているにもかかわらず、実際は再構成されたSPECT画像を主観的に判断して評価しているのが現状である。そこで、基本に立ち戻って実空間の画像を周波数空間に誘い「画像と周波数」との関係を一元的な考え方から実際の実空間の二次元画像に置き換え二次元パワースペクトル分布から周波数空間での特徴を考察する。またその応用編として、テクスチャ解析の周波数解析法を利用してSPECT画像が持つ周波数分布を定量的に解析し、実際のSPECT画像の最適フィルタの評価に応用する。

2. 画像と周波数

一般にある入力波形(入力信号)は、一次元フーリエ変換を行うことにより周波数領域の信号に変換することができる。すなわち、入力信号を特定の周期関数(sin, cos等)で表現し、繰り返し数(周期)、強度(強さ)およびずれ(位相)等で表現する。そこで、周期および強度入力波形がどのような周波数成分から構成されて

いるかを調べることは、時間波形などの一次元信号処理・解析⁴⁾において重要な手段となっている。二次元信号である画像情報に対しても、濃淡情報の空間的な広がりに着目して空間周波数という概念を導入し、入力画像がどのような空間周波数成分から構成されているかを調べたり、空間周波数領域で種々の処理を施したりすることが可能となる。空間周波数は、単位長さ当たりの正弦波状(sin, cosなど)の濃淡変化の繰り返し回数を示すものである(Fig.1)。この考え方を二次元に応用すると、縦軸、横軸におおのx軸方向、y軸方向に対応した空間周波数 u 、 v をとった二次元平面(空間周波数領域)を用いて表現される⁵⁾。Fig.2は、空間的な濃淡の変化の様子と、対応する空間周波数を示したものである。(a)、(b)はx軸方向だけに二次元正弦波状の濃淡変化がある場合、(c)は斜め方向に二次元正弦波の濃淡変化が生じる場合であり、x軸およびy軸に沿っての断面により、x軸およびy軸方向の濃

Fig. 1 実空間から周波数空間への変換(一次元的).

Fig. 2 実空間から周波数空間への変換(二次元的).

Fig. 3 二次元パワースペクトル(log-power)分布の特性.

Fig. 4 動径方向強度分布関数 $Pr(n)$ と角度方向強度分布関数 $P_\theta(n)$ の関係式.

淡変化の繰り返し回数, すなわち空間周波数(周波数の頻度)を求めることができる. これから求めた周波数分布(一般的にフーリエ変換をすると実数部と虚数

部ができる)からパワースペクトルを求める(周波数成分の絶対値の2乗). この二次元パワースペクトルから二次元画像が持っている周波数特性を求める. 二次元パワースペクトルは, 中心に画像の直流成分を取り, 内側から外側にむかって低周波~高周波領域に対応している(Fig.3). この二次元パワースペクトル分布(log-power)の特徴としては, ①ゼロ周波数は入力画像のピクセル値の総和である, ②縦軸(強度)はゼロ周波数のダイナミックレンジに合わせて強度分布の対数を取って表示する, ③横軸(周波数軸)は標本化定理に従う(Nyquist周波数 $=1/2d=0.5\text{cycle/pixel}$), ④分布自体は原点对称である. ⑤方向依存性がある, などのような性質を利用して周波数空間から画像の特徴抽出を行う. 特に, 核医学画像のSPECT画像は周波数空間での表現がフィルタ関係によく用いられるため, フィルタについて解析を行う.

3. 二次元パワースペクトルからの特徴抽出およびその評価法

二次元画像 $f(x, y)$ の二次元フーリエ変換 $F(u, v)$ は次式で表される.

$$F(u, v) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j(u x + v y)} dx dy \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで, u, v はそれぞれ u 方向, v 方向の空間周波数である. また, 周波数成分の絶対値の2乗 $|F(u, v)|^2$ は, 二次元パワースペクトルとして表現される. この二次元パワースペクトルから下記に示す指標を使用して画像評価を行う.

