速度変化する飛翔体の改良型比例航法の修正*1

Modification of Augmented Proportional Navigation for a Missile
with Varying Velocity

土 肥 直 人*2・馬 場 順 昭*2・高 野 博 行*2

Naoto DOHI, Yoriaki BABA and Hiroyuki TAKANO

Key Words: Guidance and Control, Augmented Proportional Navigation, Target Maneuver

Abstract: This paper presents a new guidance law for a missile with varying velocity against a maneuvering target with a constant acceleration. Since an approximate missile velocity change during boost phase or after thrust cutoff can be calculated, the intercept point can be estimated if the target acceleration is measured. The guidance law presented guides the missile to the point directly. The guidance law is constructed by combining augmented proportional navigation and pure pursuit navigation with some mixture ratio. From some simulations, it is found that the guidance law presented is more effective and has the higher off-boresight ability and the smaller lateral divert requirements than conventional augmented proportional navigation or proportional navigation even if there exist the LOS angle noises.

1. 序 論

目標の加速度情報を利用した飛翔体誘導法としてよく知られている改良型比例航法は最適誘導法の1つである。これは、飛翔体も目標も質点で与え、ともに速度は一定で、かつ、誘導システムに動的遅れがなく、また目標は一定加速度で回避運動をするという条件下で、初期LOS (Line-Of-Sight) に対して線形化した直交方向の軌道について誘導加速度の2乗積分値を最小にしながら完全に衝突させるという最適制御問題を解くことによって導くことができる¹⁾。この理論上の結果は極めて有用であるが、問題設定上の仮定が崩れると「最適解」が必ずしも最適になるとは限らない。たとえば、今度らは実際に近い飛翔体モデルを用いた会合シミュレーションによって、会合面内で回避運動する目標に対しては目標の回避加速度を考慮した最適解である改良型比例航法より回避加速度を考慮していない比例航法の方が有利な場合があることを示している²⁾。さらに、最近ではShinarらが上記のような簡単なモデルに対して最適制御理論を適用して得た比例航法、改良型比例航法、最適誘導法、微分ゲーム解などが現実的な3次元空間での会合問題にどの程度有効であるか、どの仮定が適切でないかなどについて再突入物体に対する会合シミュレーションで検討を行い、その結果を示している^{3, 4)}。これによると初期LOSに関する軌道の線形化は適切であるが、飛翔体の速度変化がある場合には一定速度の仮定は有効ではないとしている。

ところで、著者らはブースト中とバーンアウト後におい

て飛翔体速度が大きく変化することに着目し、この速度変化が速度一定の下での最適解である比例航法の有効性を大きく低下させているので、この速度変化を考慮した誘導法を提案した^{5, 6)}。提案した誘導法の基本的考え方は、ブースト中とバーンアウト後においては飛翔体に働く加減速度はほぼ推定できるので、これらを考慮して未来会合点を計算し、飛翔体をその点へ誘導しようとするものである。この誘導法は従来の比例航法を修正した形になっており、一定速度で移動する目標に対して高いオフボアサイト能力を持つことが示された。

そこで、本論文では前論文と同様の考え方を一定加速度で回避運動する目標に適用して、ブースト中とバーンアウト後における誘導法を導く。すなわち、飛翔体の大きな速度変化を考慮したとき改良型比例航法はどのように修正すべきかを示す。

主 な 記 号

- a_M : 修正改良型比例航法の設計パラメータ (ブースト中)
- $\vec{a}_{Tn}$: 目標の横加速度ベクトル, $a_{Tn} = |\vec{a}_{Tn}|$
- $\vec{a}_{Tt}$: 目標の接線加速度ベクトル, $a_{Tt} = |\vec{a}_{Tt}|$
- C : 横力
- $C_{(\cdot)}$: 空力係数
- D : 抗力
- $\vec{F}_{(\cdot)}$: 指令誘導横加速度ベクトル, $F_{(\cdot)} = |\vec{F}_{(\cdot)}|$
- g : 重力加速度
- I_{SP} : 比推力
- $k_{(\cdot)}$: 修正改良型比例航法の合成比
- L : 揚力

*1 © 2004 日本航空宇宙学会

平成15年4月9日、第34期日本航空宇宙学会年会講演会において発表。平成15年12月5日原稿受理

*2 防衛大学校システム工学群航空宇宙学科

- $m()$: 質量
 N : 航法定数
 N_e : 有効航法定数
 $\vec{P}$: 目標から未来会合点までの位置ベクトル, $P = |\vec{P}|$
 $\vec{Q}$: 飛翔体から未来会合点までの位置ベクトル, $Q = |\vec{Q}|$
 $\vec{R}$: 相対位置ベクトル, $R = |\vec{R}|$
 S : 基準面積
 T_h : 推力
 t : 時間
 t_b : 燃焼終了時間
 t_{go} : タイムツーゴー
 V_c : LOS に沿った接近速度
 $\vec{V}_M$: 飛翔体の速度ベクトル, $V_M = |\vec{V}_M|$
 $\vec{V}_{MC}$: 飛翔体の会合経路に沿った速度ベクトル
 $\Delta\vec{V}_M$: $\vec{V}_M$ の $\vec{V}_{MC}$ からの偏差, $\Delta V_M = |\Delta\vec{V}_M|$
 $\vec{V}_T$: 目標の速度ベクトル, $V_T = |\vec{V}_T|$
 x, y, z : 位置座標
 α : 迎角
 β : 横滑り角
 γ_M : 飛翔体の経路角
 $\dot{\gamma}_M$: 飛翔体の経路角速度ベクトル, $\dot{\gamma}_M = |\dot{\gamma}_M|$
 ε : オフボアサイト角
 κ : 誘導抗力係数
 ρ : 空気密度
 $\sigma()$: LOS 角
 $\dot{\sigma}()$: LOS レートベクトル, $\dot{\sigma}() = |\dot{\sigma}()|$
 $\tau()$: 時定数
 $\Phi()$: パワースペクトル密度
 ϕ_M : LOS と $\vec{V}_M$ のなす角
 ϕ_T : $\vec{R}$ と $\vec{P}$ のなす角
 ψ_M : 飛翔体の方位角

