ひずみ計測に基づく FRP 複合材パッチで接着補修された航空機機体構造 パネル内の疲労き裂の先端位置および先端形状の同定^{*1}

Identification of Location and Shape of Fatigue Crack Fronts in Aircraft Structural Panels Repaired with a Bonded FRP Composite Patch Containing a Strain Measurement Plane

藤 元 伸 悦^{*2}・関 根 英 樹^{*2}

Shin-etsu FUJIMOTO and Hideki SEKINE

Key Words: Patch Repair, Cracked Aircraft Structural Panel, FRP Composite Patch, Identification of Location and Shape of Crack Front, Tunneling Method, Strain Measurement, Structural Health Monitoring

Abstract: Structural health monitoring of cracked aircraft structural panels repaired with bonded FRP composite patches has received wide attention to extend service life of aging aircraft. In this paper is presented the method to identify the location and shape of a fatigue crack front in aircraft structural panels repaired with a bonded FRP composite patch by use of a tunneling method. As measured values, strains on a measurement plane in the FRP composite patch are utilized. Several numerical examples of the identification of location and shape of fatigue crack fronts are examined, and the effects of number of strain measurement points, position of a strain measurement plane and measurement errors of strains on the identification results are discussed. The validity of the present identification method is verified by comparing the identification results with the exact ones.

1. 緒 言

経年航空機は、主に経済的な理由から、使用寿命を超えての運行を余儀なくされようとしている。これらの経年航空機の機体構造部材には、長年にわたる運行により、数多くの許容サイズを超えた疲労き裂が出現することになる。このため、経年航空機的使用寿命を超えての運行には、疲労き裂を有する機体構造部材の部分的な補修が必要不可欠となる。

経年航空機的使用寿命を更に数十年というオーダーで延長させることを最終目標とした疲労き裂を有する機体構造パネルの補修方法としては、繊維強化ポリマー基 (FRP) 複合材の持つ高比強度・高比剛性を見込んで、疲労き裂を有する機体構造パネルを部分的に FRP 複合材パッチで接着し補修する方法が考案され¹⁾、実機体への適用も進められてきた^{2, 3)}。近年、経年航空機における接着補修された機体構造パネルに新機体構造パネルと同等の構造安全性を確保する観点から、接着補修された機体構造パネルについて構造ヘルスマニタリングを行う目的で FRP 複合材パッチにセンシング機能を付与する FRP 複合材パッチのスマート化に関する研究が Baker⁴⁾ によって提唱された。その後、この問題に関しては、表面に圧電センサを貼付した FRP

複合材パッチによる接着はく離の検知方法に関する研究⁵⁾や、FRP 複合材パッチの表面に光ファイバセンサを接着し、FRP 複合材パッチ表面のひずみを計測することによって、被補修パネル内の疲労き裂進展をモニタする研究⁶⁾などがなされた。しかし、これらの研究は定性的に構造ヘルスマニタリングの可能性を示すに止まっている。今後、経年航空機における疲労き裂を有する機体構造パネルの FRP 複合材パッチによる接着補修において、余寿命評価も考慮に入れた高い構造安全性を実現するための構造ヘルスマニタリングを達成するためには被補修機体構造パネル内の疲労き裂の先端位置および先端形状を正確に捉える手法を確立することが極めて重要となっている。

本研究では、一直線上に並んだ多数の貫通疲労き裂から成る多重位置損傷 (Multiple Site Damage) を受けた航空機の機体構造パネルが FRP 複合材パッチで片面から接着補修されたとき、補修後の被補修機体構造パネル内の疲労き裂の先端位置および先端形状の同定について検討する。同定方法としては、FRP 複合材パッチ内にひずみ計測面を設定し、そこでの面内ひずみを計測情報として、外力の変動によるひずみの変化量の計測値と計算値との残差ノルムを最小化する方法を用いる。いくつかの数値同定例を通して、FRP 複合材パッチ内のひずみ計測面における計測点数およびひずみ計測面の設定位置の疲労き裂の先端位置および先端形状の同定結果に対する影響について検討する。また、計測情報に計測誤差が含まれる場合について、計測誤