3-1 動径方向強度分布関数($Pr(n)$)⁶⁾

Fig.4に示すようにパワースペクトルの周波数空間 (u, v) において同心円上の周波数帯域を考えると半径 r は周波数に相当する. 半径 r における幅 δr のリング内の z 軸, すなわちパワースペクトルの強度の総計を $Pr(n)$ とおけば式(2)は成り立つ.

$$Pr(n) = \int_0^{2\pi} \int_{n\delta r}^{(n+1)\delta r} |F(u, v)|^2 r dr d\theta \quad \dots\dots\dots (2)$$

ただし, 半径 r は $n\delta r \leq \sqrt{u^2 + v^2} \leq (n+1)\delta r$ の範囲である. したがって, $Pr(n)$ はすべての方向について原点からの距離 r に関する $F(u, v)$ の総和となり, 対象とする画像 $f(x, y)$ のピクセル値の変化が大雑把で少ないほど, $F(u, v)$ の原点近くの値が大きくなる. $f(x, y)$ のピクセル値の変化が細かく微

妙になるに従い、 $F(u, v)$ 上の大きな値の部分は原点から遠ざかる。この $Pr(n)$ から二次元画像の周波数分布を一次的に評価する。

3-2 動径角度強度分布関数($P_\theta(n)$)⁶⁾

Fig.4に示すようにパワースペクトルの周波数空間(u, v)において同心円を考え、 u 軸から角度 θ を変化させてFig.4に示す斜線で囲む扇型の強度の総計を動径角度強度分布関数 $P_\theta(n)$ と定義する。

$$P_\theta(n) = \int_0^\infty \int_{n\delta\theta}^{(n+1)\delta\theta} |F(u, v)|^2 \theta d\theta dr \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 θ は $n\delta\theta \leq \tan^{-1}(v/u) \leq (n+1)\delta\theta$ の範囲で変化する。解析方向に関して $f(x, y)$ と $F(u, v)$ とはお互いに直交する関係にある。すなわち $f(x, y)$ が x 方向について物体のパターンを持つと、そのフーリエ変換の結果は90度回転した v 方向に現れる。 $P_\theta(n)$ は u 軸に $\delta\theta$ の角度のスペクトルで二次元画像が含んでいる角度情報を抽出する。

4. 核医学画像評価への応用

4-1 核医学画像およびコリメータシステムの周波数分析⁷⁾

Fig.5にSPECT画像、planar画像、SPECT画像(ramp)のそれぞれの画像のパワースペクトルの動径強度分布関数 $Pr(n)$ を示す。脳ファントムを使用し白質と灰白質との放射能強度比が1:4になるように調整し、64×64マトリクスで収集した。SPECT画像は前処理フィルタにButterworthフィルタ($F_c=0.25\text{cycle/pixel}$)を用い、再構成フィルタにramp関数で画像再構成をした。SPECT画像(ramp)は前処理は行わず再構成フィルタ(ramp関数)のみで画像再構成

Fig. 5 実際の画像スペクトル分布での対比(動径方向強度分布関数 $Pr(n)$).

成したものである。Fig.5の $Pr(n)$ の比較では、planar画像がSPECT画像よりも信号領域の周波数帯域のダイナミックレンジが広い。また周波数成分(0.3~0.5 cycle/pixel)の範囲でのSPECT画像の $Pr(n)$ 分布の低下は、Butterworthフィルタ($F_c=0.25\text{cycle/pixel}$)の影響で高周波成分が抑えられているのが表現できている。SPECT画像およびSPECT画像(ramp)との $Pr(n)$ の差(0.25~0.5 cycle/pixelの範囲)は、画像再構成時での高周波ノイズを明瞭に示している。Fig.6での $P_\theta(n)$ では、分布パターンは同じ対象物(脳ファントム)なので顕著な変化は見られないが、コリメータ感度(HR-GP-HS)が低くなるにつれて $P_\theta(n)$ の値は大きくなっている。これ

Fig. 6 実際の画像スペクトル分布での対比(角度方向強度分布関数 $P_\theta(n)$).

は角度方向の分解能を表現している。使用するコリメータの種類での $Pr(n)$ をFig.7に示す。やはりplanar画像の周波数帯域はSPECT画像のそれに比較して大きく、LEHS=0.174, LEGP=0.270, LEHR=0.382(cycle/pixel)となり、コリメータの種類での分解能の差が明確に検出できている。Fig.7によりSPECT画像とSPECT画像(ramp)の $Pr(n)$ 上での低周波数の重なり(0.005~0.15cycle/pixel)の傾きはLEHS<LEGP<LEHRの順で広くなり、LEHRコリメータのスペクトル分布の周波数帯域の広さを示している。また、ノイズ領域の値がLEHS>LEGP>LEHRの順で小さくなり、データ収集時の使用コリメータのノイズ特性も顕著に表現できる。

