平滑規範モデル適応スライディングモード制御による ターゲット衛星への姿勢追従^{*1}

Attitude Synchronization for Target Satellite Motion Using Smooth Reference Model Adaptive Sliding-Mode Control

小 島 広 久^{*2}・向 井 拓 幸^{*2}

Hirohisa KOJIMA and Takuyuki MUKAI

Key Words : Adaptive Sliding Mode Control, Attitude Control, Tumbling Motion, Inertia Ratio, Model Following Control

Abstract : Attitude synchronization is a key technology in the capture of tumbling satellites. The inertia ratio of the satellite is a dominant parameter of the motion. Estimation of the inertia ratio of tumbling satellites is thus an important function for a chaser satellite in order to synchronize its attitude motion with the tumbling satellite motion. This paper proposes a new control scheme named “Smooth Reference Model Adaptive Sliding-Mode Control” (SRMASMC) algorithm for attitude tracking maneuvers. The adaptive law installed on the sliding mode control (SMC) algorithm is employed to estimate the inertia ratio of the tumbling satellite. A smooth reference model is introduced to reduce the control torques at the beginning of the tracking maneuver by the SMC method. The attitude tracking performance of the SRMASMC method is evaluated numerically in comparison to a quaternion feedback control method and a SMC method.

1. は じ め に

故障した人工衛星を宇宙ロボットによって捕獲回収するための研究がこれまで数多くなされている。それらは、ターゲット衛星に対してチェイサー衛星の姿勢を追従させる方法を想定したものと、そうでないものに大きく分けることができるが、捕獲を容易にするためには、前者の方が有効と考えられる。しかし、非協力衛星の運動はタンブリング運動していることが予想され、その運動は非線形であるために、通常の線形理論に基づく制御では望ましい追従運動を実現することは困難である。そこで、非線形制御の1つであるスライディングモード制御¹⁾を使って姿勢追従制御する研究例が多数報告されている²⁻⁹⁾。

Lo ら⁶⁾ は, smooth reference model (SRM) と呼ぶ2次系の姿勢誤差関数を定義し, 設計値に誤差分を足し合わせる形で指令値を計算し, 超平面に到達するまでの制御量を低減する方法を提示している。小林ら⁸⁾ は, 宇宙ロボットハンドの反力をフィードフォワードによって打消し, 打消しきれない姿勢への擾乱に対し SMC を適用している。照井⁹⁾ は, 姿勢追従のみならず, 位置追従も含めた形で SMC を適用している。また, 中須賀ら¹²⁾ はターゲット衛星とチェイサー衛星の重心を一致させた後, アイゲンアクシスロー

テーションマヌーバ制御 (ERMC) によって姿勢を同期させる方式を提案している。しかし, 照井の計算における等価制御量, および中須賀らの ERMC による計算では, ターゲット衛星の慣性能率 (比) が既知となっている。SMC はマッチング条件を満たす場合, 特別な処置を行わなくてもロバスト性を有する制御方式であるので, ターゲット衛星の慣性能率が正確に分からなくても姿勢追従は可能であり, また ERMC においても制御ゲインをある程度大きくとれば姿勢追従は可能であると思われる。しかし, 正確でない慣性能率をターゲット衛星に関する内部モデルとすると制御性能の悪化が予想され, 改善の余地があると考えられる。また, SMC による姿勢追従制御では追従開始時に制御量が大きくなる傾向があり, Lo らの SRM 導入による改善方法が有効と考えられる。しかしながら, Lo らの方法はクオタニオンの要素を単純に足し合わせるという幾何学的な意味が不明瞭なものとなっており, 追従制御に単純に使用すると特異点が生じる制御系となっていた。そのため, 追従すべき姿勢が特異点の生じない範囲でのみ動くという仮定が設けられていた。

そこで本論文では, SMC に慣性能率比を推定する適応則を加えることで, 姿勢追従性能の向上を図り, さらに, ターゲット姿勢へ漸近安定し特異点が生じない平滑規範モデルを導入することにより, 追従開始時の制御量の低減化を図る制御法を提案する。本論文ではこの制御則を平滑規範モデル適応スライディングモード制御 (Smooth Reference Model Adaptive Sliding-Mode Control: SRMASMC) と呼ぶことにする。なお本研究ではフライアラウンド制御⁹⁻¹¹⁾ は

^{*1} © 2002 日本航空宇宙学会

平成 13 年 7 月 22 日, 第 11 回アストロダイナミクスシンポジウムにて一部発表。平成 13 年 10 月 18 日, 第 45 回宇宙科学技術連合講演会, 平成 13 年 11 月 22 日, 第 44 回自動制御連合講演会にて発表。平成 13 年 9 月 25 日原稿受理

^{*2} 東京都立科学技術大学大学院航空宇宙工学専攻

位置制御に大量の燃料が必要であると考え、中須賀らの方式¹²⁾を想定し、チェイサー衛星とターゲット衛星の重心位置を既に一致させた後の姿勢同期の制御のみを考えるものとする。

