動揺時のSESのクッション圧力制御について^{*1}

A Method to Control the Cushion Pressure of Oscillating SES

千馬 浩 充^{*2}・松尾 日出男^{*3}・高橋 英彦^{*4}・吉本 慎太郎^{*5}・松尾 健輔^{*6}
Hiromitsu SENBA, Hideo MATSUO, Hidehiko TAKAHASHI, Shintarou YOSHIMOTO, Kensuke MATSUO,
金澤 康次^{*6}・廣江 哲幸^{*3}・藤原 和人^{*3}
Koji KANAZAWA, Tetsuyuki HIROE and Kazuhito FUJIWARA

Key Words: ACV, GEM, SES, Aircushion, Pressure Control

Abstract: A method is proposed to control the variation of cushion pressure of SES oscillating vertically. The peripheral nozzle is attached along the periphery and swings changing the discharge angle. The angle varies in accordance with the motion of the craft. A method is proposed to analyze the mechanism of this setup. The result is compared with experiments to show the agreement of the two results. It has been shown both theoretically and experimentally that the variation of the cushion pressure is effectively controlled adjusting the amplitude and the phase of the swinging motion of the nozzle.

1. ま え が き

SES (Surface Effect Ship) が水上を航行するとき、波浪によってエアクッション体積が時々刻々変化し、それに伴ってクッション圧力が変化する。このような現象は Wave Pumping と呼ばれる。クッション圧力の変化は、艇体の動揺を誘発して、乗客に不快感を与えるばかりではなく、その加速度の大きさによっては乗組員の作業にも支障をきたすこととなる。大型 ACV (Air Cushion Vehicle) の場合、しばしば RCS (Ride Control System) と呼ばれる制御装置が搭載され、定常状態からのクッション圧力の偏りを補正して動揺の制御を行っている。RCS の代表的なものとして、ベントバルブを用いた方式がある。この方式は、エアクッション部に設けたベントバルブの開閉量を調節することによって、過渡的なクッション圧力の上昇を防止している。しかし、この方式ではクッション圧力が低下した場合には制御を行うことができない。さらに、一時的にエアクッションの空気を大気中に放出するため、その後素早く元の状態に復帰させるためには、空気供給系統の動特性が重要となり、それににかかる負担も大きい。

本報では、次世代の高速海上輸送機関として有望な SES に対して、動揺に起因するクッション圧力変動を制御する方法を提案し、その検証を行っている。この制御方式の特徴はクッション圧力の変動を周辺噴流の噴き出し角を動的に

変化させることによって打ち消そうとするものである。この制御方式の有効性については、著者らがすでに模型実験によってその有効性を確かめている¹⁾。本報では、この新しいクッション圧力制御法を理論的に解析して、数値シミュレーションを行うことによって本法の有効性に対する理論的裏付けを得ている。また、新しく行った実験的研究によって理論の妥当性を検証した。これらの研究の結果、本制御法が将来実用に供し得る可能性を有することが確かめられた。

2. クッション圧力の制御方法

対象とした SES の概念図を第 1 図に示す。艇体の前方には一般的なフィンガースカートを有し、後方には動的に可動する空気ノズルが装着されている。側面は固体側壁でシールされていると考える。空気ノズルから噴出された空気はエアクッションを生成した後、噴流となってエアクッションのシールを行っている。すなわち、エアクッションは前方のスカート、両側壁および後方の空気噴流によって囲まれた空間に形成される。以下、後方の噴流部分における変動のみに着目して調べる。

本研究で提案している制御法はエアクッション特性に直接関係する空気ノズル角を動的に変更させてクッション圧力の制御を行おうとするものである。すなわち、Wave Pumping によってクッション体積が減少してクッション圧力が上昇した場合には、空気ノズルをエアクッションの外側に傾けることによって (ノズル角度を大きくして)、クッション空気を大気に素早く放出してクッション圧力の上昇を抑える。一方、クッション体積が増加してクッション圧力が低下した場合には、空気ノズルをエアクッションの内側へ傾けることによって (ノズル角度を小さくして)、増加したクッション体積を補うための空気を素早くエアクッションに供

^{*1} © 2003 日本航空宇宙学会

平成 11 年 10 月 13 日、日本航空宇宙学会第 37 回飛行機シンポジウムにおいて一部講演。平成 14 年 6 月 10 日原稿受理

^{*2} 熊本大学大学院自然科学研究科

^{*3} 熊本大学工学部

^{*4} 日産自動車 (株)

^{*5} (株) 椿本チエイン

^{*6} 崇城大学工学部

第1図 SES の概念図

前方にスカート，後方に可動する空気ノズルが位置している。

給してクッション圧力の低下を抑える．このように，クッション体積の上昇・低下に関係なくクッション圧力の変動を抑え，艇体の上下揺れを制御できることは，本制御法の特徴である．