Fig. 7 コリメータの違いによる動径方向強度分布関数 $Pr(n)$ 。

Fig. 8 ^{201}Tl 心筋ファントムでの二次元パワースペクトルおよび動径方向強度分布関数 $Pr(n)$ 。

4-2 Butterworthフィルタにおける最適遮断周波数の検討

4-2-1 心筋SPECT画像における最適遮断周波数⁸⁾

心筋ファントム(RH-2型, 株式会社京都科学製)を使用し, ^{201}Tl および $^{99\text{m}}\text{Tc}$ での心筋SPECT画像におけるButterworthフィルタの最適遮断周波数を検討した。収集条件は, 64×64マトリクス, 180度収集, 1step/6度/30秒 60view。収集データに対して, Butterworthフィルタ(order: 8)を用いて, 0.1~0.3cycle/pixel(0.187~0.562cycle/cm)までの範囲で遮断周波数(F_c)を0.025cycle/pixel間隔ごとに変化させて処理画像とする。基準画像の収集条件は, 64×64マトリクス, 180

度収集, 1step/6度/150秒 60viewとし, 前処理フィルタなしで再構成フィルタをramp関数のみで再構成を行った。それぞれのSPECT画像の周波数解析を動径強度分布関数 $Pr(n)$ を用いて評価し, 基準画像の $Pr(n)$ の最小2乗誤差⁸⁾をとり, その最小値の遮断周波数を最適遮断周波数とした。

Fig.8に ^{201}Tl と $^{99\text{m}}\text{Tc}$ によるSPECT画像の $Pr(n)$ を示す。 ^{201}Tl の場合, 遮断周波数を変化させても $^{99\text{m}}\text{Tc}$ に比較して変化を示さなかった。基準画像と処理画像との最小2乗誤差からの最適遮断周波数は, LEGPで0.245cycle/pixel, LEHRで0.25cycle/pixelとあまり変化はなかった。しかし, Fig.9に示すように $^{99\text{m}}\text{Tc}$ によるSPECT画像の $Pr(n)$ では, Butterworthフィルタの F_c を変化させると画像の周波数スペクトルも大きく変化し, SPECT画像と周波数分布の違いが理解できる。また, $Pr(n)$ からも, 0.1~0.3cycle/pixelの範囲においてLEHRのスペクトル強度がLEGPのそれと比較して大きく, またダイナミックレンジの広いシステムであること

が分かる。 F_c を変化させた場合にLEHRの変化が大きい。このことは、LEGPに比べLEHRがフィルタ処理に敏感に変化することを物語っている。基準画像と処理画像との最小2乗誤差からの最適遮断周波数は、LEGPで0.25cycle/pixel, LEHRで0.27cycle/pixelと大きく変化した。同じ標的臓器(ファントム)でもエネルギーが変化すれば周波数分布も変わり、また分解能の異なるシステムでも大きく変化することが分かる。核種およびコリメータによってフィルタの遮断周波数

を変化させる必要があることが理解できる。

4-2-2 脳血流SPECT画像における最適遮断周波数⁹⁾

Brainファントム(株式会社京都科学製)を使用し、 ^{99m}Tc での脳血流SPECT画像におけるButterworthフィルタの最適遮断周波数を検討した。Brainファントムには、臨床データのSPECT画像の平均値から求めた白質と灰白質の放射能強度の比が1:4になるように ^{99m}Tc 溶液を調整した。収集条件は、64×64マトリクス、360度収集、1step/6度/30秒64view。吸収補正はChang法を用い吸収係数($\mu=0.1\text{cm}^{-1}$)を用いて行った。収集データに対して、Butterworthフィルタ(order:8)を用いて、0.1~0.3cycle/pixel(0.292~0.874cycle/cm)までの範囲で遮断周波数(F_c)を0.025cycle/pixel間隔ごとに变化させて処理画像とする。基準画像の収集条件は、64×64マトリクス、360度収集、1step/6度/200秒64viewとし、前処理フィルタなしで再構成フィルタをramp関数のみで再構成を行った。それぞれのSPECT画像の周波数解析を動径強度分布関数 $Pr(n)$ を用いて評価し、基準画像の $Pr(n)$ の最小2乗誤差⁹⁾をとり、その最小値の遮断周波数を最適遮断周波数とした。

Fig.10にLEGPおよびLEHRコリメータ使用時のSPECT画像での $Pr(n)$ を示す。使用するコリメータによる差は大きく、特に0.23~1.242cycles/cmの周波数帯域ではLEHRコリメータを用いた信号強度がLEGPに比較して広い。また、基準画像

Fig. 9 ^{99m}Tc 心筋ファントムでの二次元パワースペクトルおよび動径方向強度分布関数 $Pr(n)$.