2. 誘導法の構成

2.1 誘導法の基礎方程式 飛翔体と目標の幾何学的位置関係を第1図に示す。第1図において M, T, I をそれぞれ飛翔体と目標の現在位置及び未来会合位置とすると、三角形 MTI は会合三角形、直線 MI は会合経路、直線 MT は LOS (目視線) となる。ここで、飛翔体は加速運動あるいは減速運動するものとし、また、目標は一定加速度で加速旋回するものとする。本論文で用いる誘導法の原理は前論文⁵⁾で詳述したので、ここでは概要を述べる。会合経路に沿う飛翔体の速度ベクトルを $\vec{V}_{MC}$ とし、そのベクトルから実際の速度ベクトル $\vec{V}_M$ までの偏差を $\Delta\vec{V}_M$ とした場合、LOS レートベクトル $\dot{\sigma}_M$ は次式で与えられる。

$$\dot{\sigma}_M = \frac{\vec{R} \times (\vec{V}_T - \vec{V}_{MC})}{R^2} + \frac{\vec{R} \times (-\Delta\vec{V}_M)}{R^2} \quad (1)$$

ここで、 $\vec{V}_T$ は目標の速度ベクトル、 $\vec{R}$ は相対位置ベクトルである。飛翔体の経路角速度ベクトル $\dot{\gamma}_M$ が速度偏差ベクトル $\Delta\vec{V}_M$ によって生じる LOS レートに比例するよう

第1図 飛翔体と目標との幾何学的関係

に誘導すれば、航法定数 N を用いて次式が成立する。

$$\dot{\gamma}_M = N \frac{\vec{R} \times (-\Delta\vec{V}_M)}{R^2} \quad (2)$$

なお、航法定数 N と有効航法定数 N_e との間には次の関係があるものとする。

$$N = \frac{N_e V_c}{V_M \cos \phi_M} \quad (3)$$

ただし、 V_c は飛翔体と目標の接近速度、 ϕ_M は LOS と速度ベクトル $\vec{V}_M$ のなす角である。飛翔体が (2) 式の経路角速度で旋回するために必要な横加速度ベクトル $\vec{F}$ は次式となる。

$$\vec{F} = \frac{N}{R^2} \left\{ \left(\vec{V}_M - \frac{V_M}{Q} \vec{P} \right) \times \vec{R} \right\} \times \vec{V}_M \quad (4)$$

(4) 式が飛翔体を会合経路上へ誘導するための基礎方程式であり、計算する上で、 $\vec{R}$ 、 $\vec{V}_M$ 、 $\vec{P}$ 、 Q の値が必要となる。 $\vec{R}$ 、 $\vec{V}_M$ は測定可能であるが、目標の未来位置 $\vec{P}$ と飛翔体の飛行距離 Q は推定する必要があり次節で述べる。また、三角形 MTI は会合三角形なので、各辺 P 、 Q 、 R について次式が成立する。

$$Q^2 - P^2 - R^2 - 2PR \cos \phi_T = 0 \quad (5)$$

ここで、 ϕ_T は $\vec{R}$ と $\vec{P}$ のなす角を表し、(5) 式は会合までの時間 t_{go} を計算するための方程式となる。

2.2 目標の未来位置 $\vec{P}$ の推定 目標が加速旋回する場合、その未来位置を正確に求める式の導出は容易ではないが、第1図に示すように、目標の進行方向の加速度 a_{Tt} と法線加速度 a_{Tn} が一定で、かつ、常に同じ方向に働くと仮定すれば、 t_{go} 後の目標の位置ベクトル $\vec{P}$ は次式で与えることができる。

$$\vec{P} = \left(V_T + \frac{a_{Tt}}{2} t_{go} \right) t_{go} \frac{\vec{V}_T}{V_T} + \frac{t_{go}^2}{2} \vec{a}_{Tn} \quad (6)$$

2.3 飛翔体の飛行距離 Q の推定 飛翔体の大きな速度変化はブースト中の加速期間かまたはバーンアウト後の減速期間である。これらの各期間中における飛行距離の推定式は文献 5), 6) を参考にすると次のようになる。

2.3.1 ブースト中の飛行距離 Q ブースト中において飛翔体に加わる主な外力は推力、抗力及び重力であるが、重力の影響を無視すると運動方程式は次式となる。

$$m_M \dot{V}_M = T_h - m_M a_M \quad (7)$$

ここで、 T_h は推力、 m_M は飛翔体の質量、 a_M は主に空気抵抗による減速度を表している。 a_M を一定と仮定し、(7) 式の両辺を 2 回積分すると、ブースト中の飛翔体の t_{go} 間の飛行距離 Q が求まる⁵⁾。

$$Q = V_M(t) t_{go} - \frac{a_M}{2} t_{go}^2 + I_{SP} g t_{go} \left\{ 1 - \frac{t_R(t) - t_{go}}{t_{go}} \log \left(\frac{t_R(t)}{t_R(t) - t_{go}} \right) \right\} \quad (8)$$