このような状態下での噴流の作動状態はいわゆる非平衡状態にある．艇体が一定の浮揚高を保っている場合には，空気ノズルから噴出する空気噴流はエアクッションを生成した後，湾曲して大気中へと流れ去り，エアクッションのシールのみに使われる．一方，Wave Pumping による浮揚高の変化に伴い，クッション体積が増減するような場合，噴流はいわゆる非平衡状態にあり，作動状態が Underfed あるいは Overfed と呼ばれる状態に移行してエアクッションをシールする．非平衡状態にある噴流の解析法については完全流体の仮定に基づくものとしていわゆる Exponential Theory^{2,3)} がある．また，粘性理論に基づくものとして Matsuo⁴⁾ の方法がある．ここでは取り扱いが簡単で定性的な解析には比較的良好な結果を与える Exponential Theory に若干の改良を行ったものを用いる．

ちなみに，このような非平衡状態にある空気の流れを取り扱ったいずれの研究においても，空気噴流の噴き出し角は一定として解析が行われており，噴流噴き出し角の変動を考慮した研究は見当たらない．

3. 理論解析

3.1 噴流特性 本問題の解析には非平衡状態にある噴流の特性が必要となる．ここでは簡単な割に，定性的な検討に対しては比較的良好な結果を与える Exponential Theory を用いる．式の誘導の詳細は付録に示している．これらの解析式は最初英国 Westland 社において開発されたものであるが，その細部については公表されていないので，改めて，これを本解析に適した形で定式化している．

Exponential Theory によれば平衡状態，非平衡状態にかかわらず次式が成り立つ（以下，付録を参照のこと）．

$$\frac{P_c}{H} = 1 - e^{-2X} \quad (1)$$

$$\frac{Q}{\sqrt{H}} = \sqrt{\frac{2}{\rho}} R_0 (1 - e^{-X}) = \sqrt{\frac{2}{\rho}} \frac{t}{X} (1 - e^{-X}) \quad (2)$$

$$\frac{J}{H} = R_0 (1 - e^{-2X}) = \frac{t}{X} (1 - e^{-2X}) \quad (3)$$

ただし， P_c はクッション圧力， t はノズルの厚さ， H は噴流の全圧， Q は噴流の流量， ρ は空気の密度， J は噴流の

運動量流量， R_0 は噴流の曲率半径， $X = t/R_0$ を表している．

i) 平衡状態

とくに平衡状態では上式の X は

$$X = \frac{t(1 + \cos \theta)}{h} \quad (4)$$

と表される．ここで， h は浮揚高， θ はノズル噴き出し角度である．

ii) Underfed 状態

Underfed 状態では次式が成り立つ．

$$\frac{\Delta Q}{\sqrt{H}} = -\sqrt{\frac{2}{\rho}} \left[h - \frac{t}{X} (1 + \cos \theta) \right] \sqrt{1 - e^{-2X}} \quad (5)$$

ただし， ΔQ は単位時間内にエアクッション内へ流入する空気流量である．

iii) Overfed 状態

Overfed 状態では次式が成り立つ．

$$\begin{aligned} \frac{\Delta Q}{\sqrt{H}} = & \sqrt{\frac{2}{\rho}} \frac{t}{X} \\ & \times \left[\sqrt{1 - \frac{1}{2}(1 - e^{-2X}) \left(1 + \frac{h}{t} X - \cos \theta \right)} - e^{-X} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

Underfed あるいは Overfed の判定はパラメータ X によって行われる．平衡状態におけるパラメータ X を X_e と表すと，

$X > X_e$ の場合には Underfed

$X < X_e$ の場合には Overfed

となる．

3.2 上下動の解析 以上求めた噴流特性式を動揺中の SES に準静的に適用する．艇体の上下揺れに伴うクッション体積の変化量を ΔQ ，クッション長を L ，浮揚高の時間的变化率を $\dot{h}(t)$ とすれば

$$\Delta Q = L \cdot \dot{h}(t) \quad (7)$$

を得る．一方，エアクッションに空気を供給する空気供給系（送風管路および送風機）の特性は以下のように表される．ここで， H_f は送風機の全圧， ζ は送風管路の損失係数， S_f は送風管路断面積， n_f は送風機の回転数を表している．送風管路系の特性に関して

$$H_f = H + \zeta \frac{\rho}{2} \left(\frac{Q_f}{S_f} \right)^2 \quad (8)$$

送風機特性は次式で表される．

$$H_f = H_f(Q_f, n_f) \quad (9)$$

なお，以下の解析では送風機の回転数 n_f は動揺中一定であると仮定する． n_f が変化する場合には，上の諸式に送風機駆動系の特性を加えればよい．

浮揚高の変動は、次式で表される単振動によるものとする。

$$h(t) = h_0 + \Delta h \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \quad (10)$$

