非定常フラッタ試験によるリアルタイムフラッタ推定^{*1}

Real-Time Flutter Prediction Based on Non-Stationary Flutter Testing

鳥 居 弘 志^{*2}・松 崎 雄 嗣^{*3}
Hiroshi TORII and Yuji MATSUZAKI

Key Words: Aeroelasticity, Flutter Prediction Flight Testing, System Identification

Abstract: A real-time flutter prediction method based on nonstationary random response is proposed. Instead of the modal damping, which is commonly used as the stability criterion in most flutter tests, the new parameter proposed by authors is used to evaluate the stability margin of aeroelastic systems. Firstly, the property of the parameter estimated recursively is investigated by simulation using a bending-torsion wing model. Then the method is applied to nonstationary supersonic wind tunnel flutter test data, in which the dynamic pressure is increased at a constant rate. The result is compared with those of the existing flutter prediction methods.

主 な 記 号

ARMA(n, m): AR 多項式が n 次, MA 多項式が m 次の
ARMA モデル
 $e(k)$: 平均 0, 標準偏差 σ のホワイトノイズ
 F_3^- : 2 モードシステムに対する安定係数
 F_z : 離散フラッタマージン
 M : マッハ数
 q : 動圧 ($= \frac{1}{2} \rho v^2$)
 q_F : フラッタ限界動圧
 $\hat{q}_F$: フラッタ限界動圧の推定値
 r : 忘却係数
 T : サンプリング間隔
 v : 速度
 $y(k)$: 観測データ
 z : 離散時間システムで用いられる複素変数
 z_i : 離散時間システムの特徴根
 η_i : 減衰係数
 ρ : 空気密度

1. は じ め に

航空機の翼にフラッタと呼ばれる自励振動が発生すると翼は致命的な打撃を受けるので, 航空機を開発する場合には, 飛行フラッタ試験によりフラッタが発生する速度を評価し安全性を確認することが重要な試験項目となっている。しかし, フラッタ試験で実際にフラッタを発生させてしまうことは安全上許されないため, フラッタ速度より低い速

度で飛行試験を行い, 得られた情報からフラッタ推定を行うことになる。

フラッタ速度の推定値は, 速度上昇に対する安定余裕の変化を計測プロットし, それらを外挿することにより求められる¹⁻³⁾。しかし, 安定余裕の評価には定常状態での試験が必要であるため, フラッタ推定のためには多くの速度について定常飛行試験を繰り返し行わなければならない。これに対し, 速度を連続的に上昇させながら安定余裕の変化をリアルタイムで評価できれば, フラッタ試験に要する時間とコストを大幅に削減することが可能になるとともに試験の安全性も向上する。

非定常システムのリアルタイム推定には, 適応同定法や拡張カルマンフィルタが有効であり, 時々刻々変化するシステムは自己回帰 (AR) あるいは自己回帰移動平均 (ARMA) モデルなど離散時間領域のモデルとして同定される。Walker ら⁴⁾ は, 適応同定法の一つである逐次最尤法を用いて ARMA モデルを求め, その AR 係数から減衰係数を計算し安定余裕を評価した。また, Roy ら⁵⁾ は, 減衰係数を状態変数に含めることにより拡張カルマンフィルタで減衰係数を直接逐次推定する方法を提案した。

多くの場合, 安定余裕の評価には減衰係数が使われてきた。特にリアルタイム法に関する研究では, 減衰係数をより正確に推定することに主眼が置かれてきた⁴⁻⁸⁾。しかし, 減衰係数はフラッタ速度を推定するという目的のためには必ずしも最適なパラメータではない。フラッタ推定の信頼性を高め, 精度を向上するためには, 減衰係数の推定精度を上げるよりも, フラッタ推定に適したパラメータを選択することが重要である。著者らは, Matsuzaki ら⁹⁾ によって導入された安定係数を用いることで, 減衰係数より有効にフラッタ推定が可能であることを示した¹⁰⁾。