^{*1} © 2004 日本航空宇宙学会

平成 15 年 12 月 3 日原稿受理

^{*2} 東北大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻

差の同定精度に及ぼす影響を評価し、本同定方法の妥当性および有効性を明らかにする。

2. 外力の変動によるひずみの変化量の解析

本研究で提案する同定方法により、被補修機体構造パネル内の疲労き裂の先端位置および先端形状について高精度の同定結果を得るためには、FRP 複合材パッチ内のひずみ計測点位置における外力の変動による面内ひずみの変化量を高精度で数値解析することが必要となる。この問題に対処するために、ここでは応力特異性が生じる場所には応力特異性を考慮した特異要素を用いて三次元 FEM 解析を行う。以下、解析モデルおよび特異要素について述べ、外力の変動による FRP 複合材パッチ内の面内ひずみの変化量に関する三次元 FEM 解析の結果を示す。

2.1 解析モデル 一直線上に周期的に並んだ貫通疲労き裂から成る多重位置損傷を受けた航空機の機体構造パネルが FRP 複合材パッチで片面から接着補修された場合の接着補修された機体構造パネルの模式図を第 1 図に示す。機体構造パネルは十分大きく、厚さは t_p である。FRP 複合材パッチの幅および厚さはそれぞれ $2L_r$ および t_r とし、この FRP 複合材パッチで機体構造パネル内の一直線上に周期的に並んだ貫通疲労き裂が FRP 複合材パッチの幅の真中の位置で疲労き裂を覆うように接着補修されている。機体構造パネルに作用する外力としては、疲労き裂の垂直方向に一樣引張の準静的な変動応力 $\Delta\sigma_0$ およびそれに同期した平行方向の平均変動応力 $\kappa\Delta\sigma_0$ を受けている。ここに、 κ は定数である。

実際の接着補修構造には、FRP 複合材パッチの作製過程や接着補修過程、さらには使用環境の温度や湿度の変化によってひずみが誘起される。しかし、本研究で注目した外力の変動によるひずみの変化量は、第一義的には FRP 複合材パッチの作製過程や接着補修過程および使用環境の変化によるひずみの影響を受けない^{*3}。したがって、本研究におけるひずみの変化量に関する三次元 FEM 解析ではこれらの FRP 複合材パッチの作製過程や接着補修過程および使用環境の変化によるひずみを零として定式化を行うこととする。また、対象とした変動応力の間の疲労き裂の進展量は十分に小さい場合とする。三次元 FEM 解析は、問題における周期性および対称性を考慮して第 1 図において破線で示される一つの疲労き裂を中心とする長さ $2L_p$ 、幅 $2W$ の矩形領域の 4 分の 1 の領域について行う。座標系としては、第 1 図に示すように機体構造パネルの接着補修されていない自由表面に原点を置き、機体構造パネルの自由表面上に x, y 軸、機体構造パネルに垂直方向に z 軸を取る直角座標系 (x, y, z) を採用する。

2.2 特異要素 被補修機体構造パネル内を進展する疲労き裂の先端では $r^{-1/2}$ の応力特異性が、また第 2 図に示

第 1 図 FRP 複合材パッチで片面から接着補修された機体構造パネルの模式図

第 2 図 疲労き裂と FRP 複合材パッチの接着境界の交差部の位置の応力特異性

されるような被補修機体構造パネル内の疲労き裂が接着境界と直角に交差する交差部では $r^{\lambda-1}$ ($0 < \lambda < 1$) の応力特異性が現れる。ここに r は応力特異点からの距離である。さらに、被補修機体構造パネル内を進展する疲労き裂の先端と接着境界との交点では、厳密には、 $r^{-1/2}$ および $r^{\lambda-1}$ とは異なる応力特異性が現れる。しかし、本研究では、この交点での応力特異性に関しては、応力特異性のひずみに対する影響が交点のごく近傍だけにかぎられることを考慮して、便法として $r^{-1/2}$ および $r^{\lambda-1}$ の応力特異性のうち応力特異性の強さを表す指数の大きい方の応力特異性を採用することとする。