ここで、 h は艇体と水面との距離 (ホバーハイト)、 h_0 は平衡状態での艇体と水面との距離、 Δh は最大振幅、 T は振動周期、 t は時間を表している。

ホバーハイトと同様に、ノズル噴流入射角度についても強制的に単振動的な運動を与えるものとする。すなわち

$$\theta(t) = \theta_0 + \Delta\theta \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \quad (11)$$

ここで、 θ はノズル噴流入射角度、 θ_0 はノズル噴流中心角度、 $\Delta\theta$ は最大振幅を表している。

圧力と流量については、次に示す無次元量を用いて無次元化を行う。

圧力係数

$$\psi(\xi) = 2H_f/(\rho\pi^2 d^2 n_f^2) \quad (12)$$

流量係数

$$\xi = 4Q_f/(\pi^2 d^3 n_f), \quad Q_f = QL_c \quad (13)$$

ここで、 d は送風機インペラーの直径、 L_c はノズル周長を表している。

Underfed 状態では、(2) 式、(5) 式および (7) 式より

$$\frac{L\dot{h}}{Q} = \frac{1}{1-e^{-X}} \left(1 + \cos\theta - \frac{h}{t}X\right) \sqrt{1-e^{-2X}} \quad (14)$$

(13) 式より

$$Q = \frac{\xi\pi^2 d^3 n_f}{4L_c} \quad (15)$$

(14) 式および (15) 式から Q を消去すると

$$\begin{aligned} F(\xi, X) &= \frac{\xi\pi^2 d^3 n_f}{4L_c(1-e^{-X})} \left(1 + \cos\theta - \frac{h}{t}X\right) \\ &\quad \times \sqrt{1-e^{-2X}} - L\dot{h} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

となる。これが Underfed 状態での噴流特性式である。

同様に、Overfed 状態での噴流特性式として (2) 式、(6) 式、(7) 式および (15) 式より

$$\begin{aligned} F(\xi, X) &= \frac{\xi\pi^2 d^3 n_f}{4L_c(1-e^{-X})} \\ &\quad \times \left[\sqrt{1 - \frac{1}{2}(1-e^{-2X})} \left(1 - \cos\theta + \frac{h}{t}X\right) - e^{-X} \right] \\ &\quad - L\dot{h} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

を得る。

ノズル周長を L_c とすると $Q_f = L_c Q$ であるから、(2) 式より、

$$H = \frac{\rho}{2} \left(\frac{Q_f}{S_f}\right)^2 \left(\frac{S_f}{L_c t}\right)^2 \left(\frac{X}{1-e^{-X}}\right)^2 \quad (18)$$

となる。

(8) 式と (18) 式から H を消去すると

$$H_f = \frac{\rho}{2} \left(\frac{Q_f}{S_f}\right)^2 \left[\zeta + \left(\frac{S_f}{L_c t}\right)^2 \left(\frac{X}{1-e^{-X}}\right)^2 \right] \quad (19)$$

(12) 式より

$$H_f = \frac{\psi(\xi)\rho\pi^2 d^2 n_f^2}{2} \quad (20)$$

(13) 式より

$$Q_f = \frac{\xi\pi^2 d^3 n_f}{4} \quad (21)$$

(20) 式および (21) 式を用いて (19) 式より H_f および Q_f を消去すると

$$\begin{aligned} F_\psi(\xi, X) &= \frac{\xi^2\pi^2 d^4}{16S_f^2} \left[\zeta + \left(\frac{S_f}{L_c t}\right)^2 \left(\frac{X}{1-e^{-X}}\right)^2 \right] \\ &\quad - \psi(\xi) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (22)$$

結局、Underfed 状態については (16) 式、(22) 式の連立方程式を、Overfed 状態については (17) 式、(22) 式の連立方程式を解けば ξ 、 X が求まる。またそれらを

$$P_c = \frac{\rho}{2} \left(\frac{\xi\pi^2 d^3 n_f}{4L_c t}\right)^2 \left(\frac{X}{1-e^{-X}}\right)^2 (1-e^{-2X}) \quad (23)$$

に代入することによって、クッション圧力 P_c が求められる。なお、数値計算においては送風機特性を示す $\psi(\xi)$ は、5 次の最小二乗近似多項式を用いて近似した。