^{*1} © 2002 日本航空宇宙学会

平成 12 年 3 月 23 日, 第 31 期日本航空宇宙学会年会講演会にて講演。平成 13 年 5 月 17 日原稿受理

^{*2} 名城大学経営学部経営学科

^{*3} 名古屋大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻

第1図 フラッタ推定パラメータの特性比較

Zimmerman ら¹¹⁾ によって提案されたフラッタマージンは、動圧上昇に対し値が単調に減少するなど、フラッタ推定を行う上で安定係数より有利な特性を持っている。しかし、連続時間領域で定義されているためリアルタイム推定には適していない。これに対し、著者らが文献 12) で新たに提案したフラッタ推定パラメータ（分散フラッタマージン）は、ARMA モデルの係数から簡単な代数計算で求めることができ、しかも、第1図に示すように動圧上昇に対して値がほぼ直線的に減少するというフラッタ推定に有利な性質を持っており、風洞フラッタ試験データへ適用することで、安定係数や減衰係数より精度良くフラッタ限界動圧を推定できることが示された^{13, 14)}。

本論文では、動圧が連続的に上昇するような非定常システムの安定余裕を著者らが提案したパラメータで評価し、リアルタイムでフラッタ推定を行う方法を提案する。数値シミュレーションにより、非定常システムから推定されるパラメータの統計的性質を明らかにする。また、非定常超音速風洞フラッタ試験データに適用して推定値の特性とフラッタ推定の精度について調べる。

2. フラッタ推定法について

本研究では、2つの振動モードが連成してフラッタを発生するような空力弾性システムを対象とする。フラッタ推定の概要は第2図のようになる。飛行中の航空機の翼は、気流の擾乱により常に不規則に加振されるため、翼面上に張られたセンサからは多くの振動モードを含んだランダムな信号が計測される。前処理では、フラッタを引き起こす2つの振動モードのみが含まれるように信号の周波数帯域を制限する。A/D変換された振動データからARMAモデルを逐次同定し、その係数から安定余裕を評価する。フラッタ限界は、動圧に対してプロットされた安定余裕を直線近似して推定する。以下では、逐次システム同定のアルゴリズムおよびフラッタ推定パラメータについて説明する。

2.1 非定常システムの同定 A/D変換された時系列データ $\{y(k); k = 1, 2, \dots\}$ は、2つの振動モードを含んでいるので、自己回帰 (AR) 部が4次となるARMAモデル

第2図 フラッタ推定の概要

$$\begin{aligned} y(k) + \alpha_1 y(k-1) + \dots + \alpha_4 y(k-4) \\ = e(k) + \beta_1 e(k-1) + \dots + \beta_m e(k-m), \\ (m \leq 3) \end{aligned} \quad (1)$$

により同定することができる。ここで、移動平均 (MA) 部の次数 m は、赤池¹⁵⁾ の AIC によって決定する。データが定常状態で計測される場合には、ARMA 係数 $\theta = \{\alpha_1, \dots, \alpha_4, \beta_1, \dots, \beta_m\}^T$ は最尤法により求めることができる。しかし、飛行速度が変化するような非定常システムに対しては、逐次最尤法を用いて時々刻々係数の推定を行う必要がある。逐次最尤法では、時刻 k におけるデータ $y(k)$ が計測されると、 $k-1$ 時刻で推定された係数 $\theta(k-1)$ から以下のアルゴリズムに従って k 時刻での係数の推定値 $\theta(k)$ を計算する¹⁶⁾。

