柔軟宇宙構造物のロバスト最小エネルギーヌーバに関する地上実験*¹

Experiments of Robustified Minimum-Energy Maneuvers for Flexible Space Structures

須田 信一*²・藤井 裕矩*³

Shin-ichi SUDA and Hironori A. FUJII

Key Words: Spacecraft, Optimal Control

Abstract: Experimental study is reported on the rest-to-rest maneuver applied to a model of flexible space structures. Maneuver is sometimes required to move a flexible space structure from an initial rest state without any motion to a final rest state also without any motion. It is necessary for the flexible space structure to move in minimum time with least excitation on the bending moment of the flexible structure. The model consists of a rigid body equipped with a flexible beam and is actuated by a linear motor to follow a linear motion. Three types of minimum-energy maneuver are examined experimentally: a time-optimal minimum-energy maneuver, a robustified minimum-energy maneuver, and a combination of the time-optimal and the robustified minimum-energy maneuvers, i.e., the robustified time-optimal minimum-energy maneuver. The well-known bang-bang type time-optimal and the robust time-optimal control maneuvers are also examined experimentally in order to compare their performances. The present experimental study has verified the validity of these total five types of maneuvers and show excellent agreement with the results of the numerical analysis. The excellent performance of the robustified time-optimal minimum-energy maneuver is then concluded to have superior performance in the robustness persisting the properties of the minimum-time and less fuel consumption in the maneuver.

1. はじめに

大型柔軟宇宙構造物は、アンテナや太陽電池パドルといった柔軟な付属物を有するため、位置姿勢の変更の際にはこれら柔軟付属物の振動を考慮した制振制御が必要となるが、加えて最短制御時間や燃料効率など様々な要求を課せられる場合があり興味深い重要な問題となる。そのため大型柔軟宇宙構造物に対する最適制御の問題は、現在活発に研究されている問題の一つである。一般的に大型宇宙構造物の制御入力に最大トルクの制限があることから、これらの問題は数学的には拘束条件付きの最適化問題に位置し、ロシアの Pontryagin が定式化した最大値原理を適用することで研究が進められている¹⁻⁷⁾。それによれば、最適制御入力は適当な切り換え時間を持ったバング・バング制御となり、燃料効率^{2,3)}やロバスト性^{1,5)}といった所望の制御要求に対して最適にするために、その切り換え時間を調整することになる。これはパルスジェット型のアクチュエータにとっては非常に有効な制御則である。しかし、システムが複雑化しその挙動が非線形性を含むようになると、連続値が取れるアクチュエータが必要となり、バング・バング制御とは異なる制御則が必要となる。そのため、近年非線形

最適制御入力に関する研究が発表されつつある^{6,8)}。

その一つとして最小エネルギーヌーバ^{9,10)}が挙げられる。最小エネルギーヌーバは柔軟宇宙構造物の柔軟付属物の振動を抑制することを目的に、柔軟付属物の全エネルギーを評価関数に選んだ最適制御問題である。このような最適制御問題は変分法においては常微分方程式の2点境界値問題に帰着されるが、常微分方程式の次数は状態変数の次元の2倍になる。また評価関数に制御変数の2次以上の項が現れない場合は2次以上の変分条件が必要になる。これらの理由からシステムが複雑になるにしたがって最適制御問題を解くことが困難になる可能性がある。しかし筆者ら⁹⁾の研究では、この最適制御問題を非線形計画法の手法を用い制御変数に関する積分方程式に帰着させることで、特に時不変の線形システムに対しては最適制御プロファイルが解析的に求められることが示されている。この事実は大型宇宙構造物のように、制御すべき状態量の次元よりもアクチュエータの数が小さいシステムにとっては有効であることを示している。また、最小にすべき拡張評価関数の凸性が保証されているために、2次以上の変分条件¹¹⁾を必要としないこと、およびバング・バング制御との比較において制御コストが抑えられることも主張されている。筆者ら¹⁰⁾の研究では最小エネルギーヌーバのロバスト性およびシステムのエネルギーを最小にするための切り換え時間に関する報告がなされた。これらの研究は数値シミュレーションをもってなされたが、その実効的な有効性を検証するためには地上