4. 解析結果

前節で導いた基礎式を用いて、浮揚高が変化した際のクッション圧力の応答について数値シミュレーションを行う。空気噴流の噴き出し角を動的に変化させることによって、クッション圧力の変動を制御しようとするのが最終的な目的であるが、予備段階として浮揚高の変化に伴うクッション圧力変化の係数と、ノズル角度の変化に伴うクッション圧力変化の係数とをそれぞれ単独に把握しておく。つぎにそれらの結果を組み合わせクッション圧力の変動を打ち消すようなノズル噴き出し角の変動振幅を予測する。最後にこれらの予測値によって実際にクッション圧力の変動が制御できることを確認する。

4.1 浮揚高変化に伴うクッション圧力変化 浮揚高のみが変動した際のクッション圧力変化の特性を調べる。

第 2 図は浮揚高の変化とそれに伴うクッション圧力の変

第2図 浮揚高の変化によるクッション圧力の変化
浮揚高の動揺振幅 10 mm の場合におけるクッション圧力変化を無次元時間 (時間 t /周期 T) で整理して表している。

第4図 ノズル角度の変動によるクッション圧力の変化
ノズル角度の変動振幅 10° の場合におけるクッション圧力変化を無次元時間 (時間 t /周期 T) で整理して表している。

第3図 浮揚高の動揺振幅の違いによるクッション圧力の変化
浮揚高の動揺振幅 1.0 sec の場合。

第5図 ノズル角度の変動振幅の違いによるクッション圧力の変化
ノズル角度の変動周期 1.0 sec の場合。

化を示したものである。動揺振幅 10 mm とし、異なる周期 (0.5, 1.0, 1.5, 2.0 sec) に対して示している。この場合、浮揚高の変化量は、クッション体積に 10% の変化をもたらせている。図より、浮揚高の変化とクッション圧力の変化との間に位相のずれはほとんどない (位相差はほぼ π であるという意味) ことが分かる。また、この周期範囲では周期の影響をほとんど受けないことも分かる。

第3図は振幅の違いがクッション圧力に及ぼす影響を示している。動揺周期は 1.0 sec であり、クッション圧力の変化を異なる振幅 (5, 10, 20, 40 mm) に対して示している。図より、振幅の増加に伴って、クッション圧力の変動が低下側よりも上昇側で大きくなるのが分かる。これは振幅の増加に伴う非線形効果によるものである。また、位相は振幅の影響をほとんど受けない。

4.2 空気噴流の角度変化によるクッション圧力変化 空気ノズルの角度のみが変化した際のクッション圧力の変化を調べる。

第4図は空気ノズルの変動振幅 10° とし、異なるノズル角度変動周期 (0.5, 1.0, 1.5, 2.0 sec) に対してクッション圧力の変動を示している。ノズル角度の変化とクッション圧力の変化との間に位相のずれはほとんどない。また、周期の違いによる影響は全く表れていない。

第5図はノズル角度の変動振幅の違いがクッション圧力に及ぼす影響を示している。動揺周期は 1.0 sec であり、クッション圧力の変化を異なるノズル角度振幅 (5, 10, 20, 40°) に対して示している。図より、振幅の増加に伴って、クッ

第6図 制御前と制御時のクッション圧力の変化
動揺振幅 10 mm, 周期 1.0 sec の場合におけるクッション圧力変化と、ノズル角度変動による制御時 (振幅角度 14° , 位相差 174°) のクッション圧力変化。

ッション圧力の上昇側よりも低下側で圧力の変動量が大きくなっており、ここでも非線形効果が現れている。非線形効果の傾向は、浮揚高の変動振幅が大きくなる時に現れるそれとほぼ同様である。

4.3 クッション圧力変動の制御 4.1, 4.2 のシミュレーション結果を考慮しながら、浮揚高変化によるクッション圧力変動を、噴流の角度変化によって制御することを意図した数値シミュレーションを行う。すなわち、与えられた浮揚高の変化に伴うクッション圧力の変化を 4.1 の計算によって推定し、さらにその変動量を打ち消すために与えるべきノズル角度の変動量を 4.2 の計算によって推定する。次にこの浮揚高変化とノズル角度変化とを同時に与えた場合

第7図 エアクッション模型の模式図

空気ノズル直下の面以外は密閉されている。空気ノズルは回転可能であり、模型全体は地面板との気密性を保ちつつ、上下する。

のクッション圧力の変化を計算する。

第6図は制御前と制御時のクッション圧力を比べたものである。図において、浮揚高の振幅は 10 mm、周期は 1.0 sec である。制御前の空気ノズルの角度は 45° で一定であり、制御時の空気ノズル角度変動は振幅 14° 、周期 1.0 sec である。また、浮揚高の変動とノズル角度の変動との間には 174° の位相差を与えている。