$$\theta(k) = \theta(k-1) + L(k)\varepsilon(k) \quad (2)$$

$$\varepsilon(k) = y(k) - \varphi^T(k)\theta(k-1) \quad (3)$$

$$L(k) = \frac{P(k-1)\psi(k)}{r + \psi^T(k)P(k-1)\psi(k)} \quad (4)$$

$$P(k) = \frac{1}{r} \left[P(k-1) - L(k)\psi^T(k)P(k-1) \right] \quad (5)$$

ただし、

$$\psi(k) = \{-\tilde{y}(k-1), \dots, -\tilde{y}(k-4),$$

$$\tilde{\varepsilon}(k-1), \dots, \tilde{\varepsilon}(k-m)\}^T$$

$$\varphi(k) = \{-y(k-1), \dots, -y(k-4),$$

$$\hat{\varepsilon}(k-1), \dots, \hat{\varepsilon}(k-m)\}^T$$

であり、 $\varepsilon(k)$ 、 $\tilde{\varepsilon}(k)$ 、 $\tilde{y}(k)$ は、次式により更新される。

$$\begin{aligned} \hat{\varepsilon}(k) &= y(k) - \varphi^T(k)\theta(k) \\ \begin{pmatrix} \tilde{\varepsilon}(k) \\ \tilde{y}(k) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \hat{\varepsilon}(k) \\ y(k) \end{pmatrix} \\ &\quad - \begin{pmatrix} 0, \dots, 0, \tilde{\varepsilon}(k-1), \dots, \tilde{\varepsilon}(k-m) \\ 0, \dots, 0, \tilde{y}(k-1), \dots, \tilde{y}(k-m) \end{pmatrix} \theta(k-1) \end{aligned}$$

アルゴリズムを開始するためには, 初期値 $\theta(0)$ および $P(0)$ が必要であるが, 一般に, c を十分大きな定数として,

$$\theta(0) = \{0, \dots, 0\}^T, \quad P(0) = c \cdot I$$

とする. I は単位行列である. 式(4),(5)の r は忘却係数と呼ばれる定数で, 1.0 以下の値を与える. r の値を小さくすると変化に対する追従性は向上するが, データの局所的な特性変動やノイズの影響を受け易くなり推定の安定性は低下する. 忘却係数の値は, システムの変動速度に応じて, 推定値の安定性と追従性のトレードオフを考慮して適切に設定しなければならない.

2.2 フラッタ安定余裕の評価 システムが, 式(1)で表される ARMA モデルで同定されたとき, 特性方程式は離散時間領域で

$$G(z) = z^4 + \alpha_1 z^3 + \alpha_2 z^2 + \alpha_3 z + \alpha_4 \quad (6)$$

$$= (z - z_1)(z - z_1^*)(z - z_2)(z - z_2^*)$$

と表すことができる. ここで, $*$ は複素共役を表す. 著者らが提案したフラッタ推定パラメータ F_z は, 特性方程式の係数, すなわち ARMA モデルの係数 $\alpha_1 \sim \alpha_4$ を用いて次式のように定義される.

$$F_z \equiv \frac{\det(X - Y)}{(1 - \alpha_4)^2} \quad (7)$$

ただし, X, Y は 3×3 行列

$$X = \begin{pmatrix} 1 & \alpha_1 & \alpha_2 \\ 0 & 1 & \alpha_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \\ \alpha_3 & \alpha_4 & 0 \\ \alpha_4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

である.

減衰係数は, 式(6)の特性根 z_1, z_2 を用いて,

$$\eta_i = -\frac{\log |z_i|}{|\log z_i|}, \quad (i = 1, 2) \quad (8)$$

となる. また, 2 モードシステムに対する安定係数 F_3^- は

$$F_3^- = \det(X - Y) \quad (9)$$

となる.

3. 数値シミュレーション

文献 12) では, 定常システムに対する減衰係数, 安定係数およびパラメータ F_z の推定値の統計的性質を数値シミュレーションによって調べ, F_z が減衰係数や安定係数に比べ非常に小さい標準偏差で推定できることが示された. ここでは, 同文献と同じ 2 次元翼モデルを用いて動圧を上昇させながら非定常データの生成を行い, 減衰係数, 安定係数および F_z の逐次推定値の特性について調べた.

3.1 定常システムの推定 はじめに, 動圧 $q/q_F = 0.8$ の定常データを用いて 30 秒間パラメータ推定を行い, 様々な忘却係数の値に対して F_z が初期値 ($F_z = 0$) から真値に収束していく様子を求めた. サンプル間隔は, 第 2

第3図 定常システムによる推定

第4図 非定常システムに対する追従性

モードの周波数を考慮して $T = 0.02$ 秒とした. 第3図は, 忘却係数 $r = 1, 0.998, 0.990$ でシステム同定を行った場合の推定結果を描いたものである. 忘却係数が小さくなるほど変化への追従性が増すため真値への収束は早くなる. この例の場合, $r = 0.99$ では約 4 秒で真値に到達しているのに対し, $r = 0.998$ では約 7 秒, $r = 1.0$ では約 8 秒かかっている. しかし, 真値に到達してからの推定値の挙動を比べると, $r = 1.0$ では変動はあまり大きくないのに対し, $r = 0.998, 0.99$ と値が小さくなるに従って真値まわりの振動は大きくなる.