本研究で用いる特異要素は、二次元の平面要素に関して Akin⁸⁾ により提案された、節点において任意の応力特異性が表現できる特異要素を三次元の六面体要素に拡張したものである。

第 3 図に、8 節点六面体要素を示す。図には各節点の番号および正規化局所座標系 (ξ, η, ζ) で表された座標値が示されている。いま、節点番号が i なる節点においてその正

*3 文献 7) の環境温度および環境湿度の影響を考慮に入れた、FRP 複合材パッチで接着補修されたき裂を有する矩形構造パネルにおける補修効率の算出のための定式化を参照すると、このことは式によって容易に理解できる。

第1表 弾性係数値

Aircraft structural panel (2024-T3 aluminum)		$E = 72.4 \text{ GPa}, \nu = 0.33$
FRP composite patch(glass/ epoxy composite laminate)	[0]	$E_x = E_z = 9.65 \text{ GPa}, E_y = 44.1 \text{ GPa}$ $G_{yz} = G_{xy} = 4.13 \text{ GPa}, G_{zx} = 3.18 \text{ GPa}$ $\nu_{yz} = 0.28, \nu_{zx} = 0.52, \nu_{xy} = 0.061$
	[45/-45]*	$E_x = E_y = 11.2 \text{ GPa}, E_z = 9.65 \text{ GPa}$ $G_{yz} = G_{zx} = 3.66 \text{ GPa}, G_{xy} = 7.19 \text{ GPa}$ $\nu_{yz} = 0.40, \nu_{zx} = 0.34, \nu_{xy} = 0.36$

*[45/-45] の弾性係数値は, [45/-45] を近似的に無限小の層厚の一方単層板を $45^\circ, -45^\circ$ 方向に交互に積層したバランストアングルブライ積層板と考え, [0] の弾性係数値を使って複合則によって求めた。

第3図 8 節点六面体要素

規格局所座標を (ξ_i, η_i, ζ_i) とすると, 8 節点アイソパラメトリック六面体要素の形状関数 $N_i(\xi, \eta, \zeta)$ は次式で与えられる。

$$N_i(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8}(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta)(1 + \zeta_i \zeta) \quad (i = 1, 2, \dots, 8) \quad (1)$$

8 節点六面体特異要素において, 全体座標系 (x, y, z) で表された各節点の座標値を用いて要素内の任意の点における座標値を表現するための内挿関数としては式 (1) を用いる。一方, 8 節点六面体特異要素の形状関数に関しては, ある 1 節点が応力特異点となる場合は応力特異点となっている節点の正規化局所座標系での節点番号を I とすると, 8 節点六面体特異要素の形状関数 $SN_i^I(\xi, \eta, \zeta)$ は次式で与えられる。

$$SN_i^I(\xi, \eta, \zeta) = \begin{cases} 1 - \{1 - N_I(\xi, \eta, \zeta)\}^{1-A_I} & (i = I) \\ N_i(\xi, \eta, \zeta) \{1 - N_I(\xi, \eta, \zeta)\}^{-A_I} & (i \neq I) \end{cases} \quad (2)$$

ここに, A_I は応力特異性の強さを表す指数である。また, 一つの特異要素内で N 個の節点が応力特異点となっている場合の 8 節点六面体特異要素の形状関数は, 応力特異点となっている節点ごとに得られる式 (2) の形状関数を平均して次のように与えられる。

$$SN_i(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{N} \sum_{I \in \Omega} SN_i^I(\xi, \eta, \zeta) \quad (3)$$

ここに, Ω は一つの特異要素内で節点が応力特異点となっている節点番号の集合である。

第2表 三次元 FEM 解析を行う領域の寸法

$L_p = 140 \text{ mm}, L_r = 25 \text{ mm}, W = 25 \text{ mm}$
$t_p = 2 \text{ mm}, t_r = 3.22 \text{ mm}$