図より制御時のクッション圧力の変動量が、制御前と比べ格段に減少していることが分かる。制御時のクッション圧力変動が完全にゼロというわけにはゆかないが、これはノズル角度変動量の設定が完全ではないということ、浮揚高の変化と空気ノズルの角度変化とがそれぞれ単独で起こる場合と両者が同時に起こる場合とに現象の相違があること等によるものである。

4.4 模型実験による検証 上に述べた理論解析結果を検証するため、熊本大学工学部知能生産システム工学科のACV強制動揺装置⁵⁾を用いて模型実験を行った。第7図は動揺中のSESのクッション圧力を計測するために用いた実験模型の模式図である。エアクッション部の全長、全幅、全高はそれぞれ 500, 330, 150 mm でノズルの厚さは 30 mm である。

エアクッション部は空気ノズル直下の垂直面を除いて密閉されている。ノズルの直下は空気ノズルから噴出する空気噴流によってシールされる。空気ノズルを含む模型全体は地面板との気密性を保ったまま駆動装置によって上下に単振動が可能となっている。右上方にある空気ノズルは駆動装置によって単振動的に噴き出し角を変えることができる。浮揚高と空気ノズル角度の変動周期および振幅はそれぞれ独立に設定できるようになっている。

第8図に、空気ノズル角度を 45° と一定にして、浮揚高のみを単振動（振幅 10 mm、周期 1.0, 1.5, 2.0 sec）させた際の模型実験および数値シミュレーションの結果を示している。両者を比較すると、クッション圧力変動の中心位置が、模型実験では約 480 Pa (49 mmAq)、数値シミュレーションでは約 520 Pa (53 mmAq) で、若干の差が生じているが、その差は 10% 以下となっている。クッション圧力の

第8図 浮揚高の変化によるクッション圧力の変化
模型実験および数値シミュレーションにおいて、浮揚高の動揺振幅 10 mm の場合におけるクッション圧力変化を無次元時間（時間 t /周期 T ）で整理して表している。

第9図 ノズル角度の変動によるクッション圧力の変化
模型実験および数値シミュレーションにおいて、ノズル角度の変動振幅 10° の場合におけるクッション圧力変化を無次元時間（時間 t /周期 T ）で整理して表している。

変動と浮揚高の変化の関係も、ほぼ同じ傾向を示している。クッション圧力の変動量も、両者とも約 98 Pa (10 mmAq) 前後であり、ほぼ等しい。また、変動周期の違いによる圧力変化の違いはほとんどないといえる。

第9図は、浮揚高を 100 mm と一定にして、空気ノズルの角度のみを単振動（振幅 10° 、周期 1.0, 1.5, 2.0 sec）させた際の模型実験および数値シミュレーションの結果である。両者を比較すると、クッション圧力変動量の中心位置が、模型実験では約 470 Pa (48 mmAq) に対し、数値シミュレーションでは約 510 Pa (52 mmAq) であり、ここでもクッション圧力の差は浮揚高のみを変化させたときと同様に、10% 以下となっている。クッション圧力の変動量は、両者とも約 98 Pa (10 mmAq) 前後となり、ほぼ等しい。ここでも変動周期の違いによる圧力変化の違いはほとんどないといえる。

第10図は浮揚高変動振幅 10 mm、周期 1.0 sec の場合について、第8図および第9図中に示されている実験結果を参照してノズル角振幅 12° 、位相差 162° と設定して行った実験である。図には制御前と制御時のクッション圧力の変化を示しているが制御前と比較すると制御時には格段に変動量が減少している。浮揚高の変動およびノズル角度の変動のみを単独に与えた場合の結果をもとに両者が共存するときの変動を推定している本法の手法の妥当性が実験的

第 10 図 制御前と制御時のクッション圧力の変化
 模型実験において、動揺振幅 10 mm, 周期 1.0 sec の場合におけるクッション圧力変化と、ノズル角度変動による制御時 (振幅角度 12°, 位相差 162°) のクッション圧力変化。

第 11 図 制御前と制御時のクッション圧力の変化
 数値シミュレーションにおいて、動揺振幅 10 mm, 周期 1.0 sec の場合におけるクッション圧力変化と、ノズル角度変動による制御時 (振幅角度 12°, 位相差 162°) のクッション圧力変化。

に確かめられたといえよう。

第 11 図は第 10 図と同じ設定条件のもとで、数値シミュレーションにより求めた結果である。前に述べたように、平均クッション圧力には 10% 程度の差異があるが、制御の効果は実験結果と照合している。