3.2 非定常システムの推定 次に, 動圧が連続的に上昇するような非定常システムで, 特性変動への推定値の追従性について調べた. 動圧を $q/q_F = 0.8$ から毎秒 $q/q_F = 0.002$ の割合で $q/q_F = 1.02$ まで増加させ, 様々な忘却係数を用いて推定を行った. 動圧を上昇し始める前に, パラメータを収束させるため, $q/q_F = 0.8$ の定常状態で 20 秒間推定を行った. 第4図は, 推定値を動圧に対してプロットしたものである. F_z の真値は, 動圧が上昇するとほぼ直線的に減少する. 忘却係数が $r = 0.998$ より小さい場合には, システムの変動に追従し, 真値に近い推定値を与えている. しかし, r が小さくなるに従って, 推定値の振動は大きくなっている. 一方, $r = 1.0$ の場合には, 追従遅れが生じている.

安定したフラッタ推定のためには, F_z の推定値が大きく振動することは望ましくないため, 忘却係数はあまり小さく設定すべきではない. しかし, システムの特性変動に対して大きな追従遅れが生じるようでは正しいフラッタ推

(a) 減衰係数

(b) 安定係数

(c) パラメータ F_z

第5図 50回の試行による推定値の平均と標準偏差

定を行うことができない。本シミュレーションの場合には、 $r = 0.998$ を最適な忘却係数とした。

3.3 逐次推定値の統計的性質 最後に、上記と同一条件で非定常システムの推定を50回行い、減衰係数、安定係数、 F_z の推定値の統計的性質を調べた。忘却係数の値は $r = 0.998$ とした。第5図は、求まった減衰係数、安定係数および F_z の推定値の平均を実線で、標準偏差をエラーバーで表したものである。減衰係数は、 $q/q_F = 0.9$ までは値の変化があまり大きくないため平均値は真値に近い値を与えているが、 $q/q_F = 0.9$ 以上では値が急激に変動するためやや遅れて真値に追従している。また、安定係数は、 $q/q_F = 0.85$ 以下では推定値のばらつきが大きく真値より大きめの値を与えることが多くなる。 F_z の平均値は、真値にほぼ並行しており一定の追従遅れを持ちながら正確に特性変動を追従している。また、減衰係数や安定係数に比べ

第6図 翼模型の形状

第7図 計測された振動データと動圧変化

標準偏差が小さく、動圧上昇に従って一様に減少している。これらのことより、 F_z を用いれば非定常システムからでも精度良くフラッタ推定を行うことができることが分かった。

4. 非定常風洞フラッタ試験データへの適用

本節では、提案したフラッタ推定法を非定常超音速風洞フラッタ試験データに適用し、各推定値の特性を比較した。また、推定条件変更が推定結果に与える影響について検討した。さらに、リアルタイムフラッタ推定におけるフラッタ限界の推定精度について調べた。なお、本研究で用いたフラッタ試験データは、1983年に航空宇宙技術研究所の超音速風洞で計測されたものである¹⁷⁾。

4.1 風洞試験 風洞試験に用いた翼模型は、板厚2 mmのジュラルミン製平板後退翼で平面形状を第6図に示す。これは、文献13)の定常フラッタ試験で用いられたものと同じ翼模型である。

フラッタ試験では、マッハ数を $M = 2.51$ に固定し、動圧を $q = 76.0$ kPaから116.6 kPaまで、毎秒2.6 kPaの割合で連続的に増加した。従って、有効計測時間は約16秒である。試験では翼に対して特別の加振は行わず、気流の乱れに対する翼のランダム応答を翼面上のひずみゲージで計測した。第7図は、計測されたデータと動圧変化を表したものである。フラッタは、第1、第2モードの連成により発生し、実験で確認されたフラッタ限界動圧は $q_F = 113.5$ kPa