ところで、外力が作用しない物体の回転運動は慣性能率比によって 4 種類に分類でき¹³⁾、そのうち定常運動は 3 種類である。そこで、本論文ではその 3 種類に対して慣性能率比の推定が正しく行えるかをシミュレーションによって確認する。また本論文では、適応則を含まない従来の SMC と ERMC による姿勢追従制御の比較計算も行うことにより、慣性能率比推定による追従性能向上を確認するとともに、追従開始時における制御量の低減の検証を行う。

本論文の構成は以下のようなものである。まず第 2 章では、適応則と規範モデルを含めない SMC による姿勢追従制御法を説明する。次にこの制御則を基礎とし、本論文で提案する SRMASMC について第 3 章にて説明する。その後、第 4 章にてシミュレーション結果を示し、本提案の方法の有効性を検証する。最後にまとめと今後の課題について述べる。

2. スライディングモード制御による姿勢追従制御

この章では、文献 9) に沿ったスライディングモード制御による姿勢追従制御則を示す。ただし、等価制御入力部分については文献 9) と一部異なる表記で示す。

2.1 ダイナミクスとキネマティクス 本論文ではターゲット衛星は、剛体であり、外力は作用しないと仮定する。このとき、ターゲット衛星の回転運動は、ターゲットの物体固定座標系で次のように表わされる。

$$I_t \dot{\omega}_t + \omega_t \times I_t \omega_t = \mathbf{O}_{3 \times 1} \quad (1)$$

$$\dot{q}_t = \frac{1}{2} \Omega(\omega_t) q_t \quad (2)$$

本論文では、チェイサーも同様に剛体として扱うものとする。チェイサー衛星にはターゲット衛星への姿勢へ追従させるための姿勢制御トルクを作用させることに注意すると、運動方程式は次のように表わされる。

$$I_c \dot{\omega}_c + \omega_c \times I_c \omega_c = u \quad (3)$$

$$\dot{q}_c = \frac{1}{2} \Omega(\omega_c) q_c \quad (4)$$

ここで、添え字の t, c はそれぞれターゲットとチェイサーを表わし、 I, ω, q は慣性テンソル、角速度ベクトル、クオタニオンをそれぞれ表わす。また、 u は制御トルクであり、チェイサー機体座標系で各軸まわりに発生できるものとする。なお、クオタニオン $q = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^T$ は、次の定義のものを使用することにする。

$$q_1 = \lambda_1 \sin(\beta/2) \quad (5a)$$

$$q_2 = \lambda_2 \sin(\beta/2) \quad (5b)$$

$$q_3 = \lambda_3 \sin(\beta/2) \quad (5c)$$

$$q_4 = \cos(\beta/2) \quad (5d)$$

ここで、 $\lambda = [\lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3]^T$ は共通回転軸を示し、 β は回転角を表わす。さらに後述での表記を容易にするため、次のような表記を定義しておく。

$$q = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^T = [\tilde{q}^T \ q_4]^T \quad (6)$$

また、 $\Omega(\omega)$ は次のような行列である。

$$\Omega(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 & \omega_1 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 & \omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 & \omega_3 \\ -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

式 (3), (4) を非線形方程式の形で表記し直すと次になる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_c \\ \omega_c \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \Omega(\omega_c) q_c \\ -I_c^{-1} (\omega_c \times I_c \omega_c) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{4 \times 3} \\ I_c^{-1} \end{bmatrix} u \\ &= f(x) + Bu \end{aligned} \quad (8)$$

($\mathbf{O}$ は零行列)

本論文では、チェイサー衛星とターゲット衛星との間の姿勢誤差、角速度誤差ベクトルを次式で考え、正確に観測できるものと仮定する。

$$q_e = Q^{-1}(q_t) q_c \quad (9)$$

$$\omega_e = \omega_c - C_t^c \Omega_t \quad (10)$$

ここで、 $Q(q_t)$ はクオタニオン行列と呼ばれ、次のようなものである。

$$Q(q) = \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 & q_1 \\ q_3 & q_4 & -q_1 & q_2 \\ -q_2 & q_1 & q_4 & q_3 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 & q_4 \end{bmatrix} \quad (11)$$

また、 C_t^c はターゲット衛星の姿勢からチェイサー衛星の姿勢への変換行列であり、次で表わされる。

$$C_t^c = C_i^c (C_i^t)^{-1} \quad (12)$$

なお姿勢変換行列はクオタニオンにより次のように表現される。

$$\begin{aligned} C(q) &= \begin{bmatrix} 1 - 2(q_2^2 + q_3^2) & 2(q_1 q_2 + q_3 q_4) & 2(q_1 q_3 - q_2 q_4) \\ 2(q_2 q_1 - q_3 q_4) & 1 - 2(q_1^2 + q_3^2) & 2(q_2 q_3 + q_1 q_4) \\ 2(q_3 q_1 + q_2 q_4) & 2(q_3 q_2 - q_1 q_4) & 1 - 2(q_1^2 + q_2^2) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 - 2(q_2^2 + q_3^2) & 2(q_1 q_2 + q_3 q_4) & 2(q_1 q_3 - q_2 q_4) \\ 2(q_2 q_1 - q_3 q_4) & 1 - 2(q_1^2 + q_3^2) & 2(q_2 q_3 + q_1 q_4) \\ 2(q_3 q_1 + q_2 q_4) & 2(q_3 q_2 - q_1 q_4) & 1 - 2(q_1^2 + q_2^2) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