*¹ © 2002 日本航空宇宙学会

平成 14 年 5 月 22 日原稿受理

*² 独立行政法人航空宇宙技術研究所

*³ 東京都立科学技術大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻

実験が必要不可欠である．そこで，本研究ではリニアモータ駆動の柔軟宇宙構造物モデルに最小エネルギーマヌーバを適用することによりその有効性を検証することを目的とする．実験は最小エネルギーマヌーバとこれにマヌーバ時間の最適化を施したもの，ロバスト性を考慮したものおよび両方を考慮したものについて行った．また比較のため，バング・バング型の最短時間制御とロバスト最短時間制御についても行った．

2. 最小エネルギーマヌーバ

2.1 問題の定式化⁹⁾ 柔軟宇宙構造物の線形モデル

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1)$$

$$A = \begin{bmatrix} A_0 & & 0 \\ & A_1 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & A_n \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_i^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \phi_i \end{bmatrix} \quad (3)$$

に対して，柔軟モードのエネルギー

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} x^T(t) Q x(t) dt \quad (4)$$

$$Q = \begin{bmatrix} Q_0 & & 0 \\ & Q_1 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & Q_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$Q_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad Q_i = \begin{bmatrix} \omega_i^2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

を最小にする制御入力 $u(t)$ を求める問題を考える．ここで， ω_i は柔軟付属物の第 i 次のモード周波数， $x \in H_1$ ， $u \in H_2$ で， H_1 ， H_2 はそれぞれ

$$\langle x, y \rangle_i = \int_0^{t_f} x^T(t) y(t) dt \quad \text{for } x, y \in H_i \quad (i = 1, 2)$$

で定義された内積を持つ $2(n+1)$ 次元，または 1 次元の 2 乗可積分関数が張る Hilbert 空間である．制御入力には拘束条件

$$|u(t)| \leq 1 \quad (7)$$

があり，境界条件を

$$x(0) = 0, \quad x(t_f) = x_f = [\theta_f \ 0 \ \cdots \ 0]^T \quad (8)$$

とする．

多くの場合，このような問題は常微分方程式の 2 点境界値問題に帰着されるが，非線形計画法を用いることで制御

入力に関する積分方程式に帰着できる．結局制御入力は

$$u_j(t) = \begin{cases} 1 & (0 \leq t \leq t_1) \\ \sum_{i=1}^n (q_{i1} e^{\alpha_i t} \sin \beta_i t + q_{i2} e^{\alpha_i t} \cos \beta_i t \\ + q_{i3} e^{-\alpha_i t} \sin \beta_i t + q_{i4} e^{-\alpha_i t} \cos \beta_i t) & (t_1 \leq t \leq t_2) \\ -1 & (t_2 \leq t \leq t_f) \end{cases} \quad (9)$$

と解析的に求めることができる．ここで t_1 ， t_2 は制御フェーズの切り替え時間であり， $t_2 = t_f - t_1$ と仮定する．

上記の過程では切り換え時間 t_1 と終端時間 t_f は固定であるが，これらはバング・バング制御における切り換え時間のように，制御性能を決定する重要なパラメータである．そこで所望の制御要求を満足するために，最適な切り換え時間および終端時間に関する条件を考慮する必要がある．本研究では特に最短時間とロバスト性に着目しこの条件を次節以降で求める．なお数値例として実験装置の値（第 1 表）を用い，モデルの構造周波数は 1 次モードのみを考慮する．また比較のために最短時間もロバスト性も考慮しない場合の切り換え時間と終端時間の例を $t_1 = 0.20$ [sec]， $t_f = 30$ [sec] とした．

2.2 最小エネルギー最短時間マヌーバ 切り換え時間 t_1 と終端時間 t_f を変化させ，式 (9) を計算すると， $t_1 \leq t \leq t_2$ において $|u| > 1$ となる場合があることが報告されている．これを利用し $|u| \leq 1$ を満足する最適な切り換え時間と終端時間の組み合わせを求めることができる．本研究の数値例の場合，第 2 図の曲線 1 が $|u| = 1$ を表しており，この閉曲線の内側がである．すなわち切り換え時間と終端時間の組み合わせはこの領域内部にある必要があり，この図から最短時間の組み合わせは $(t_f, t_1) = (1.6, 0.35)$ [sec] と求められる．図中の MEMT (Minimum-Energy Minimum-Time: 最小エネルギー) で記した点がこの組み合わせにあたる．