第4図 有限要素分割の一例

第5図 特異要素の配置

2.3 FRP 複合材パッチ内の面内ひずみの変化量 第1図に示した疲労き裂の垂直方向および平行方向にそれぞれ一様引張の準静的な変動応力を受ける接着補修構造を対象として三次元 FEM 解析を行って面内ひずみの変化量を求めた。機体構造パネルはアルミニウム合金 2024-T3, FRP 複合材パッチは積層構成が $[0_3/\pm 45/0_2]_s$ のガラス繊維/エポキシ樹脂複合材積層板とした。これらの材料の弾性係数値および三次元 FEM 解析を行う領域の寸法は第1表および第2表の通りである。第1表において, E, G, ν はそれぞれヤング率, せん断弾性係数, ポアソン比である。第4図に有限要素分割の一例を示す。この場合, 要素数は 10625, 節点数は 13260 である。第5図に, 特異要素を薄墨で示す。図中の黒丸は節点のうち応力特異点となるものを示してい

る．その他の要素には 8 節点アイソパラメトリック六面体要素を用いる．被補修機体構造パネル内の貫通疲労き裂が FRP 複合材パッチの接着境界に垂直に交差する場合の応力特異性の強さを表す指数 $1 - \lambda$ は 0.64 である．応力特異性の強さを表す指数 $1 - \lambda$ における λ は，第 1 表の弾性係数値を使用し次式の特性方程式を数値的に解くことによ

り求められる⁹⁾．

$$\begin{vmatrix} A_{1,1} & \cdots & A_{1,12} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{12,1} & \cdots & A_{12,12} \end{vmatrix} = 0 \quad (4)$$