2.2 スライディングモード制御系の設計 スライディングモード制御系の設計は、超平面の設計と到達則の設計、チャタリング防止策の実施の 3 段階からなる。設計には任意性があるが、本研究では文献 9) の回転運動制御部分を参考に設計を行う。ただし、等価制御量については文献 9) とは異なる表記を行う。以下、順に説明する。

2.2.1 超平面の設計 式 (9), (10) の誤差ベクトルを用いて次の超平面を考える．

$$\sigma = Sx_e = \mathbf{O}_{3 \times 1} \quad (14)$$

ただし，

$$S = [k_a \text{sgn}(q_{e4}) \mathbf{U}_{3 \times 3} \quad \mathbf{O}_{3 \times 1} \quad \mathbf{U}_{3 \times 3}] \quad (U \text{ は単位行列}) \quad (15)$$

$$x_e = [q_e^T \quad \omega_e^T]^T \quad (16)$$

とする．超平面上に状態があるときには，

$$\omega_e = -k_a \text{sgn}(q_{e4}) \tilde{q}_e \quad (17)$$

となる．式 (2) (もしくは式 (4)) は姿勢誤差についてそのまま適用することができ，

$$\dot{q}_e = \frac{1}{2} \Omega(\omega_e) q_e \quad (18)$$

である．式 (17) を式 (18) に代入すると次を得る．

$$\dot{\tilde{q}}_e = -\frac{1}{2} k_a q_{e4} \text{sgn}(q_{e4}) \tilde{q}_e \quad (19a)$$

$$\dot{q}_{e4} = \frac{1}{2} k_a (1 - q_{e4}^2) \text{sgn}(q_{e4}) \quad (19b)$$

$0 \leq q_{e4} \text{sgn}(q_{e4}) \leq 1$ であるから，ゲイン係数 $k_a > 0$ とすれば，姿勢誤差ベクトル q_e は，状態が超平面上に拘束されている場合には漸近安定であり，

$$q_e = [0 \quad 0 \quad 0 \quad \text{sgn}(q_{e4})]^T \quad (20)$$

に向かうことが分かる．

2.2.2 到達則の設計 本論文では次のような最終スライディングモード制御法を用いることを考える．

$$u = u_{eq} - (SB)^{-1} \Gamma \sigma / \|\sigma\| \quad (21)$$

ここで， u_{eq} は等価制御入力であり，状態が超平面上に乗っているために必要な制御量である．この制御量は

$$\dot{\sigma} = S\dot{x}_e = S \begin{bmatrix} \dot{q}_e \\ \dot{\omega}_e \end{bmatrix} = \mathbf{O}_{3 \times 1}$$

を制御量 u について解いて求められる．また， Γ は 3×3 のゲイン係数行列である．式 (18) に式 (9) を代入して変形すると

$$\begin{aligned} \dot{q}_e &= \frac{1}{2} \Omega(\omega_e) Q^{-1}(q_t) q_c \\ &= \dot{q}_c + \frac{1}{2} [\Omega(\omega_e) Q^{-1}(q_t) - \Omega(\omega_c)] q_c \end{aligned}$$

また，式 (10) を微分して

$$\dot{\omega}_e = \dot{\omega}_c|_c + \omega_c \times \omega_e = \dot{\omega}_c - C_t^c \dot{\omega}_t + \omega_c \times \omega_e$$

となる．ここで式 (8) を考慮して等価制御入力は次のように求められる．

$$u_{eq} = -(SB)^{-1} S f(x) + (SB)^{-1} S \dot{x}_d \quad (22)$$

ただし， $\dot{x}_d$ は以下のようなものである．

$$\dot{x}_d = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} [\Omega(\omega_e) Q^{-1}(q_t) - \Omega(\omega_c)] q_c \\ C_t^c \dot{\omega}_t - \omega_c \times \omega_e \end{bmatrix} \quad (23)$$

任意の初期状態から超平面へ到達することを，次の関数を使って証明する．

$$V = \frac{1}{2} \sigma^T \sigma \quad (24)$$

時間微分を求める．等価制御入力に注意すると

$$\dot{V} = \sigma^T \dot{\sigma} = -\sigma^T \Gamma \sigma / \|\sigma\| \quad (25)$$