以上の結果から、ここに提案したクッション圧力制御法の有効性およびそれをシミュレートした理論解析法の妥当性が確かめられたといえよう。

5. あとがき

空気噴流の噴き出し角を動的に制御することによって、Wave Pumping に起因するクッション圧力の変動を抑制する方法を提案し、理論、実験の両面からその有効性を検証した。理論的研究に付随して Exponential Theory を用いて浮揚高および噴流噴き出し角が変化するときの浮揚特性解析法を提案しているが実験的研究によってこれが有効であることも確かめられた。

実際の海面状況下では波浪のため浮揚高が艇体下面において一様ではなく、上下揺れのみならず縦揺れが生じる。本法を実用に供する上ではこのような問題の解決が期待される。しかし、いずれにせよ、空気噴流の角度を動的に変更することにより、Wave Pumping に伴うクッション圧力変動を制御しようとする本方法は原理的に Ride Control の新しい技法として将来性を有するであろうと思われる。

参 考 文 献

- 1) 千馬浩充, 松尾日出男, 松尾健輔, 金澤康次, 廣江哲幸, 藤原和人: SES のエアクッション圧力制御に関する実験的研究, 日本航空宇宙学会論文集, **49** (2001), pp. 16-20.
- 2) Jones, S.: Some Design Problems of Hovercraft, IAS Paper No. 61-45, 1961.
- 3) Aerodynamic Department TECH: Simple Curtain Theory and the Split Jet, Note No. AN/64/30, Westland Aircraft Limited, 1964 (unpublished).
- 4) Matsuo, H.: A Study of the Peripheral Jet of the Air Cushion Vehicle, 日本造船学会論文集, **127** (1967), pp. 1-12.
- 5) 鬼塚愛紗子, 平尾和也, 別府秀信: Surface Effect Ship のライドコントロールに関する実験的研究, 熊本大学工学部知能生産システム工学科卒業論文, 2001.
- 6) Burgess, A. J.: A Two Dimensional Static Stability Theory for an Air Cushion Vehicle with a Central Stability Jet, Univ. of Southampton Dept. of Aeronautics and Astronautics, A.A.S.U. Report No. 256, 1964.

付録 噴流特性の解析

周辺噴流の解析法は多数提案されているが、その中で、簡単で比較的良く合うものとして Elsley²⁾ によって提案された Exponential Theory がある。これはもともと釣り合い状態にある噴流を対象としたものであるが、Barratt³⁾ は後にこれを Overfed および Underfed 状態にある噴流に拡張している。Barratt の原典は社内報で、公表されていない。のちに Burgess⁶⁾ が概要を述べているが、ここではこれに若干手を加えて本報の利用に便利な形で一連の式を誘導する。

A.1 平衡状態 付図 1 に平衡状態にある空気噴流の模式図を示す。エアクッションへの空気の流出入がない平衡状態においては、空気噴流は付図 1 に示すように地面に接して流れるものとする。

図中で用いた記号は、それぞれ、 h は浮揚高、 P_c はクッション圧力、 θ はノズル角度、 t はノズルの厚さ、 H は噴流の全圧、 Q は噴流の流量、 J は噴流の運動量流量、 P_j は噴流内部の静圧、 V_j は噴流内部の流速、 R, R_0, R_1 はそれぞれ噴流の曲率半径を表している。噴流内部の微小部分 $abcd$ において、噴流は半径 R の円運動をするものと仮定すると、遠心力と内部の圧力勾配とが釣り合っていると考えられる。したがって、

$$\frac{dP_j}{dR} = \rho \frac{V_j^2}{R} \quad (A1)$$

(A1) 式に対する境界条件は、 $P_j|_{R=R_1} = 0$ および $P_j|_{R=R_0} = P_c$ である。噴流内部の流れを完全流体の非回転運動と仮定すると、ベルヌーイの式より次式が成り立つ。

$$P_j + \frac{1}{2} \rho V_j^2 = H = \text{const.} \quad (A2)$$

(A1) 式および (A2) 式より

$$\frac{dP_j}{H - P_j} = 2 \frac{dR}{R} \quad (A3)$$

を得る。

独立変数として R の代わりにノズル外側壁からの距離

付図 1 平衡状態における空気噴流の模式図

t_x を用いると,

$$R = R_1 + t_x, \quad dR = dt_x \quad (\text{A4})$$

と置くことにより, (A3) 式は

$$\frac{dP_j}{H - P_j} = 2 \frac{dt_x}{R_1 + t_x} \quad (\text{A5})$$

となる. ここで, $R_0, R_1 \gg t_x$ と仮定すると

$$R_0 = R_1 + t_x = R_1 \quad (\text{A6})$$

したがって, (5) 式は

$$\frac{dP_j}{dt_x} = \frac{2(H - P_j)}{R_0} \quad (\text{A7})$$

となり, これを積分すると

$$H - P_j = C e^{-\frac{2}{R_0} t_x} \quad (\text{A8})$$

となる.