ここに，

$$\begin{pmatrix} A_{1,1} & \cdots & A_{1,4} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{6,1} & \cdots & A_{6,4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \mu_{11} & \bar{\mu}_{11} & \bar{\mu}_{21} & \mu_{21} \\ \mu_{11}^\lambda & \bar{\mu}_{11}^\lambda & \bar{\mu}_{21}^\lambda & \mu_{21}^\lambda \\ \mu_{11}^{\lambda+1} & \bar{\mu}_{11}^{\lambda+1} & \bar{\mu}_{21}^{\lambda+1} & \mu_{21}^{\lambda+1} \\ p_{11}\mu_{11}^\lambda & \bar{p}_{11}\bar{\mu}_{11}^\lambda & \bar{p}_{21}\bar{\mu}_{21}^\lambda & p_{21}\mu_{21}^\lambda \\ q_{11}\mu_{11}^\lambda & \bar{q}_{11}\bar{\mu}_{11}^\lambda & \bar{q}_{21}\bar{\mu}_{21}^\lambda & q_{21}\mu_{21}^\lambda \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{pmatrix} A_{3,5} & \cdots & A_{3,8} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{10,5} & \cdots & A_{10,8} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\mu_{12}^\lambda & -\bar{\mu}_{12}^\lambda & -\bar{\mu}_{22}^\lambda & -\mu_{22}^\lambda \\ -\mu_{12}^{\lambda+1} & -\bar{\mu}_{12}^{\lambda+1} & -\bar{\mu}_{22}^{\lambda+1} & -\mu_{22}^{\lambda+1} \\ -p_{12}\mu_{12}^\lambda & -\bar{p}_{12}\bar{\mu}_{12}^\lambda & -\bar{p}_{22}\bar{\mu}_{22}^\lambda & -p_{22}\mu_{22}^\lambda \\ -q_{12}\mu_{12}^\lambda & -\bar{q}_{12}\bar{\mu}_{12}^\lambda & -\bar{q}_{22}\bar{\mu}_{22}^\lambda & -q_{22}\mu_{22}^\lambda \\ -\mu_{12}^\lambda e^{i\pi\lambda} & -\bar{\mu}_{12}^\lambda e^{-i\pi\lambda} & -\bar{\mu}_{22}^\lambda e^{-i\pi\lambda} & -\mu_{22}^\lambda e^{i\pi\lambda} \\ -\mu_{12}^{\lambda+1} e^{i\pi\lambda} & -\bar{\mu}_{12}^{\lambda+1} e^{-i\pi\lambda} & -\bar{\mu}_{22}^{\lambda+1} e^{-i\pi\lambda} & -\mu_{22}^{\lambda+1} e^{i\pi\lambda} \\ -p_{12}\mu_{12}^\lambda e^{i\pi\lambda} & -\bar{p}_{12}\bar{\mu}_{12}^\lambda e^{-i\pi\lambda} & -\bar{p}_{22}\bar{\mu}_{22}^\lambda e^{-i\pi\lambda} & -p_{22}\mu_{22}^\lambda e^{i\pi\lambda} \\ -q_{12}\mu_{12}^\lambda e^{i\pi\lambda} & -\bar{q}_{12}\bar{\mu}_{12}^\lambda e^{-i\pi\lambda} & -\bar{q}_{22}\bar{\mu}_{22}^\lambda e^{-i\pi\lambda} & -q_{22}\mu_{22}^\lambda e^{i\pi\lambda} \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{pmatrix} A_{7,9} & \cdots & A_{7,12} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{12,9} & \cdots & A_{12,12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_{11}^\lambda e^{i\pi\lambda} & \bar{\mu}_{11}^\lambda e^{-i\pi\lambda} & \bar{\mu}_{21}^\lambda e^{-i\pi\lambda} & \mu_{21}^\lambda e^{i\pi\lambda} \\ \mu_{11}^{\lambda+1} e^{i\pi\lambda} & \bar{\mu}_{11}^{\lambda+1} e^{-i\pi\lambda} & \bar{\mu}_{21}^{\lambda+1} e^{-i\pi\lambda} & \mu_{21}^{\lambda+1} e^{i\pi\lambda} \\ p_{11}\mu_{11}^\lambda e^{i\pi\lambda} & \bar{p}_{11}\bar{\mu}_{11}^\lambda e^{-i\pi\lambda} & \bar{p}_{21}\bar{\mu}_{21}^\lambda e^{-i\pi\lambda} & p_{21}\mu_{21}^\lambda e^{i\pi\lambda} \\ q_{11}\mu_{11}^\lambda e^{i\pi\lambda} & \bar{q}_{11}\bar{\mu}_{11}^\lambda e^{-i\pi\lambda} & \bar{q}_{21}\bar{\mu}_{21}^\lambda e^{-i\pi\lambda} & q_{21}\mu_{21}^\lambda e^{i\pi\lambda} \\ \mu_{11} e^{i2\pi\lambda} & \bar{\mu}_{11} e^{-i2\pi\lambda} & \bar{\mu}_{21} e^{-i2\pi\lambda} & \mu_{21} e^{i2\pi\lambda} \\ e^{i2\pi\lambda} & e^{-i2\pi\lambda} & e^{-i2\pi\lambda} & e^{i2\pi\lambda} \end{pmatrix} \quad (7)$$

その他の $(A_{ij}) = (0)$ ．式 (5) ~ (7) における $p_{j1}, p_{j2}, q_{j1}, q_{j2}$ ($j = 1, 2$) は次式で与えられる．

$$\left. \begin{aligned} p_{j1} &= \frac{1 - \nu^2}{E} \mu_{j1}^2 - \frac{\nu(1 - \nu)}{E} \\ p_{j2} &= \left(\frac{1}{E_{xx}} - \frac{\nu_{yz}^2 E_{zz}}{E_{yy}^2} \right) \mu_{j2}^2 - \frac{1}{E_{yy}} \left(\nu_{yx} + \frac{\nu_{yz} \nu_{xz} E_{zz}}{E_{xx}} \right) \\ q_{j1} &= -\frac{\nu(1 - \nu)}{E} \mu_{j1} + \frac{1 - \nu^2}{E} \mu_{j1}^{-1} \\ q_{j2} &= -\frac{1}{E_{yy}} \left(\nu_{yx} + \frac{\nu_{yz} \nu_{xz} E_{zz}}{E_{xx}} \right) \mu_{j2} + \left(\frac{1}{E_{yy}} - \frac{\nu_{xz}^2 E_{zz}}{E_{xx}^2} \right) \mu_{j2}^{-1} \end{aligned} \right\} (j = 1, 2) \quad (8)$$