ただし、 g は重力加速度、 I_{SP} は比推力である。 $t_R(t)$ は飛翔体の初期質量 m_{M0} を用いて次式で表される。

$$I_{SP} = -\frac{T_h}{\dot{m}_{Mg}} \quad (9)$$

$$t_R(t) = \frac{I_{SP} m_{M0} g}{T_h} = \frac{I_{SP} m_{M0} g}{T_h} - t \quad (10)$$

2.3.2 バーンアウト後の飛行距離 Q バーンアウト後においても、重力の影響を無視して飛翔体に加わる主な外力は空気抵抗のみと考えると運動方程式は次式となる。

$$\dot{V}_M = -\lambda V_M^2 \quad (11)$$

ここで、

$$\lambda = \frac{\rho S C_D}{2 m_{Mtb}} \quad (12)$$

ただし、 ρ は空気密度、 S は基準面積、 m_{Mtb} はバーンアウト後の飛翔体の質量、 C_D は飛翔体の抗力係数である。 λ を一定と仮定して、(11) 式を 2 回積分すると、バーンアウト後の飛翔体の t_{go} 間の飛行距離 Q が求まる⁶⁾。

$$Q = \frac{1}{\lambda} \log(1 + \lambda V_M(t) t_{go}) \quad (13)$$

2.4 誘導法の構成 目標と飛翔体の t_{go} 間の $\vec{P}$ と Q の式が得られたので、これらを (4) 式へ代入すれば、飛翔体の誘導加速度が求められる。実際の手順は次のようになる。まず、(6) 式の $\vec{P}$ とブースト中ならば (8) 式の Q 、またはバーンアウト後ならば (13) 式の Q を (5) 式へ代入すると、 t_{go} に関する超越方程式となり、これを解いて t_{go} を得る。次に、得られた t_{go} を (6) 式、(8) 式あるいは (13) 式へ代入すると $\vec{P}$ と Q の値が定まるので、これらを (4) 式へ代入すれば、必要な誘導加速度が得られる。

ところで、一般に飛翔体はシーカで LOS レートを測定し、誘導信号として利用するので、(4) 式をこの LOS レートを用いた形に変形する必要がある。(6) 式を (4) 式へ代入し、パラメータ k_0 を

$$k_0 = \frac{V_M t_{go}}{Q} \quad (14)$$

と定義すると、(4) 式は次のように変形される。

$$\begin{aligned} \vec{F} = & N k_1 \frac{(\vec{V}_M - \vec{V}_T) \times \vec{R}}{R^2} \times \vec{V}_M \\ & + N(1 - k_1) \frac{\vec{V}_M \times \vec{R}}{R^2} \times \vec{V}_M \\ & + N k_2 \frac{\vec{R} \times \vec{a}_{Tn}}{R^2} \times \vec{V}_M \end{aligned} \quad (15)$$

ただし、 k_1 、 k_2 は k_0 を用いて次式で定義した。

$$k_1 = k_0 \left(1 + \frac{a_{Tt}}{2 V_T} t_{go} \right) \quad (16)$$

$$k_2 = k_0 \frac{t_{go}}{2} \quad (17)$$

(15) 式の第 1 項は航法定数を $N k_1$ とする比例航法であり、第 2 項は航法ゲインを $N(1 - k_1)$ とする単純追尾航法を表し、第 3 項は目標の回避運動に対する補正項であり航法ゲインは $N k_2$ である。飛翔体と目標が同一の会合面内で運動している場合には第 1 項と第 2 項はこの会合面内の誘導加速度を表している。また、第 3 項の加速度は目標の回避加速度 $\vec{a}_{Tn}$ の方向で決まる。 $\vec{a}_{Tn}$ が飛翔体や目標と同じ会合面内にあれば、第 3 項の加速度も同一の会合面内にあるが、目標が会合面外へ回避すれば、第 3 項は会合面に対して垂直方向への誘導加速度を与える。ところで、飛翔体速度が一定の場合 $Q = V_M t_{go}$ なので $k_0 = 1$ となり、さらに、目標は速度一定 ($a_{Tt} = 0$) で、回避運動のみをする場合には $k_1 = 1$ 、 $k_2 = t_{go}/2$ となり、(15) 式は従来の改良型比例航法とまったく同じ形になる。このことから明らかなように、(15) 式で与えられる誘導法は従来の改良型比例航法を飛翔体と目標の速度が変化する場合にも適用できるように修正したものであり、本論文では便宜上、修正改良型比例航法 (Modified Augmented Proportional Navigation; MAPN と略記) と呼ぶことにする。また、 k_1 は比例航法と単純追尾航法の合成の割合を、 k_2 は目標の回避運動に対する補正項の割合を決めているので、各誘導法の合成比を示している。そこで、 k_1 、 k_2 を合成比と呼ぶことにする。2 次元の場合について修正改良型比例航法の構成を第 2 図に示す。ただし、この図にはノイズを含んだシミュレーションのためのブロック図も示してある。第 2 図から修正改良型比例航法は改良型比例航法と単純追尾航法を合成したもので、合成比 k_1 、 k_2 が合成の割合を決定する重要なパラメータとなることがわかる。なお、第 2 図の A_T は目標の横加速度の LOS に垂直な成分であり、ベクトルで表示すると次式となる。