となり，ゲイン係数行列 Γ を

$$\Gamma = \text{diag}(k_1, k_2, k_3) \quad (26)$$

とすれば， $\dot{V} < 0$ となるので，到達則は満たされる．なお，本論文では簡単化のため

$$\Gamma = k_b \mathbf{U}_{3 \times 3} \quad (27)$$

とする．

2.2.3 チャタリング防止策の実施 本論文では，チャタリング防止に切替関数を次の平滑関数に置き換える方法を用いることにする．

$$u = u_{eq} - k_b (SB)^{-1} \sigma / (\|\sigma\| + \varepsilon) \quad (28)$$

3. SRMASMC

SMC による姿勢追従では，制御開始時に制御量が大きくなる傾向がある．これは，発生可能トルクの大きさに限界がある人工衛星にとっては好ましいことではない．そこで本論文では，Lo らの SRM (平滑規範モデル) を参考に，制御開始時の制御量低減法を考える．ただし，Lo らの方式は，クオタニオンの 2 階時間微分値を使用しており，平滑規範モデルの姿勢を表わすクオタニオンの第 4 成分の微分値が計算できる範囲でしか使用できない．そこで，本論文では，同じく 2 階時間微分値を用いるが，パラメータを適切に選択するだけで，クオタニオンの第 4 成分が零にならない条件を設定できる形を提案する．また，等価制御入力の決定には，式 (22) に示されるようにターゲット衛星の角加速度が必要であり，角加速度を求めるにはターゲット衛星の慣性能率比が既知である必要があるが，ターゲット衛星の正確な慣性能率比を事前に知ることは一般的には困難である．従って，ターゲット衛星の慣性能率比に対し何らかの推定値を用いなくてはならない．そこで本論文では，ターゲット衛星の慣性主軸比を適応則で推測することを考える．

まず，平滑規範モデルについて説明する．その後，その規範モデルに追従し，ターゲット衛星の慣性能率比を推定する適応則を組込んだスライディングモード制御則の構成法を説明する．

3.1 平滑規範モデル まず、次の 2 次系振動方程式に支配される、ターゲット衛星の姿勢と規範モデルの姿勢との姿勢差を表わすクオタニオンを考える。

$$\ddot{\tilde{q}}_{ad} + 2\zeta\omega_n\dot{\tilde{q}}_{ad} + \omega_n^2\tilde{q}_{ad} = \mathbf{O}_{3 \times 1} \quad (29)$$

ただし、第 4 成分は、

$$q_{ad4} = \sqrt{1 - \tilde{q}_{ad}^T \cdot \tilde{q}_{ad}} \quad (30)$$

で求める。 q_{ad} を用いて規範モデルの姿勢を表わすクオタニオンを次のように定義する。

$$q_{com} = Q(q_t)q_{ad} \quad (31)$$

ここで、姿勢差クオタニオン q_{ad} の最初の 3 成分が 0 に収束していくように式 (29) のパラメータを選択すると、 q_{ad} の第 4 成分は 1 に収束していき、規範モデルの姿勢を表わすクオタニオンは、漸近的にターゲット衛星の姿勢を表わすクオタニオン q_t に収束していくことが確認できる。また、 q_{ad} の第 4 成分の 1 階、2 階時間微分値は、それぞれ

$$\dot{q}_{ad4} = -\frac{1}{q_{ad4}}\tilde{q}_{ad}^T \cdot \dot{\tilde{q}}_{ad} \quad (32)$$

$$\ddot{q}_{ad4} = \frac{1}{q_{ad4}}(\dot{\tilde{q}}_{ad}^T \cdot \dot{\tilde{q}}_{ad} + \tilde{q}_{ad}^T \cdot \ddot{\tilde{q}}_{ad}) \quad (33)$$

で計算できる。ここで、 q_{ad} の初期値には、ターゲット衛星の姿勢とチェイサー衛星の姿勢との制御開始時の姿勢誤差

$$q_{ad}(0) = Q^{-1}(q_t(0))q_c(0) \quad (34)$$

$$\dot{q}_{ad}(0) = \frac{1}{2}\Omega(\omega_e(0))Q^{-1}(q_t(0))q_c(0) \quad (35)$$

を用いる。ただし、式 (34)、(35) の 4 成分のうち、3 成分を初期値として用い、第 4 成分に関しては、式 (30)、(32) から計算する。また、 $\omega_e(0)$ は、ターゲット衛星の角速度とチェイサー衛星の角速度との差の初期値として、式 (10) で求められるものを用いる。ここで、式 (29) の 2 次系で表現されるクオタニオン q_{ad} の 3 成分の 2 乗和が姿勢追従途中で 1 にならないようにパラメータ ζ 、 ω_n を選択すれば、式 (30) で表現されるクオタニオンの第 4 成分が零になることはない。よって、式 (32)、(33) が計算不能（特異点）となることはない。

以上、特異点が生じない形での規範モデルを規定することができた。なお、規範モデルのクオタニオンの時間微分は次で表わされる。

$$\dot{q}_{com} = Q(\dot{q}_t)q_{ad} + Q(q_t)\dot{q}_{ad} \quad (36)$$

$$\ddot{q}_{com} = Q(\ddot{q}_t)q_{ad} + 2Q(\dot{q}_t)\dot{q}_{ad} + Q(q_t)\ddot{q}_{ad} \quad (37)$$

3.2 規範モデル追従スライディングモード制御 次に制御則の構成法について説明する。本研究では、式 (31) で表現される規範モデルの姿勢へ追従していくスライディングモード制御則を組む。これは、第 2 章で行った SMC に