さらに, 境界条件 $P_j|_{t_x=0} = 0$ を用いて

$$\frac{P_j}{H} = 1 - e^{-\frac{2}{R_0} t_x} \quad (\text{A9})$$

を得る. ここで,

$$X_x = \frac{t_x}{R_0} \quad (\text{A10})$$

と置くと,

$$\frac{P_j}{H} = 1 - e^{-2X_x} \quad (\text{A11})$$

となる. さらに, ベルヌーイの式より

$$\frac{V_j}{\sqrt{H}} = \sqrt{\frac{2}{\rho}} e^{-X_x} \quad (\text{A12})$$

これより, $t_x = 0$ から $t_x = t_x$ の間の噴流流量を Q_x , 運動量を J_x とすると, Q_x および J_x はそれぞれ

$$Q_x = \int_0^{t_x} \sqrt{\frac{2H}{\rho}} e^{-X_x} dt_x, \quad J_x = \rho \int_0^{t_x} \frac{2H}{\rho} e^{-2X_x} dt_x \quad (\text{A13})$$

すなわち,

$$\frac{Q_x}{\sqrt{H}} = \sqrt{\frac{2}{\rho}} R_0 (1 - e^{-X_x}), \quad \frac{J_x}{H} = R_0 (1 - e^{-2X_x}) \quad (\text{A14})$$

である. ここで, $t_x = t$ のとき $X_x = X$ と置くことにより,

$$X = \frac{t}{R_0} \quad (\text{A15})$$

となる.

よって, (A11) 式および (A14) 式は,

$$\frac{P_c}{H} = 1 - e^{-2X} \quad (\text{A16})$$

$$\frac{Q}{\sqrt{H}} = \sqrt{\frac{2}{\rho}} R_0 (1 - e^{-X}) = \sqrt{\frac{2}{\rho}} \frac{t}{X} (1 - e^{-X}) \quad (\text{A17})$$

$$\frac{J}{H} = R_0 (1 - e^{-2X}) = \frac{t}{X} (1 - e^{-2X}) \quad (\text{A18})$$

となる. (A16) ~ (A18) 式は, 曲率半径 R_0 で示される噴流であれば平衡状態, 非平衡状態に関わらず成り立つものである. 特に, 平衡状態においては, 付図 1 に示したように噴流と地面とが接しているものとする,

$$R_0 = \frac{h}{1 + \cos \theta} \quad (\text{A19})$$

$$X = \frac{t(1 + \cos \theta)}{h} \quad (\text{A20})$$

となる. 平衡状態における諸量は (A16) ~ (A18) 式に (A19) 式および (A20) 式を代入することによって求めることができる.

以上, Exponential Theory の概要を示したが, 以下ではこれをエアクッション空気の流入を伴う非平衡状態の Underfed および Overfed の状態に拡張する.

A.2 Underfed 状態 付図 2 に Underfed 状態にある空気噴流の模式図を示す. 同図に示しているように, エアクッション内の空気は空気噴流の下端を上方に捲り上げて, 大気中へと流れ去る. この時, 空気噴流が実質的にシールすべき浮揚高を h^* で表すと, R_0 および X は

$$R_0 = \frac{h^*}{1 + \cos \theta} \quad (\text{A21})$$

付図2 非平衡状態 (Underfed condition) における空気噴流の模式図

$$X = \frac{t}{R_0} = \frac{t(1 + \cos \theta)}{h^*} \quad (\text{A22})$$

となる。ここで、エアクッション内から大気中へ流出する空気の流出速度を V^* で表すと、ベルヌーイの式より、

$$\frac{V^*}{\sqrt{H}} = \sqrt{\frac{2}{\rho}} \sqrt{\frac{P_c}{H}} \quad (\text{A23})$$

さらに、上式に (A16) 式を代入して

$$\frac{V^*}{\sqrt{H}} = \sqrt{\frac{2}{\rho}} \sqrt{1 - e^{-2X}} \quad (\text{A24})$$

となる。エアクッション内へ単位時間内に流入する空気流量を ΔQ で表すと、

$$\Delta Q = -V^*(h - h^*) \quad (\text{A25})$$

より、

$$\frac{\Delta Q}{\sqrt{H}} = -\frac{V^*(h - h^*)}{\sqrt{H}} = -\sqrt{\frac{2}{\rho}} (h - h^*) \sqrt{1 - e^{-2X}} \quad (\text{A26})$$