$$\vec{A}_T = \frac{\vec{R} \times \vec{a}_{Tn}}{R} \quad (18)$$

3. 合成比と設計パラメータとの関係

(15) 式または第 2 図から明かなように修正改良型比例航法の誘導性能は合成比 k_1, k_2 によって決まる。(16), (17) 式から k_1, k_2 は k_0 の関数なので, 修正改良型比例航法の設計はパラメータ k_0 をどのように決めるかという問題

$$k_0 = \frac{V_{\text{M}} t_{\text{go}}(a_{\text{M}})}{V_{\text{M}} t_{\text{go}}(a_{\text{M}}) - \frac{a_{\text{M}}}{2} t_{\text{go}}(a_{\text{M}})^2 + I_{\text{SP}} g t_{\text{go}}(a_{\text{M}}) \left\{ 1 - \frac{t_{\text{R}} - t_{\text{go}}(a_{\text{M}})}{t_{\text{go}}(a_{\text{M}})} \log \left(\frac{t_{\text{R}}}{t_{\text{R}} - t_{\text{go}}(a_{\text{M}})} \right) \right\}} \quad (19)$$

ここで、 t_{go} は a_M の関数であることを明示するために $t_{go}(a_M)$ とした。 a_M は空気抵抗による減速度の平均値を表しているが、飛翔体誘導の立場から考えれば、修正改良型比例航法を決定する重要なパラメータである。何故なら a_M を与えれば、(19) 式から k_0 が定まり、(16)、(17) 式から合成比 k_1 、 k_2 が決まるからである。そこで、発射時の高度、速度、オフボアサイト角などに応じてミスディスタンスが零となるように a_M を決めることにする。このような a_M を解析的に求めることは困難なのでシミュレーションによって決める。実際の計算は次のように行う。飛翔体の発射位置と発射速度を定めて、オフボアサイト角ごとに a_M を変化させながら会合シミュレーションを行い、ミスディスタンスを求める。これらの結果を第 3 図に示すように横軸をオフボアサイト角 ε 、縦軸を設計パラメータ a_M とするグラフ上に記録し、この平面上でミスディスタンス (MD) がある値となるような等高線を描く。第 3 図は MD = 0 m と MD = 1 m となるような典型的な模擬の等高線図を示したものである。この図に示したように、一般に MD = 0 m の等高線を中心に、MD が大きくなるような等高線が両側に広がっている。第 3 図から次のようなことがわかる。

(i) ある ε_1 に対し, $MD = 0$ m となる a_M は a_{M1} と a_{M2} の 2 つが存在している. これらの値のどちらを選択すべきかを数学的に決めるには別の評価関数が必要であるが,

第2図 修正改良型比例航法の構成

になる．そこで，ブースト中とバーンアウト後の場合に分けて k_0 の決定法を示す．

3.1 ブースト中の合成比 パラメータ k_0 の定義式 (14) にブースト中の飛翔体の飛行距離 Q を表す (8) 式を代入すると次式を得る.

物理的にはなるべく真の減速度の平均値に近い値を選ぶ方がよい．なぜなら， a_M が真の減速度の平均値に近いほど無理な運動をすることなしに，未来会合点に向かって直線に近い軌道をとるからである．

(ii) a_M が負の値に設定されると加速度とみなされる．実際には減速度が働いているにもかかわらず， a_M を加速度とみなすことによって飛翔体はミスディスタンスが小さくなるような軌道を選択することになる．

(iii) 一般に a_M には上限と下限が存在する．なぜなら， a_M が正に大きすぎると減速度が大きすぎることになり，逆に a_M が負に大きすぎると加速度が大きすぎて，いずれの場合も会合三角形が存在しなくなるからである．

(iv) $a_M = a_{M2}$ は広いオフボアサイト角に対して有効なパラメータである．なぜなら，広い範囲の ε に対し $MD \cong 0$ となっているからである．

(v) 等高線間の幅が広いほど、 ε や a_M の変動に対してミズディスタンスのロバスト性が高い。逆に、幅が狭くなるほどロバスト性は低くなる。

(vi) あらゆる ε に対して $MD = 0$ m となる a_M が存在するとは限らない. $\varepsilon < \varepsilon_0$ に対しては $MD = 0$ m とはならないので, このようなオフポアサイト角に対しては MD ができるだけ小さくなるような a_M を選ぶ.

会合問題が平面内に限られている場合には飛翔体の発射条件に応じて a_M を 1 つ決めればよいので、第 3 図のような図を 1 つ求めればよい。しかし、目標が会合面外への回避運動を行う場合には、面外運動について同様の図を求め

第3図 ε - a_M 平面上のミスディスタンスの等高線

る必要がある．詳細は後のシミュレーションにて示す．

3.2 バーンアウト後の合成比 バーンアウト後では，修正改良型比例航法のパラメータ k_0 の式 (14) へ (12)，(13) 式を代入すると， k_0 は抗力係数 C_D の関数であることがわかる．すなわち，バーンアウト後の修正改良型比例航法を決定するパラメータは C_D であるので，ブースト中の a_M と同様にして，ロケットモータ燃焼直後の高度，速度，オフボアサイト角に応じてミスディスタンスが零となるように C_D を決めればよい．実際の決定法は a_M が C_D に変わったことを除けば，ブースト中の場合とまったく同じである．また， ε - C_D 平面上のミスディスタンスの等高線も第 3 図と同様の性質を持っている．