よる姿勢追従において、追従すべき姿勢をターゲット衛星の姿勢運動から規範モデルの姿勢運動に読み替えることにより構成される。以下説明する。

まず、姿勢誤差および角速度誤差を、規範モデルとチェイサー衛星との間でそれぞれ次のように定義する。

$$q_e = Q^{-1}(q_{com})q_c \quad (38)$$

$$\omega_e = \omega_c - C_{com}^c \omega_{com} \quad (39)$$

超平面を式 (14) と同様に定める。

$$\begin{aligned} \sigma &= Sx_e = \begin{bmatrix} k_a \text{sgn}(q_{e4})U_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 1} & U_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_e \\ \omega_e \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{O}_{3 \times 1} \end{aligned} \quad (40)$$

制御入力は、等価制御入力部分と切替入力部分の和とする。

$$u = u_{eq} + u_{nl} \quad (41)$$

等価制御入力部分を求めると、以下のようになる。

$$u_{eq} = -(SB)^{-1}Sf(x) + (SB)^{-1}S\dot{x}'_d \quad (42)$$

ただし、ここで、

$$\dot{x}'_d = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}[\Omega(\omega_e)Q^{-1}(q_{com}) - \Omega(\omega_{com})]q_c \\ C_{com}^c \dot{\omega}_{com} - \omega_c \times \omega_e \end{bmatrix} \quad (43)$$

である。なお、角速度指令、角加速度指令値はそれぞれ

$$\omega_{com} = 2E^T(q_{com})\dot{q}_{com} \quad (44a)$$

$$\dot{\omega}_{com} = 2E^T(q_{com})\ddot{q}_{com} \quad (44b)$$

である。ここで、

$$E(q) = \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_4 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_4 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 \end{bmatrix} \quad (45)$$

式 (44a) (44b) の $\dot{q}_{com}$ 、 $\ddot{q}_{com}$ は式 (36) (37) により計算できる。また、 $\dot{q}_{ad4}$ 、 $\ddot{q}_{ad4}$ は式 (32) (33) で計算されるが、前述のように特異となることはないので、 $\dot{q}_{com}$ 、 $\ddot{q}_{com}$ が特異になることはない。式 (36) (37) の計算に必要なターゲットの姿勢運動は、

$$\dot{q}_t = \frac{1}{2}\Omega(\omega_t)q_t \quad (46a)$$

$$\ddot{q}_t = \frac{1}{2}\Omega(\omega_t)\dot{q}_t + \frac{1}{2}\Omega(\dot{\omega}_t)q_t \quad (46b)$$

である。切替入力部分は、以下とする。

$$u_{nl} = -k_b(SB)^{-1}\sigma / \|\sigma\| \quad (47)$$

3.3 適応則スライディングモード制御則 式 (38)～(46) を見ると分かるように、規範モデル追従スライディングモード制御を実施する際には、ターゲット衛星の角加速度が既知である必要があり、これは慣性能率比が既知である必要を意味する。本論文では、ターゲット衛星の慣性主軸とボディー座標が一致しているものと仮定し、ターゲット衛星の慣性能率比を推定する適応則を導く。一般的に、スライディングモード制御における適応則を導くには、超平面の時間微分に対する推定誤差の寄与分を求めなくてはならない。そこで、慣性能率比に推定値を入れ、推定誤差への寄与分を求める。式 (40) を時間微分し、式 (41)～(46) を代入して整理すると次を得る。

$$\dot{\sigma} = -C_{\text{com}}^c E^T(q_{\text{com}}) Q'(\Omega'(\tilde{\omega}_t - \dot{\omega}_t) q_t) q_{\text{ad}} + SBu_{\text{nl}} \quad (48)$$

ここで、 $\tilde{\omega}$ は推定値を示し、関数 Q' 、 Ω' は引数を q_{ad} 、 $\dot{\omega}_t$ とすると

$$Q'(q_{\text{ad}}) = \begin{bmatrix} q_{\text{ad}4} & q_{\text{ad}3} & -q_{\text{ad}2} & q_{\text{ad}1} \\ -q_{\text{ad}3} & q_{\text{ad}4} & q_{\text{ad}1} & q_{\text{ad}2} \\ q_{\text{ad}2} & -q_{\text{ad}1} & q_{\text{ad}4} & q_{\text{ad}3} \\ -q_{\text{ad}1} & -q_{\text{ad}2} & -q_{\text{ad}3} & q_{\text{ad}4} \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$\Omega'(\dot{\omega}_t) = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\omega}_{t3} & -\dot{\omega}_{t2} & \dot{\omega}_{t1} \\ -\dot{\omega}_{t3} & 0 & \dot{\omega}_{t1} & \dot{\omega}_{t2} \\ \dot{\omega}_{t2} & -\dot{\omega}_{t1} & 0 & \dot{\omega}_{t3} \\ -\dot{\omega}_{t1} & -\dot{\omega}_{t2} & -\dot{\omega}_{t3} & 0 \end{bmatrix} \quad (50)$$

である。本論文では、慣性主軸とボディー座標が一致していると仮定しているので、

$$\dot{\omega}_t = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{t1} \\ \dot{\omega}_{t2} \\ \dot{\omega}_{t3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x \omega_{t2} \omega_{t3} \\ k_y \omega_{t3} \omega_{t1} \\ k_z \omega_{t1} \omega_{t2} \end{bmatrix} \quad (51)$$