なお，図中の直線 3 は剛体に対するバング・バング制御の切り換え時間，すなわち $t_1 = t_f/2$ を意味する．

2.3 ロバスト最小エネルギーマヌーバ 最小エネルギーマヌーバやバング・バング制御のようなフィードフォワード制御設計には正確な柔軟宇宙構造物モデルが必要であるが，モデリング誤差やパラメータの不確定性のために，正確なモデルを記述することは不可能である．このモデリング誤差やパラメータの不確定性は，終端時間において柔軟付属物の振動を止めるという目的を阻害し，制御終了後も振動が残留するという結果を招く．もちろんこうした残留振動はフィードバック制御により補償できるが，フィードバック制御の負荷を軽減するためにも，モデリング誤差が存在しても終端時間において柔軟付属物の振動を止めるためのロバスト性の条件が必要となる．

ここではモデリングパラメータに構造周波数のみを考慮しているので，終端条件が構造周波数の変化に対してロバ

ストであるような条件を求める．すなわち終端条件

$$\int_0^{t_f} \exp \{A(t_f - \tau)\} Bu(\tau) d\tau - x_f = 0 \quad (10)$$

を構造周波数 ω_i で微分して零となるような次の条件である：

$$\int_0^{t_f} (t_f - \tau) \cos \omega_i(t_f - \tau) u(\tau) d\tau = 0 \quad (11)$$

$$\int_0^{t_f} (t_f - \tau) \sin \omega_i(t_f - \tau) u(\tau) d\tau \quad (12)$$

これらの非線形連立方程式を同時に満足する切り換え時間と終端時間を求めることで構造周波数誤差に対してロバストな最小エネルギー manoeuvre を得ることができる．

第 2 図における曲線 2 が式 (11), (12) をともに満足する切り換え時間と終端時間の組み合わせを表している．したがってこの曲線上にあり，さらに曲線 1 の内部にある切り換え時間と終端時間の組み合わせがロバスト最小エネルギー制御となる．この曲線から，ロバスト性を満足するための終端時間と切り換え時間は 1 対 1 に対応し，ある終端時間を決定すると切り換え時間も決定されることが分かる．例として図中の RME (Robustified Minimum-Energy: ロバスト最小エネルギー) で示した点 $(t_f, t_1) = (3.0, 0.14)$ [sec] がこれにあたる．比較のために ME (Minimum-Energy: 最小エネルギー) の場合と終端時間を合わせている．

さらに，この図から最短時間のロバスト最小エネルギー制御が求められる．図中の RMEMT (Robust Minimum-Energy Minimum-Time: ロバスト最小エネルギー最短時間) で示した点 $(t_f, t_1) = (1.98, 0.27)$ [sec] がそれである．

3. リニアモータ駆動装置による実験

3.1 リニアモータ駆動装置 本研究で用いたリニアモータ駆動装置の概観を第 1 図に示す．スライダがボールを介してレール上の 2 本のガイドに沿って水平に移動する．そのスライダ上にはりを固定する．スライダの運動は，前節の結果をもとに得られた本体位置と速度の数値シミュレーション結果をドライバに転送したのち，その数値シミュレーションに従うように制御される．この指令はドライバのメモリの制約上，制御時間をおよそ 170 分割して離散化される．はりの振動ははりの根元に取り付けられたひずみゲージによりアンプを通して計測用計算機に記録される．システムのパラメータを第 1 表に示す．

3.2 数値シミュレーション結果および実験結果 実験に用いた最小エネルギー制御とバングバング制御の切り換え時間と終端時間を第 2 表に整理した．略号 ME, METM, RME, RMEMT, BB, RBB はそれぞれ最小エネルギー (Minimum-Energy), 最小エネルギー最短時間 (Minimum-Energy Minimum-Time), ロバスト最小エネルギー (Robustified Minimum-Energy), ロバスト最小エネルギー最短時間 (Robustified Minimum-Energy Minimum-Time), バング・バング制御 (Bang-Bang), ロバストバング・バング制

第 1 図 実験装置概観

第 2 図 終端時間，切り替え時間に対する最小エネルギー制御の絶対値，およびロバスト性を満足する終端時間と切り替え時間

第 1 表 システムパラメータ

Main body	mass	14.0 [kg]
	final position	2.0 [m]
Beam	material	aluminum
	width	25.0 [mm]
	height	1.90 [mm]
	length	0.96 [m]
	first mode	1.46 [Hz]
	second mode	9.60 [Hz]
Control input	saturation torque	50.0 [N]