4. 会合シミュレーション

前節で提案した誘導法の有効性を検討するために短射程の飛翔体に適用して，平面及び 3 次元空間における会合シミュレーションを行う．比較のために比例航法，改良型比例航法についても同様の計算を行う．飛翔体も目標も質点とし，座標系及び記号を第 4 図のように設定する．飛翔体はスキッド・ツー・ターンするものと仮定すれば，運動方程式は次式で与えられる．

$$\dot{x}_M = V_M \cos \gamma_M \cos \psi_M \quad (20)$$

$$\dot{y}_M = V_M \cos \gamma_M \sin \psi_M \quad (21)$$

$$\dot{z}_M = -V_M \sin \gamma_M \quad (22)$$

$$m_M \dot{V}_M = T_h \cos \alpha \cos \beta - D \quad (23)$$

$$m_M V_M \dot{\gamma}_M = T_h \sin \alpha + L \quad (24)$$

$$m_M V_M \cos \gamma_M \dot{\psi}_M = -T_h \cos \alpha \sin \beta - C \quad (25)$$

$$\dot{\alpha} = -\frac{1}{\tau_\alpha} \alpha + \frac{1}{\tau_\alpha} \alpha_c \quad (26)$$

$$\dot{\beta} = -\frac{1}{\tau_\beta} \beta + \frac{1}{\tau_\beta} \beta_c \quad (27)$$

第 4 図 座標系と記号

$$m_M = m_{M0} - \frac{T_h}{I_{SP} g} t \quad (28)$$

$$L = 0.5 \rho V_M^2 S C_{L\alpha} \alpha \quad (29)$$

$$C = 0.5 \rho V_M^2 S C_{L\alpha} (-\beta) \quad (30)$$

$$D = 0.5 \rho V_M^2 S \{ C_{D0} + \kappa (C_{L\alpha}^2 \alpha^2 + C_{L\alpha}^2 \beta^2) \} \quad (31)$$

$$\alpha_c = \frac{-m_M F_{pc}}{0.5 \rho V_M^2 S C_{L\alpha}} \quad (32)$$

$$\beta_c = \frac{m_M F_{yc}}{0.5 \rho V_M^2 S C_{L\alpha}} \quad (33)$$

F_{pc} , F_{yc} はピッチ方向及びヨー方向の指令誘導加速度であり，前節で述べた誘導則から与えられる．これらの式はほぼ同じ形なのでヨー方向の指令誘導加速度のみを示す．修正改良型比例航法の場合は，ヨー方向の合成比を k_{1y} , k_{2y} とすると次式となる．

$$F_{yc} = N k_{1y} V_M \dot{\sigma}_y + N (1 - k_{1y}) V_M \frac{V_M \sin(\sigma_y - \psi_M)}{R} + N k_{2y} V_M \frac{a_{Tny} \cos(\psi_T - \sigma_y)}{R} \quad (34)$$

また，比例航法の場合は次式となる．

$$F_{yc} = N V_M \dot{\sigma}_y \quad (35)$$

改良型比例航法の場合は次式となる．

$$F_{yc} = N V_M \dot{\sigma}_y + N V_M \frac{t_{go}}{2} \frac{a_{Tny} \cos(\psi_T - \sigma_y)}{R} \quad (36)$$

一方，目標は飛翔体から逃れるために加速旋回するものとし，運動方程式を次式で与える．

$$\dot{x}_T = V_T \cos \gamma_T \cos \psi_T \quad (37)$$

$$\dot{y}_T = V_T \cos \gamma_T \sin \psi_T \quad (38)$$

$$\dot{z}_T = -V_T \sin \gamma_T \quad (39)$$

$$\dot{V}_T = a_{Tt} - g \sin \gamma_T \quad (40)$$

$$m_T V_T \dot{\gamma}_T = L_{Tp} - m_T g \cos \gamma_T \quad (41)$$

$$m_T V_T \cos \gamma_T \dot{\psi}_T = L_{Ty} \quad (42)$$

$$L_{Ty} = a_{Tny} m_T \quad (43)$$

$$L_{Tp} = a_{Tnp} m_T \quad (44)$$

$$a_{Tn}^2 = a_{Tny}^2 + a_{Tnp}^2 \quad (45)$$

目標は横加速度 a_{Tny} , a_{Tnp} を与えることによって旋回運動する．

以下のすべてのシミュレーションにおいて，初期高度は飛翔体も目標も 5000 m とし，初期相対位置は第 5 図に示すように目標に対し飛翔体が真横からオフボアサイト角 ε で追尾する場合を考える．すなわち，ブースト段階については飛翔体が真横から ε の角度で発射されるものとし，また，バーンアウト後については真横において速度ベクトル $\vec{V}_M$ が角度 ε をなす状態でバーンアウトしたものとする．シミュレーションで使用した飛翔体の基準パラメータを第 1 表に示す．空力係数 $C_{L\alpha}$, C_{D0} , κ はマッハ数の関数であ