第8図 パワースペクトル密度 ($q = 75.7 \text{ kPa}$)

であった。

4.2 データ解析 第8図は、 $q = 75.7 \text{ kPa}$ での定常試験データのパワースペクトルである。ただし、値は $\omega = 0$ における値 $|Y(0)|$ で規格化してある。第1～3モードの周波数は、それぞれ $f_1 = 60 \text{ Hz}$ 、 $f_2 = 123 \text{ Hz}$ 、 $f_3 = 203 \text{ Hz}$ であり、低周波域に強いノイズを含んでいる。また、動圧が上昇するに従って第1モードの周波数は上昇、第2モードは下降、第3モードはほぼ一定であった。前処理としてバンドパスフィルタで、第3モード以上の高次モードと低周波ノイズをカットした。帯域制限された計測データをサンプリング間隔 $T = 0.002$ 秒でA/D変換しコンピュータに入力した。

前処理に用いるフィルタのバンド幅を $50 \sim 140 \text{ Hz}$ 、同定モデルを $\text{ARMA}(4,3)$ 、忘却係数を $r = 0.997$ として推定を行った場合の、減衰係数、安定係数、 F_z の推定結果を第9図に示す。ここで、(a)図の印と印、(b)、(c)図の印は、それぞれ定常フラッタ試験で推定された各パラメータの値であり、真値に近い値を与えているものと考えられることができるが、減衰係数、安定係数の推定結果は、定常データによる推定値とかなり異なっており、推定値の振動も大きい。また、これらのパラメータを使ってフラッタ推定を行うためには、 $q = 100 \text{ kPa}$ 以上の速度域でフラッタ試験を行う必要がある。一方、 F_z の推定値は、定常試験の推定値とよく一致しており、変化も滑らかでフラッタ限界に向かってほぼ直線的に減少している。第9図を比較すれば、 F_z を用いたフラッタ推定の有効性は明らかである。

文献13)では、減衰係数や安定係数の推定値が、推定条件を変更することで大きく影響を受けるのに対し、 F_z の推定値はあまり影響を受けないことが示された。信頼性の観点から、推定条件により結果が影響を受けることは望ましくない。そこで、本手法により推定される F_z の値が、推定条件の変更によりどのような影響を受けるかを調べるため、第1表に示す各条件で推定を行った。第9図の推定に用いた設定(条件1)を基準とし、条件2～4では、それぞれ忘却係数の値、同定モデルの次数、フィルタの設定を変更した。第10図は、条件2～4による F_z の推定結果である。(a)図では忘却係数を大きくしたことで、推定値の変化は滑らかになっているが、やや追従遅れを起こしている。

(a) 減衰係数

(b) 安定係数

(c) パラメータ F_z

第9図 非定常超音速風洞フラッタ試験データによる推定(条件1)

第1表 パラメータ推定の条件

	フィルタのバンド幅 (Hz)	同定モデル	忘却係数
条件1	50 ~ 140	ARMA(4,3)	$r = 0.997$
条件2	50 ~ 140	ARMA(4,3)	$r = 0.999$
条件3	50 ~ 140	ARMA(4,2)	$r = 0.997$
条件4	40 ~ 150	ARMA(4,3)	$r = 0.997$

また、(b)、(c)図では、定常推定値よりわずかに大きな推定値を与えているが、変化には正確に追従している。第9図(c)と第10図の各結果は、推定条件を変更しても F_z の推定値はあまり大きな影響を受けることはなく、信頼性の高いフラッタ推定が可能であることを示している。

最後に、リアルタイムでフラッタ推定を行った場合の推定精度について調べた。パラメータの推定には条件1の設定を用いた。フラッタ限界動圧 $\hat{q}_F$ は、動圧が 85.0 kPa から q までの F_z の推定値を最小2乗近似した直線を外挿す