御 (Robust Bang-Bang) を意味する．

第 3 図から第 8 図はそれぞれこれらの場合の数値シミュレーション結果と実験結果である．いずれの図も制御入力 (左上)，スライダ位置 (右上)，スライダ速度 (左下) の数値シミュレーション，そしてはり根本の曲げモーメント (右下) の数値シミュレーション (破線) と実験結果 (実線) の順に並んでいる．

ロバスト性を考慮していない ME (第 3 図) と METM (第 4 図) はモデリング誤差によって 1 次モードの残留振動が見られる．バング・バング制御に至ってはロバスト性を考慮してもなお残留振動が見られる結果となった (第 7,

第2表 制御切り替え時間

case	t_1 [sec]	t_2 [sec]	t_f [sec]	remarks
ME	0.20	$t_f - t_1$	3.0	
MEMT	0.35	$t_f - t_1$	1.60	
RME	0.14	$t_f - t_1$	3.0	
RMEMT	0.27	$t_f - t_1$	1.98	
BB	0.73	$t_f/2$	1.50	$t_3 = t_f - t_1$
RBB	0.058	0.15	1.87	$t_3 = t_f/3, t_4 = t_f - t_2, t_4 = t_f - t_1$

第3図 最小エネルギー（ME）マヌーバの数値シミュレーション結果および実験結果

第5図 ロバスト最小エネルギー（RME）マヌーバの数値シミュレーション結果および実験結果

第4図 最小エネルギー最短時間（MEMT）マヌーバの数値シミュレーション結果および実験結果

第6図 ロバスト最小エネルギー最短時間（RMEMT）マヌーバの数値シミュレーション結果および実験結果

8 図）一方ロバスト性を考慮した最小エネルギーマヌーバであれば RME（第 5 図），RMEMT（第 6 図）のように 1 次モードの残留振動はほとんど見られなくなる．代わって 2 次モードの残留振動が顕著に表れる．これはモデルが 2 次モード以上を考慮していないためと，リニアモータ駆動装置のスライダーがボールを介してガイドと接触しており，スライダーが高速で移動する場合は高周波の振動が励起されてしまうためと考えられる．

第 3 図と第 5 図を比較すると，同じ終端時間にもかかわらず切り換え時間を変えるだけでロバスト性能が変わることが確認できた．すなわち終端時間と切り換え時間の組み合わせは十分な調整が必要であることが分かる．

終端時間の最適性を考慮していない最小エネルギーマヌーバとロバスト最小エネルギーマヌーバを除いてそれ以外の制御について制御時間を比較すると，Bang・Bang制御，最小エネルギー最短時間マヌーバ，ロバストBang・Bang制

第 7 図 バング・バング (BB) 制御の数値シミュレーション結果および実験結果

第 8 図 ロバストバング・バング (RBB) 制御の数値シミュレーション結果および実験結果

御, ロバスト最小エネルギー最短時間マヌーバの順に大きくなる. 制御に要する時間が一番小さいバング・バング制御と一番大きいロバスト最小エネルギー最短時間マヌーバとの差は $0.48 [\text{sec}]$ であり, バング・バング制御に比して 32% 多くの時間を要する. 一方, ロバストバング・バング制御とロバスト最小エネルギー最短時間マヌーバとの差は $0.11 [\text{sec}]$ (約 6% 増) でありこれらの間に大差はない. しかし, 最小エネルギーマヌーバの目的である柔軟付属物の振動を抑制するという観点からは, ロバスト最小エネルギー最短時間マヌーバはバング・バング制御, ロバストバング・バング制御を大幅に改善するには至らない. これらの最大曲げモーメントの実験結果を比較するとバングバング制御の $0.710 [\text{Nm}]$, ロバストバング・バング制御の $0.714 [\text{Nm}]$ に対して, ロバスト最小エネルギー最短時間マヌーバは $0.653 [\text{Nm}]$ でありおよそ 8.6% の改善しか得られない. 最小エネルギーマヌーバが時間最適性を考慮すればバングバング型の制御に近い

ていくことは当然であると考えられる. 従来の研究^{9, 10)} によってロバスト最短時間最小エネルギーマヌーバは最短時間性と最小加振性を保ちながらロバスト性が最もよく, かつ燃料消費が最小という 2 点で最も有効であることが分かっている. 数値シミュレーションと実験結果がよい一致を見たことから, この優位性が保証されたと考えてよいであろう.