である。ただし、ここで

$$\begin{aligned} k_x &= (I_y - I_z)/I_x \\ k_y &= (I_z - I_x)/I_y \\ k_z &= (I_x - I_y)/I_z \end{aligned} \quad (52)$$

である。慣性能率比の真値と推定値との差を

$$\tilde{\alpha} = [k_x - \tilde{k}_x \quad k_y - \tilde{k}_y \quad k_z - \tilde{k}_z]^T \quad (53)$$

で表わし、式 (48) を表記しなおすと、

$$\dot{\sigma} = Y\tilde{\alpha} + SBu_{\text{nl}} \quad (54)$$

となる。ただし、

$$Y = -C_{\text{com}}^c E^T(q_{\text{com}}) Q'(q_{\text{ad}}) E(q_t) W(\omega_t) \quad (55)$$

$$W(\omega_t) = \begin{bmatrix} \omega_{t2}\omega_{t3} & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{t3}\omega_{t1} & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{t1}\omega_{t2} \end{bmatrix} \quad (56)$$

ここで、リアプノフ関数の候補として次を考える。

$$V = \frac{1}{2} \sigma^T \sigma + \frac{1}{2} \tilde{\alpha}^T F \tilde{\alpha} \quad (57)$$

F は 3×3 の対称行列とする。時間微分すると、

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{\sigma}^T \sigma + \tilde{\alpha}^T F \dot{\tilde{\alpha}} \\ &= (SBu_{\text{nl}})^T \sigma + \tilde{\alpha}^T (F\dot{\tilde{\alpha}} + Y^T \sigma) \end{aligned}$$

となる。ここで切替制御入力部分を式 (47) と同様に

$$u_{\text{nl}} = -k_b (SB)^{-1} \sigma / \|\sigma\|$$

とし、さらに推定則として

$$\dot{\tilde{\alpha}} = -F^{-1} T^T \sigma \quad (58)$$

を選べば、リアプノフ関数候補の時間微分は

$$\dot{V} = -k_b \sigma^T \sigma / \|\sigma\| \quad (59)$$

となり、スライディングベクトルが零でない限り、負となり、漸近安定となる。現実にはチャタリング防止のために、式 (47) を平滑関数で置き換える。

$$u_{\text{nl}} = -k_b (SB)^{-1} \sigma / (\|\sigma\| + \varepsilon) \quad (60)$$

ターゲット衛星の慣性能率比の推定値 $\tilde{k}_x, \tilde{k}_y, \tilde{k}_z$ は、式 (58) の推定則に基づき、次の積分を実施することで得られる。

$$\begin{aligned} \tilde{k}_x &= \tilde{k}_x(0) - \int \dot{\tilde{\alpha}}_1 dt \\ \tilde{k}_y &= \tilde{k}_y(0) - \int \dot{\tilde{\alpha}}_2 dt \\ \tilde{k}_z &= \tilde{k}_z(0) - \int \dot{\tilde{\alpha}}_3 dt \end{aligned} \quad (61)$$

ここで、 $\tilde{k}_x(0), \tilde{k}_y(0), \tilde{k}_z(0)$ は慣性能率比の推定初期値である。

4. 数値シミュレーション

4.1 解析条件 オイラーの回転運動方程式の解は、慣性能率、角速度、回転エネルギーの組み合わせによって、非対称、非周期、軸対称、単軸回転の 4 種類に分類できる¹³⁾。その中で非周期の解は、十分時間が経つと単軸回転運動となるので、本論文では、ターゲットの回転運動として、(1) 単軸回転、(2) 非対称の場合の回転、(3) 軸対称の場合の回転、の 3 種類を考慮し、それぞれの運動に対して SRMASMC による姿勢追従運動の計算を行う。また、比較として適応則を含まない SMC および ERMC (Appendix 参照) による姿勢追従運動の計算も行う。

本論文で使用した数値を第 1 表に記す。軌道上にある衛星の回転は遅いことを考慮し、ターゲット衛星の初期角速度は各軸まわりに 0.01 rad/s と小さい値とした。また比較のために、適応則を含まない SMC と SRMASMC において共通する項目のゲイン係数は同じとし、ERMC のゲインは、追従開始時の制御量の大きさが SMC のそれとおおよそ同じになるように選んだ。また、全ての制御則において、ターゲット衛星の慣性能率比の初期推定値は同じものとした。

第 1 表 シミュレーションパラメータ

Inertia	Target	(a) $I_x = 100, I_y = 100, I_z = 100$ (b) $I_x = 100, I_y = 100, I_z = 150$ (c) $I_x = 100, I_y = 50, I_z = 150$
	Chaser	$I_c = \begin{bmatrix} 3000 & -300 & -500 \\ -300 & 4000 & -400 \\ -500 & -400 & 3000 \end{bmatrix}$
Initial conditions	Target	$q_t = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$ $\omega_t = [0.01 \ 0.01 \ 0.01]^T$ (rad/s)
	Chaser	$q_c = [0 \ 0 \ 1/\sqrt{2} \ 1/\sqrt{2}]^T$ $\omega_c = [0 \ 0 \ 0]^T$ (rad/s)
Parameters	ERMC	$k_p = 0.01, k_d = 0.04$
	SMC	$k_a = 0.1, k_b = 0.285, \varepsilon = 0.025$
	SRMASMC	$k_a = 0.1, k_b = 0.285, \varepsilon = 0.025$ $F = \text{diag}(4.0, 4.0, 4.0) \times 10^{-6}$ $\zeta = 1.0, \omega_n = 0.02$
	Initial estimated inertia ratios	$\hat{k}_x(0) = 0, \hat{k}_y(0) = -9, \hat{k}_z(0) = 9$