(a) 忘却係数の変更（条件 2）

(b) 同定モデルの変更（条件 3）

(c) フィルタ設定の変更（条件 4）

第 10 図 推定条件変更による F_z の推定への影響

第 11 図 リアルタイムフラッタ推定における推定誤差

ることにより推定し、 q の増加とともに $\hat{q}_F$ がどのように変化するかを求めた。第 11 図は、 $\hat{q}_F$ と q_F との誤差を q に

対してプロットしたものである。動圧が $q=95$ kPa 以上になれば、3%未満の誤差でフラッタ限界動圧を推定することができた。

5. ま と め

著者らが考案したフラッタ推定パラメータ F_z を用いたリアルタイムフラッタ推定法を提案した。数値シミュレーション結果から、非定常システムに対しても F_z は小さな標準偏差で推定できることが分かった。また、超音速風洞フラッタ試験データの解析結果より、 F_z は推定条件の変更による影響をあまり受けることなく、動圧上昇に対して値がほぼ直線的に減少するため、精度の良い、安定したフラッタ推定が可能であることが分かった。

本研究で使用した超音速風洞フラッタ試験データを提供していただいた航空宇宙技術研究所に厚く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) Rosenbaum, R.: Survey of Aircraft Subcritical Flight Flutter Testing Methods, NASA CR-132479, 1974.
- 2) Kordes, E. E. (ed.): Flutter Testing Techniques, NASA SP-415, 1975.
- 3) 松崎雄嗣, 鳥居弘志: フラッタ限界値の推定法について, 日本航空宇宙学会誌, **44** (1996), pp. 473-478.
- 4) Walker, R. and Gupta, N.: Real-Time Flutter Analysis, NASA CR-170412, 1984.
- 5) Roy, R. and Walker, R.: Real-Time Flutter Identification, NASA CR-3933, 1985.
- 6) Roy, R. H., Walker, R. A. and Gilyard, G. B.: Real-Time Flutter Identification with Close Mode Resolution, AIAA Paper 86-2019, 1986.
- 7) Pak, C. G. and Friedmann, P. P.: New Time-Domain Technique for Flutter Boundary Identification, AIAA Paper 92-2102, 1992.
- 8) Lee, B. H. K. and Laichi, F.: Development of Post-Flight and Real Time Flutter Analysis Methodologies, Actes Forum International Aeroelasticite et Dynamique de Structures, Strasbourg, France, 1993.
- 9) Matsuzaki, Y. and Ando, Y.: Estimation of Flutter Boundary from Random Responses due to Turbulence at Subcritical Speeds, J. Aircraft, **18** (1981), pp. 862-868.
- 10) Torii, H. and Matsuzaki, Y.: Flutter Boundary Prediction Based on Nonstationary Data Measurement, J. Aircraft, **34** (1997), pp. 427-432.
- 11) Zimmerman, N. H. and Weissenburger, J. T.: Prediction of Flutter Onset Speed Based on Flight Testing at Subcritical Speeds, J. Aircraft, **1** (1964), pp. 190-202.
- 12) 鳥居弘志, 松崎雄嗣: ARMA モデルに基づくフラッタ推定法 (第 1 報), フラッタ推定パラメータの提案, 日本航空宇宙学会論文集, **47** (1999), pp. 443-448.
- 13) 鳥居弘志, 松崎雄嗣: ARMA モデルに基づくフラッタ推定法 (第 2 報), 超音速風洞フラッタ試験への適用, 日本航空宇宙学会論文集, **48** (2000), pp. 191-195.
- 14) Torii, H. and Matsuzaki, Y.: Flutter Margin Evaluation for Discrete-Time Systems, J. Aircraft, **38** (2001), pp. 42-47.
- 15) Akaike, H.: A New Look at the Statistical Model Identification, IEEE Trans. Automat. Contr., **19** (1974), pp. 716-723.
- 16) 片山 徹: システム同定入門, 朝倉書店, 東京, 1994, pp. 121-124.
- 17) 安藤泰勝, 松崎雄嗣: 増速中の擾乱気流による非定常不規則応答からダイバージェンスとフラッタ限界の推定, NAL TR-856, 1985.