と遮断周波数の関係ではLEGPコリメータは0.583cycle/cm, LEHRコリメータでは0.729cycle/cmの遮断周波数が基準画像の $Pr(n)$ に近い分布曲線となっている。なお、基準画像と処理画像との $Pr(n)$ 分布での最小2乗法による解析⁹⁾では、LEGPコリメータで0.583cycle/cm, LEHRコリメータで0.656cycle/cmが最適遮断周波数となった。これは、実空間での評価法(NMSE法)⁹⁾とほぼ一致している。

4-3 標的臓器の違いによる画像周波数特性の検討

検査を行う標的臓器の違いにより、得られたSPECT画像の周波数帯域をFig.11に示す。これは、あくまで

Fig. 10 Brainファントムにおける動径方向強度分布関数 $Pr(n)$.

ファントム上でのスペクトルであるが、比較的簡単な形状をしている心筋SPECT画像では、低周波成分が高周波成分に比べて多く、複雑な臓器である脳SPECT画像は、かなり高周波成分までスペクトル分布が広がっているのが理解できる。また、標的臓器での検査の装置間のpixelサイズが異なるため、同一の尺度であるcycle/cmを使って表現してみる。心筋ファントム(pixel-size: 0.533cm/pixel)、脳ファントム(pixel-size: 0.343cm/pixel)。細かいpixel-sizeで収集された脳ファントムと心筋ファントムの周波数分布に大きな差が生じている。これもまた、標的臓器により遮断周波数を変化させる必要があることを示唆するものである。

Fig. 11 標的臓器での画像周波数特性(心筋ファントム、Brainファントム)。

5. まとめ

SPECT画像を使った定性的な時代は終わり、SPECT画像の定量性を重視した時代となりつつある現在において、画像再構成は画像の根幹を占める。SPECT画像再構成についてはいくつかの問題があるが、フィルタを考える場合においては、周波数空間でフィルタを論じる必要性が生じてくる。周波数領域でフィルタの選択を十分考慮して決定しなければならない。収集システム系が変化し、投与する核種が異なれば信号スペクトル分布は大きく変化する。感度が高く、エネルギーが低くなるにつれて画像に含まれる信号成分と雑音成分の比率が小さくなりButterworthフィルタの遮断周波数(F_c)は低周波領域に移行する。また、標的臓器の違いによりその臓器に含まれる周波数帯域を十分把握して、投与量等に関しても併せて¹⁰⁾フィルタ効果を確認しなければならない。今後、散乱・吸収および部分容積効果の問題点がクリアすれば、SPECT画像の定量化には一段と拍車がかかるであろう。PETにない簡便さおよび普及度からして大きくSPECT画像が前進することと思う。

参考文献

- 1) Madsen MT and Park CH: Enhancement of SPECT images by Fourier filtering the projection images set. J. Nucl. Med., 26, 395-402, (1985).
- 2) Ichihara T, Motomura N, Ogawa K, et al.: Evaluation of SPECT quantification of simultaneous emission and transmission imaging of the brain using a multidetector SPECT system with TEW scatter compensation method and fan-beam collimation. Eur. J. Nucl. Med., 23, 1292-1299, (1996).
- 3) Ichihara T, Ogawa K, Motomura N, et al.: Compton-scatter compensation using the triple energy window method for single and dual isotope SPECT. J. Nucl. Med., 34, 2216-2221, (1993).
- 4) 森下 巖, 小畑秀文: 信号処理. 計測自動制御学会, (1981).
- 5) 田中 弘: 画像処理応用技術. 工業調査会, (1989).
- 6) Paratt WK: Digital Image Processing (second edition). pp.685-686, John Wiley & Sons, Inc., New York, (1991).
- 7) 大西英雄, 高橋雅文, 松尾 悟, 他: テクスチャー解析法を用いたSPECT画像評価. 日放技学誌, 51(6), 710-716, (1995).
- 8) 大西英雄, 松尾 悟, 牛尾哲敏, 他: 99m-Tc心筋血流SPECT画像におけるButterworth filterの評価. 日放技学誌, 52(3), 346-350, (1996).
- 9) 大西英雄, 木田哲夫, 野間和夫, 他: 脳血流SPECT画像におけるButterworth filterの最適遮断周波数の検討—実空間および周波数空間での評価—. 日放技学誌, 54(6), 764-770, (1998).
- 10) Ohnishi H, Ota T, Takada M, et al.: Two optimal prefilter cut-off frequencies needed for SPECT images of myocardial perfusion in a one-day protocol. J. Nucl. Med. Technol., 25(4), 256-260, (1997).