第5図 飛翔体と目標の初期位置

第1表 シミュレーションにおける基準パラメータ

$m_{M0}^* = 94 \text{ kg}$	$m_{Mtb} = 63 \text{ kg}$	$N_e = 3.5$
$I_{SP}^* = 231 \text{ s}$	$t_b^* = 5.5 \text{ s}$	$\tau_{\alpha, \beta} = 0.3 \text{ s}$
$T_h^* = 12740 \text{ N}$	$S = 0.0127 \text{ m}^2$	$\tau_{S, F} = 0.05 \text{ s}$
$\Phi_{GN} = 3.15 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{Hz}$ at 1000 m		$\tau_{GN} = 0.05 \text{ s}$
$\Phi_{FN} = 0.5 \times 10^{-6} \text{ rad}^2/\text{Hz}$		$\tau_{FN} = 0.01 \text{ s}$
荷重制限 = $\pm 30 \text{ g}$	ブラインド距離 = 100 m	
最大迎角/横滑り角 = $\pm 25 \text{ deg}$	ディスプレイ時間* = 0.5 s	

*ブースト中のみに使用。

り、文献6)と同じデータを用いた。また、目標は質量を $m_T = 15000 \text{ kg}$ 、初期マッハ数を 0.75 Mach とし、 x 軸正方向に加速旋回するが、このとき、接線加速度を $a_{Tt} = 1 \text{ g}$ 、横加速度 a_{Tn} 、 a_{Tnp} については

平面運動の場合

$$a_{Tn} = 6 \text{ g}, \quad a_{Tnp} = 1 \text{ g}$$

3次元運動の場合

$$a_{Tny} = a_{Tnp} = 6 \text{ g}$$

とした。

4.1 速度変化が改良型比例航法に与える影響 飛翔体の速度変化が改良型比例航法に与える影響について調べるために、目標が平面内で加速旋回 ($a_{Tt} = 1 \text{ g}$, $a_{Tn} = 6 \text{ g}$, $a_{Tnp} = 1 \text{ g}$) する場合のシミュレーションを行った。はじめに、ブースト段階について述べる。飛翔体初期速度を 0.75 Mach とし、オフボアサイト角を $\varepsilon = 24.62^\circ$ に固定し、初期相対距離 R_0 を 200 ~ 3000 m に変化させた。 $\varepsilon = 24.62^\circ$ は飛翔体速度を 1.8 Mach (これはブースト中の平均速度) に固定したときの正しいリード角であり、速度変化がなければ、ミスディスタンス (MD) はほぼ零となる。シミュレーション結果を第6図上段に示す。横軸は R_0 、縦軸は MD である。この図から R_0 が 200 ~ 1500 m の間では MD はブースト中の速度変化のために 10 m 以上となることがわかる。次にバーンアウト後について述べる。飛翔体初期速度を 2.85 Mach とし、オフボアサイト角を $\varepsilon = 15.24^\circ$ に固定し、 R_0 を同様に変化させた。 $\varepsilon = 15.24^\circ$ は飛翔体速度を 2.85 Mach に固定したときの正しいリード角であり、この速度を維持し続ければ MD はほぼ零となる。シミュレーション結果を第6図下段に示す。この図からバーンアウト後の速度変化も R_0 が 1500 m 以下では改良型比例航法に

第6図 初期相対距離とミスディスタンスとの関係

上段：ブースト中， $\varepsilon = 24.62^\circ$ 。下段：バーンアウト後， $\varepsilon = 15.24^\circ$ 。

第7図 ε - a_M 平面上的ミスディスタンスの等高線 ($R_0 = 1500 \text{ m}$, 2次元)

影響を与えるが、ブースト中と比較してかなり小さい。そこで、以下ではブースト中のみにについて述べる。

4.2 2次元におけるシミュレーション 飛翔体の発射位置を $R_0 = 1500 \text{ m}$ とし、平面内で加速旋回する目標 ($a_{Tt} = 1 \text{ g}$, $a_{Tn} = 6 \text{ g}$, $a_{Tnp} = 1 \text{ g}$) に対するシミュレーションを実施した。はじめに、この発射条件における修正改良型比例航法の設計パラメータ a_M を決めるために ε と a_M を変化させてシミュレーションを行い、第7図を得た。この図から 26° 以上のオフボアサイト角に対しては適切な a_M を選べばミスディスタンスを 0 m にできることがわかる。また、3.1 で述べたようにあるオフボアサイト角に対して MD = 0 m となる a_M が2つ存在する。例えば、 $\varepsilon = 32^\circ$ のとき、MD = 0 m とする a_M は -13.25 と 2.75 である。 a_M としてこれらの異なる値を選んだとき、飛行軌跡、減速度、指令加速度はどのように変化するかを調べた。飛行経路を第8図、減速度と指令加速度の時間履歴を第9図、第10図に示した。いずれの図にも、比例航法 (PN) 及び改良型比例航法 (APN) の結果も示した。また、第2表には最接近時の時間 t_f 、速度 $V_M(t_f)$ 、ミスディスタンス MD を示した。第8図から PN や APN の経路は大きく曲がっているが、MAPN の経路はかなり直線に近くなっており、特

第 8 図 飛翔体と目標の軌跡 ($R_0 = 1500 \text{ m}$, $\varepsilon = 32^\circ$, 2 次元) 第 10 図 指令加速度の時間履歴 ($R_0 = 1500 \text{ m}$, $\varepsilon = 32^\circ$, 2 次元) 第 9 図 減速度 D/m の時間履歴 ($R_0 = 1500 \text{ m}$, $\varepsilon = 32^\circ$, 2 次元) 第 11 図 修正改良型比例航法における ε - a_{My} , ε - a_{Mp} 平面上的ミスディスタンスの等高線 ($R_0 = 1500 \text{ m}$, 3 次元)第 2 表 最接近時の時間, 速度, ミスディスタンス ($R_0 = 1500 \text{ m}$, $\varepsilon_0 = 32^\circ$, 2 次元)

	t_f (s)	$V_M(t_f)$ (m/s)	MD (m)
MAPN ($a_M = 2.75$)	3.17	647.5	0.02
MAPN ($a_M = -13.75$)	3.19	621.8	0.02
APN	3.22	621.8	8.28
PN	3.26	602.6	8.85