一方, これら時間の最適性を考慮した制御と考慮していないロバスト最小エネルギーマヌーバとを比較してみると, ロバスト最小エネルギーマヌーバの最大曲げモーメントが $0.378 [\text{Nm}]$ であることから, 柔軟付属物の振動抑制が大幅に改善されていることが分かる. 時間の最適性の要求と柔軟物の振動抑制の要求は相反する要求であり, それぞれの許容範囲については十分考慮する必要がある.

4. 結 論

リニアモータ駆動の柔軟宇宙構造物モデルに最小エネルギーマヌーバを適用することによりその有効性を検証した. 最小エネルギーマヌーバは終端時間と切り換え時間の調整により, 時間最適性およびモデリング誤差やパラメータの不確定性に対するロバスト性といった制御要求に対応可能であることが実証できた. バングバング制御においてロバスト性を考慮する場合は, 切り換えの回数を増やしていくが, 最小エネルギーマヌーバの場合には終端時間と切り換え時間の 2 つのパラメータによってロバスト性を得ることができる. この事実は最小エネルギーマヌーバの制御性能は終端時間-切り換え時間の 2 次元平面上に描くことができるため, 視覚的に制御性能を理解できるということを示している. ロバスト最小エネルギー最短時間制御はバング・バング型の最短時間制御と類似した結果が得られるということが確認された. これらの時間性能と振動抑制性能を比較した結果, ロバスト最小エネルギー最短時間マヌーバではわずかな改善しか得られなかったがロバスト最小エネルギー最短時間マヌーバは燃料消費を抑えかつロバストであるという 2 点で優れていることから最も望ましい制御則であると考えてよい. 柔軟付属物の振動を抑制するという目的からは制御時間はできるだけ大きくとるべきである. もし制御時間に関する拘束や要求に余裕があれば, ロバスト最小エネルギーマヌーバは与えられた終端時間に対して柔軟付属物の振動を抑制し, かつモデリング誤差やパラメータ不確定性に対してロバストな制御を与えることが可能である. しかし時間的な拘束や要求も考慮すれば, これらの間のトレードオフは十分検討すべきである.

参 考 文 献

- 1) Wie, B. and Liu, Q.: Comparison between Robustified Feed-forward and Feedback for Achieving Parameter Robustness, *J. Guid., Control Dynam.*, **15** (1992), pp. 935-943.
- 2) Singhose, W., Bohlke, K., and Seering, W.: Fuel-Efficient Shaped Command Profiles for Flexible Spacecraft, *AIAA Proc. Guidance, Navigation, and Control Conference*, 1995, pp. 72-79.
- 3) Hartmann, R. and Singh, T.: Fuel/Time Optimal Control of Flexible Space Structures, *AIAA Proc. Guidance, Navigation, and Control Conference*, 1995, pp. 72-79.

- tion, and Control Conference, 1995, pp. 91–101.
- 4) Pao, L. Y.: Minimum-Time Control Characteristics of Flexible Structures, *J. Guidance, Control Dynam.*, **19** (1996), pp. 123–129.
- 5) Pao, L. Y.: Analysis of the Frequency, Damping, and Total Insensitivities of Input Shaping Designs, *J. Guid., Control Dynam.*, **20** (1997), pp. 909–915.
- 6) Gorinevske, D. and Vukovich, G.: Nonlinear Input Shaping Control of Flexible Spacecraft Reorientation Maneuver, *J. Guid., Control Dynam.*, **21** (1998), pp. 264–270.
- 7) 藤井裕矩, 須田信一, 赤城範方: 柔軟宇宙構造物の多重バングバング切り替えによる最短時間制御に関する地上実験, *日本航空宇宙学会論文集*, **48** (2000), pp. 28–35.
- 8) Vadali, S. R., Carter, M. T., Singh, T., and Abhyankar, N. S.: Near-Minimum-Time Maneuvers of Large Structures: Theory and Experiments, *J. Guid., Control Dynam.*, **18** (1995), pp. 1380–1385.
- 9) Fujii, H. A. and Suda, S.: Functional Analysis Approach to Minimum Energy Maneuver Problem for Flexible Space Structures, *J. Guid. Control Dynam.*, (to be published).
- 10) Suda, S. and Fujii, H. A.: Robust Analysis on Minimum-Energy Rest-to-Rest Maneuver of Flexible Space Structures, *J. Astronaut. Sci.*, **49** (2001), pp. 601–613.
- 11) Bryson, A. E. and Ho, Y.-C.: *Applied Optimal Control*, Hemisphere, New York, 1975, Chap. 8.