第 1 図 ERMC におけるクオタニオンの時間履歴

第 2 図 SMC におけるクオタニオンの時間履歴

4.2 シミュレーション結果 ERMC による結果を第 1 図に, SMC による結果を第 2 図に, SRMASMC による結果を第 3 図に示す. それぞれの図における (a) (b) (c) は第 1 表に示したターゲット衛星の運動パターンの (a) (b) (c) にそれぞれ対応している. また, SRMASMC における慣性比率推定の時間履歴を第 4 図に示す. まず, 第 1 図と第 2

図を見比べると, ERMC では大きな周期の姿勢誤差が残っているのに対し, SMC では小さな周期の姿勢誤差しか残っていないことが分かる. 次に第 2 図と第 3 図を比べると, SRMASMC は SMC に比べて姿勢誤差の細かい振動が発生しておらず, ターゲット衛星の姿勢へ到達した後の追従性能が良いことが分かる. 特に SRMASMC はおよそ 300

第3図 SRMASMC におけるクオタニオンの時間履歴

第4図 ターゲット衛星の慣性能率比推定値の時間履歴

秒より後ではターゲット衛星の姿勢へほぼ完全に一致している。また、第4図を見ると適応則によってターゲット衛星の慣性能率比の推定値が500秒後ぐらいの間に実際の値近くに収束していることが3種類全てのターゲット衛星の回転運動に対して確認できる。また、今回のシミュレーションでは、ERMC、SMCともにターゲット衛星の誤った慣性能率比を用いた制御を行っているため、姿勢角誤差の偏差が残っていた。従って、追従性能の差は、慣性能率比の推定の差によるものと説明でき、適応則によって姿勢追従性能が改善されたと言える。さらに姿勢追従性能の向上を数値的に裏付けるために、ターゲット衛星とチェイサー衛星の姿勢角誤差（ q_e に対応する回転角 β ）の2乗時間平均を追従開始後500秒から1000秒までの間について計算した結果、第2表のようになった。この表からSRMASMCは他の2つの制御則に比べ、姿勢追従性能に優れていることが確認できる。無論、ERMCに適応則を組込むことによりターゲット衛星の慣性能率比を推定し、姿勢追従性能を向上させることは可能であるが、ERMCは追従する側のチェイサー衛星自身のモデル誤差に対してはロバストではないので、今回のチェイサーモデルでは、マッチング条件

第2表 追従開始500秒後から500秒間の姿勢角誤差の2乗時間平均値 (rad)

	(a)	(b)	(c)
ERMC	0.2550	0.2180	0.2420
SMC	0.0890	0.0740	0.0790
SRMASMC	0.0005	0.0026	0.0023

を満たす場合にロバスト性を有するSMCの方が一般的に優れていると考えられる。

次に追従開始時の制御量の低減効果を確認する。ERMC、SMC、SRMASMCにおける制御トルクの時間履歴をそれぞれ第5図、第6図および第7図に示す。これらの図より、追従開始時の制御トルクの最大値がERMCとSMCでともに約10Nmであるのに対し、SRMASMCでは約2Nmとなっていることが分かり、SRMASMCは他の2つの制御方式に比べ追従開始時の制御量が低減されていることが確認できる。ただし、制御量の減少に伴い、追従性能が悪化している可能性があり、SRMASMCの優位性を強く述べることはできない。そこで、追従開始後500秒間の総制御量に対する姿勢角誤差の減少量の割合を計算し、SRMASMC

第 5 図 ERMC における制御トルクの時間履歴

第 6 図 SMC における制御トルクの時間履歴

第 7 図 SRMASMC における制御トルクの時間履歴

の優位性を検証する．第 3 表はその計算結果である．第 3 表から，SRMASMC は，同じ制御量でもって姿勢角誤差を多く減少させていることが分かる．

以上により，本提案の制御則 SRMASMC は，他の制御則に比べ優れていることが検証された．

5. まとめと今後の課題

ターゲット衛星の慣性性能率比を推定する適応則を通常のスライディングモード制御に加えることにより，姿勢追従性能の向上を図り，さらに，平滑規範モデルを導入し追従開始時の制御量を低減化する方法を示した．ターゲット衛

第3表 追従開始後 500 秒間の総制御トルク量に対する姿勢角誤差の減少量 (rad/Nms)

	(a)	(b)	(c)
ERMC	0.0013	0.0013	0.0014
SMC	0.0022	0.0018	0.0015
SRMASMC	0.0053	0.0038	0.0028

星の異なる 3 つの回転運動に対してシミュレーションを行い、いずれの場合においても慣性性能率比の推定が正しく行われることを確認した。また、適応則を有さないスライディングモード制御およびアイゲンアクシスローテーション制御（ERMC）と比較し、平滑規範モデル適応スライディングモード制御の有効性を検証するとともに、姿勢追従開始時の制御量が低減化されることを確認した。