ここで、(A22) 式より得られる

$$h^* = \frac{t(1 + \cos \theta)}{X} \quad (\text{A27})$$

を (A26) 式に代入して

$$\frac{\Delta Q}{\sqrt{H}} = -\sqrt{\frac{2}{\rho}} \left[h - \frac{t}{X} (1 + \cos \theta) \right] \sqrt{1 - e^{-2X}} \quad (\text{A28})$$

を得る。Underfed 状態における諸量は、(A28) 式および (A16) ~ (A18) 式に (A21), (A22) 式を代入することによって求めることができる。

A.3 Overfed 状態 付図3に Overfed 状態にある空気噴流の模式図を示す。ノズルから噴出する空気は付図3に示すように impinging stream line を境に二分される。すなわち、エアクッション内へ流入する空気とそのまま大気中へ流れ去るものとに区別される。

付図3 非平衡状態 (Overfed condition) における空気噴流の模式図

この時、impinging stream line と地面とが交わる点を I 、その角度を ϕ 、impinging stream line の座標を t_s と表す。まず、

$$X = \frac{t}{R_0}, \quad X_s = \frac{t_s}{R_0} \quad (\text{A29})$$

と置き、ノズルから噴出する空気の流量 Q について考えると、(A13) 式より

$$\frac{Q - \Delta Q}{\sqrt{H}} = \sqrt{\frac{2}{\rho}} \frac{t}{X} (1 - e^{-X_s}) \quad (\text{A30})$$

となる。(A17) 式および (A30) 式より

$$\frac{\Delta Q}{\sqrt{H}} = \sqrt{\frac{2}{\rho}} \frac{t}{X} (e^{-X_s} - e^{-X}) \quad (\text{A31})$$

となる。次に、ノズルから噴出する空気の運動量 J について考えると、(A13) 式より

$$\frac{J - \Delta J}{H} = \frac{t}{X} (1 - e^{-2X_s}) \quad (\text{A32})$$

となる。(A18) 式および (A32) 式より

$$\frac{\Delta J}{H} = R_0 (e^{-2X_s} - e^{-2X}) \quad (\text{A33})$$

となる。ここで、岐点付近の流れにおいて、静圧、および粘性摩擦を無視すると、釣り合い式は、

$$J \cos \phi = (J - \Delta J) - \Delta J \quad (\text{A34})$$

(A34) 式に (A18) 式、(A32) 式および (A33) 式を代入すると、

$$\cos \phi = \frac{1 - 2e^{-2X_s} + e^{-2X}}{1 - e^{-2X}} \quad (\text{A35})$$

となる。ここで、付図3より

$$h = R_s (\cos \theta + \cos \phi) + (t - t_s) \cos \theta \quad (\text{A36})$$

$$R_s = R_0 - (t - t_s) \quad (\text{A37})$$

となるので、(A36) 式および (A37) 式より

$$\cos \phi = \frac{h}{t} X \frac{1 - (X - X_s) \frac{t}{h} \frac{1}{X} \cos \theta}{1 - (X - X_s)} - \cos \theta \quad (\text{A38})$$

(A35) 式と (A38) 式より $\cos \phi$ を消去すれば

$$\begin{aligned} & \frac{1 - 2e^{-2X_s} + e^{-2X}}{1 - e^{-2X}} \\ &= \frac{h}{t} X \frac{1 - (X - X_s) \frac{t}{h} \frac{1}{X} \cos \theta}{1 - (X - X_s)} - \cos \theta \quad (\text{A39}) \end{aligned}$$

となる．(A31) 式および (A39) 式より $\Delta Q/\sqrt{H}$ と X との関係が得られる．

ここで， $X, X_s \ll 1$ と考えると

$$\cos \phi = \frac{h}{t} X - \cos \theta \quad (\text{A40})$$

となるので，(A35) 式および (A40) 式より

$$e^{-2X_s} = 1 - \frac{1}{2}(1 - e^{-2X}) \left(1 + \frac{h}{t} X - \cos \theta\right) \quad (\text{A41})$$

(A41) 式を (A31) 式に代入すると

$$\begin{aligned} \frac{\Delta Q}{\sqrt{H}} &= \sqrt{\frac{2}{\rho}} \frac{t}{X} \\ &\times \left[\sqrt{1 - \frac{1}{2}(1 - e^{-2X}) \left(1 + \frac{h}{t} X - \cos \theta\right)} - e^{-X} \right] \quad (\text{A42}) \end{aligned}$$

を得ることができる．Overfed 状態における諸量は，(A16) ~ (A18) 式および (A42) 式より求めることができる．

以上，(A16) ~ (A18) 式，(A28) 式および (A42) 式は，Underfed および Overfed 状態にあるときの圧力，流量，運動量およびエアクッションへ流出入する空気流量に関する関係を表している．