に $a_M = 2.75$ の経路はほぼ直線になっていることがわかる。実際, $a_M = 2.75$ は全飛行中の減速度のほぼ平均値に等しいことが第 9 図からわかる。また, 第 10 図からは経路が大きく曲がっているほど大きな指令加速度を必要としていることがわかる。そして, 指令加速度が大きいくほど, 誘導抗力が大きくなるので PN の $V_M(t_f)$ は MAPN ($a_M = 2.75$) の $V_M(t_f)$ より 45 m/s だけ小さくなっている。PN と APN は終末に近づくにつれて指令加速度が大きくなっているが, 制限荷重と誘導システムの動的遅れのために MD は 8 m 以上になっている。他方, MAPN ($a_M = -13.25$) の指令加速度も終末に近づくにつれて増大しているものの制限荷重以下であるために MD はほぼ 0 m となっている。これらの結果は 3.1 で述べたことを示している。

4.3 3 次元空間におけるシミュレーション 目標が 1 g で加速しながら 45° のバンク角をとり 8.49 g の加速度で斜上方へ回避運動 ($a_{Tt} = 1 \text{ g}$, $a_{Tny} = a_{Tnp} = 6 \text{ g}$) する

場合を考える。飛翔体の発射位置は 2 次元の場合と同様に $R_0 = 1500 \text{ m}$ の点とする。目標運動は 3 次元運動であるが, 飛翔体は前述したようにスキッド・ターンするものと仮定しているので, 修正改良型比例航法はヨー方向とピッチ方向に分離して設計する。すなわち, 各々の方向について, ε と a_{My} または ε と a_{Mp} を変化させながらシミュレーションを行い第 11 図を得た。この図において, MD = 0 m となる等高線は MD = 1 m に囲まれる領域内に部分的に存在しているが, 連続した線となっていないので図には示されていない。与えられた ε に対して実際に a_{My} , a_{Mp} を選ぶときは MD = 1 m の等高線に囲まれる中間の値を選択すればよい。 ε を種々に変化させて各誘導法のシミュレーションを行い, その結果を第 12 図, 第 13 図に示した。第 12 図は ε と MD の関係であり, 第 13 図は ε と次式で与えられるような指令加速度の絶対値の積分値 ΔV の関係である。

$$\Delta V = \int_0^f |F_{ic}| dt \quad (i = y, p) \quad (46)$$

ΔV は lateral divert requirement¹⁾ と呼ばれる量で誘導に必要な全加速度量であり, これが大きいほど誘導抗力が増加し速度低下を招くので小さい方が望ましい。第 12 図から $0 \sim 90^\circ$ のほぼ全オフボアサイト角に対して MD は, MAPN (実線) の場合 2 m 以下となっているが, PN (点

第12図 オフボアサイト角ごとのミスディスタンスの変化 ($R_0 = 1500$ m, 3 次元)

第15図 ノイズを加えたときのオフボアサイト角ごとのミスディスタンス（平均値と標準偏差）の変化 ($R_0 = 1500$ m, 3 次元)

第13図 オフボアサイト角ごとの飛翔体誘導加速度の絶対値の積分値の変化 ($R_0 = 1500$ m, 3 次元)

第14図 飛翔体と目標の軌跡 ($R_0 = 1500$ m, $\varepsilon = 30^\circ$, 3 次元)

線)とAPN(一点鎖線)の場合7m以上になっていることがわかる。PNやAPNでは飛翔体は現在の速度を維持し続けるものとして未来会合位置を予測し、その点へ誘導しているので飛翔体速度が変化すれば未来会合点も変化し、それにつれて、飛翔体の軌道は左右に大きく曲げられることになる。しかし、最終的に誘導システムの動的遅れがあるために軌道修正が間に合わず大きなミスディスタンスを生じることになる。また、PNとAPNの ΔV はMAPNの ΔV より大きくなっていることが第13図から明らかで

ある。このようにMAPNは広いオフボアサイト角に対して優れた誘導性能を持っているので、PNやAPNに比べて発射チャンスも増大することになる。第14図は $\varepsilon = 30^\circ$ として発射したときの軌跡である。飛翔体は発射直後0.5秒のディスエイブル時間を持っているので、この期間中は誘導法に関係なく発射方向へ直進しているが、その後は各誘導法によって軌跡は大きく異なっていることが第14図からわかる。MAPNでは、設計パラメータを第11図から $a_{My} = 2$, $a_{Mp} = 4$ と選定したが、その軌跡は会合点に向かってほぼ直線となっており、ミスディスタンスは0.8mとなった。PNは飛翔体の速度変化も目標の加速度情報も利用していないので、誘導が遅れていることが軌跡から明らかであり、ミスディスタンスは8.4mとなった。他方、APNでは、目標の加速度情報を利用しているので、ディスエイブル時間経過後、直に予想会合点へ向かって大きく軌道変更している。しかし、最終的にはこの予想会合点が変化するために軌跡は前半とは逆方向へ大きく曲がっており、MD = 11.2mとなった。