なお、今回はターゲット衛星の慣性主軸と機体座標系が一致していると仮定したが、一致していない場合の対処法を検討する必要がある。また、ターゲット衛星とチェイサー衛星の重心位置を一致させた後の姿勢同期のみを議論したが、重心位置を一致させることは容易ではなく、相対位置運動と姿勢運動は一般的にはカップリングする。これに対しては、文献 9) で示されたような位置制御を含めたスライディングモード制御を構成することにより対応可能だと考えられる。その場合でも、本論文で示した適応則によって追従性能の向上や平滑規範モデル導入による初期制御量の低減は達成できると考えられる。ただし、本提案の方法は、ターゲットへの相対姿勢角レートが正確に分かることを前提としたものである。従って、擬似微分によって通常求められる角速度レートデータを使った場合に対する本手法の有効性と限界は、誤差の大きさや時間遅れの度合いに依存すると考えられ、さらに調査研究する必要がある。また、チェイサー衛星が大きくなり柔軟性が無視できなくなる場合には、構造振動を励起しないように周波数整形の手法を適用することも視野に入れる必要があると思われる。また、最終目標はターゲットの捕獲であるので、姿勢追従後のハンドによる捕獲フェーズにおける反動制御を今後行っていく予定である。

参 考 文 献

- 1) 野波健蔵, 田 宏奇, スライディングモード制御, コロナ社, 東京, 1994.
- 2) Vadali, S. R.: Variable-Structure Control of Spacecraft Large-Angle Maneuvers, J. Guid. Control Dynam., **9** (1986), pp. 235–239.
- 3) Dwyer III, T. A. W.: Exact Nonlinear Control of Spacecraft Slewing Maneuvers with Inertial Moment Transfer, J. Guid. Control Dynam., **9** (1986), pp. 240–247.
- 4) Crassidis, J. L. and Markley, F.: Sliding Mode Control Using Modified Rodrigues Parameters, J. Guid. Control Dynam., **19** (1996), pp. 1381–1383.
- 5) Robinett, R. D. and Parker, G. G.: Spacecraft Euler Parameter Tracking of Large-Angle Maneuvers via Sliding Mode Control, J. Guid. Control Dynam., **19** (1996), pp. 702–703.
- 6) Lo, S. C. and Chen, Y. P.: Smooth Sliding Mode Control for Spacecraft Attitude Tracking Maneuvers, J. Guid. Control Dynam., **18** (1995), pp. 1345–1349.
- 7) Chen, Y. P. and Lo, S. C.: Sliding-Mode Controller Design for Spacecraft Attitude Tracking Maneuvers, IEEE Trans. Aero. Elec. Sys., **29** (1993), pp. 1328–1333.
- 8) 小林信之, 野波健蔵, 安住一郎, 中山隆之: 離散時間スライディングモード制御を用いた物体捕捉および投擲時の宇宙ロボットの姿勢制御, 計測自動制御学会論文集, **32** (1996), pp. 1206–1211.
- 9) 照井冬人: スライディングモード制御による宇宙機の位置・姿勢制御, 日本機械学会論文集 C 編, **64** (1998), pp. 215–222.
- 10) 山田克彦, 吉河章二, 吉田憲正, 小山 浩: 宇宙機間の相対運動の制御, 計測自動制御学会論文集, **30** (1994), pp. 1225–1233.
- 11) 有川善久, 石川早苗, 中須賀真一, 佐鳥 新, 岡本博之: 超小型衛星によるターゲット監視・ドッキングのための制御実験, 第 44 回宇宙科学技術連合講演会講演集, 00-3E9, 2000.
- 12) 中村大賀, 藤原 健, 津田雄一, 中須賀真一: 無重力空間におけるタンプリング物体の捕獲 (相対姿勢のフィードバック制御について), 第 41 回宇宙科学技術連合講演会講演集, 1997, pp. 781–786.
- 13) 升谷保博: 浮遊型宇宙ロボットによる物体捕捉のための計測と制御, 大阪大学博士論文, 1995.

Appendix

本論文で比較対象としたアイゲンアクシスローテーションマヌーバ制御¹²⁾ は以下のようなものである。

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{nl} + \mathbf{u}_{fb} \quad (62a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{nl} = & \mathbf{I}_c [\mathbf{C}_t^c \tilde{\mathbf{I}}_t^{-1} (-\boldsymbol{\omega}_t \times \tilde{\mathbf{I}}_t \boldsymbol{\omega}_t) + \boldsymbol{\omega}_c \times \boldsymbol{\omega}_e] \\ & + \boldsymbol{\omega}_c \times \mathbf{I}_c \boldsymbol{\omega}_c \end{aligned} \quad (62b)$$

$$\mathbf{u}_{fb} = -\mathbf{I}_c [k_p \text{sgn}(q_{e4}) \tilde{\mathbf{q}}_e + k_d \boldsymbol{\omega}_e] \quad (62c)$$