最後に、修正改良型比例航法のノイズに対する有効性を検討するためにLOS角にノイズを加えてシミュレーションを行った。ノイズはヨー方向のLOS角 σ_y とピッチ方向のLOS角 σ_p のそれぞれに第2図で示したような形で2種類のものを加えた。1つはパワースペクトル密度 ϕ_{FN} の白色ノイズを時定数 τ_{FN} の成形フィルターに通したものでフェーディングノイズを模擬している。もう1つはパワースペクトル密度 ϕ_{GN} の白色ノイズを時定数 τ_{GN} の成形フィルターに通し、かつ、相対距離 R の逆数をかけたものでグリントノイズを模擬している。計算に使用したデータは文献7), 8)を参考にした。ノイズを加えたシミュレーションはモンテカルロ法によって実施し、各オフボアサイト角(2.5° 間隔)について100回の計算を行い、そのミスディスタンスの平均値と標準偏差を求めた。飛翔体と目標の初期条件は本節の3次元運動の場合と全く同じように設定した。計算結果を第15図に示す。この図をノイズを含まない場合の結果である第12図と比較して次を得る。MAPNのノイズを含むときのMDは ε が大きくなるにつ

れて徐々に増大しているが、その平均値は 4 m 以下となっている。また、標準偏差の分を考慮しても 65° 以下の ε に対して MD は 5 m 以下となっている。他方、APN については、 $45^\circ \leq \varepsilon \leq 85^\circ$ の間で、ノイズを含んだときの MD がノイズを含まないときの MD よりも小さくなっているが、その他の ε についてはノイズの影響で MD は 1~4 m 程度増大している。標準偏差の分を考慮すると、ほとんどすべての ε に対して MD は 10 m 以上である。また、PN についても APN の場合と同様、ノイズを含んだ MD がノイズ無しの MD より小さくなるような ε も存在するが、全体的にはノイズの影響で MD は 1~4 m 程度大きくっており、標準偏差の分を考慮するとほぼすべての ε に対して MD は 8 m 以上となっている。

5. あ と が き

本論文ではブースト中またはバーンアウト後のそれぞれのフェーズにおいて、速度変化する飛翔体が一定加速度で回避運動する目標を追尾する問題を取り扱い、次の結論を得た。

- (i) 最終的に得られた誘導法は従来の改良型比例航法と単純追尾航法を適当な比で合成したものであり、本論文では便宜上、修正改良型比例航法と呼んだ。
- (ii) この修正改良型比例航法の実現には、飛翔体情報及び目標情報の測定及び推定が必要である。飛翔体情報はシーカー、加速度計及びレートジャイロ等の搭載装置から、目標の相対位置と接近速度は発射母機あるいは飛翔体の搭載レーダーから得られる。目標の速度や加速度は Kalman フィルタ等により推定することができる。
- (iii) 修正改良型比例航法の誘導性能は合成比によって決まるが、この合成比は飛翔体の減速度に相当する設計パラメータを指定することによって一意的に決まる。
- (iv) 設計パラメータは飛翔体の発射条件によって決まるので、この誘導法を実際に利用するためには前もって種々の発射条件について最適なパラメータを計算しておく必

要がある。

- (v) 従来の改良型比例航法はバーンアウト後の減速度よりブースト中の加速度によって大きな影響を受けミスディスタンスが増大する。
- (vi) スキッド・ツー・ターンする飛翔体の場合、修正改良型比例航法はヨー面とピッチ面の各々について独立して設計すれば良い。
- (vii) 修正改良型比例航法では会合点に向かって直進するような誘導を行っているので誘導に必要な全加速度量が小さくなる。そのために改良型比例航法や比例航法に比べて飛翔体の速度低下が小さい。
- (viii) 修正改良型比例航法は LOS 角にノイズを含まなければ広いオフボアサイト角にわたってミスディスタンスを 2 m 以下とする。また、ノイズを含む場合でも数 m 以下である。

参 考 文 献

- 1) Zarchan, P.: Tactical and Strategic Missile Guidance, Fourth ed., Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol. 199, AIAA, Virginia, 2002, pp. 143-154.
- 2) Imado, F., Kuroda, T. and Ichikawa, A.: A Trade-Off Study between Conventional and Augmented Proportional Navigation, AIAA Paper 96-3882, 1996, pp. 1-8.
- 3) Shinar, J., Shima, T. and Kebke, A.: On the Validity of Linearized Analysis in the Interception of Reentry Vehicles, AIAA Paper 98-4303, 1998, pp. 1050-1060.
- 4) Shima, T. and Shinar, J.: Time-Varying Linear Pursuit-Evasion Game Models with Bounded Controls, J. Guid. Control Dynam., **25** (2002), pp. 425-432.
- 5) 馬場順昭, 高野博行: ブースト中の飛翔体の誘導法, 日本航空宇宙学会論文集, **48** (2000), pp. 385-391.
- 6) 土肥直人, 馬場順昭, 高野博行: ロケットモーター燃焼後の飛翔体の誘導法—オフボアサイト能力の改善—, 日本航空宇宙学会論文集, **51** (2003), pp. 380-387.
- 7) Lin, C.-F.: Modern Navigation, Guidance, and Control Processing, Prentice Hall Series in Advanced Navigation, Guidance, and Control, and Their Applications, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1991, pp. 45-48.
- 8) Miwa, S., Imado, F. and Kuroda, T.: Clutter Effect on the Miss Distance of a Radar Homing Missile, AIAA Paper 87-2449-CP, 1987, pp. 1-7.