ここに， μ_{11}, μ_{12} および μ_{21}, μ_{22} は，それぞれ次の式 (9) および式 (10) の 4 根のうち虚数部が正となる 2 根である．

$$\mu^4 + \frac{1 + \nu^2}{1 - \nu^2} \mu^2 + 1 = 0 \quad (9)$$

$$\left(\frac{1}{E_{xx}} - \frac{\nu_{yz}^2 E_{zz}}{E_{yy}^2} \right) \mu^4 + \left(\frac{1}{G_{yx}} - \frac{2\nu_{yx}}{E_{yy}} - \frac{2\nu_{yz} \nu_{xz} E_{zz}}{E_{yy} E_{xx}} \right) \mu^2 + \frac{1}{E_{yy}} - \frac{\nu_{xz}^2 E_{zz}}{E_{xx}^2} = 0 \quad (10)$$

第 6 図に，変動応力 $\Delta\sigma_0$ が $\Delta\sigma_0 = 120 \text{ MPa}$ ， $\kappa = 0.3$ で貫通疲労き裂の先端位置の x 座標値が $a(z) = -0.08z^2 + 12.5(\text{mm})(0 \leq z \leq 2.0 \text{ mm})$ の場合の FRP 複合材パッチの自由表面，中央面および接着境界面における面内ひずみの変化量 $\Delta\varepsilon_{xx}$ ， $\Delta\varepsilon_{yy}$ ， $\Delta\varepsilon_{xy}$ を示す．図中に，被補修機

体構造パネル内を進展する疲労き裂の先端と FRP 複合材パッチの接着境界との交点の位置を $\times$ 印で示した．図より，FRP 複合材パッチ内の面内ひずみの変化量は自由表面，中央面および接着境界面でその状況は異なるが，どの場合も疲労き裂の近傍で特に大きく変動することがわかる．

第6図 FRP 複合材パッチにおける面内ひずみの変化量

3. 被補修構造パネル内の疲労き裂の先端位置および先端形状の同定

さて、被補修機体構造パネル内の疲労き裂の先端位置および先端形状の同定問題を考える．本研究では複数点のひずみ計測を可能とするひずみ計測面がFRP 複合材パッチ内に設定され、このひずみ計測面上でFRP 複合材パッチ内の面内ひずみの計測を行うものとする．

3.1 同定方法 FRP 複合材パッチ内の面内ひずみを計測情報として、疲労き裂の垂直方向および平行方向にそれぞれ一様引張の準静的な変動応力を受けた場合の面内ひずみの変化量の計測値と三次元 FEM 解析による計算値との残差ノルムを最小化することにより被補修機体構造パネル内の疲労き裂の先端位置および先端形状を同定することを考える．

第7図にFRP 複合材パッチで片面から接着補修された2024-T3 アルミニウム合金機体構造パネル試験片内を進展した疲労き裂の破面写真を示す．疲労き裂の先端形状は進展方向に対して凸となっていることがわかる．この結果を参考にして、疲労き裂の先端位置の x 座標値 $a(z)$ は次式で示されるような z についての二次関数で表されるとする．

第7図 FRP 複合材パッチで片面から接着補修された 2024-T3 アルミニウム合金機体構造パネル試験片内を進展した疲労き裂の破面写真

$$a(z) = \alpha_1 z^2 + \alpha_2 z + \alpha_3 \quad (0 \leq z \leq t_p) \quad (11)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{1}{t_p} (2x_1 - 4x_2 + 2x_3), \\ \alpha_2 &= \frac{1}{t_p^2} (-3x_1 + 4x_2 - x_3), \quad \alpha_3 = x_1 \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、 x_1, x_2, x_3 はそれぞれ第8図に示されるような被補修機体構造パネルの自由表面、中央面および接着境界面における疲労き裂の先端位置の x 座標値である．なお、疲

第 8 図 疲労き裂の先端位置の x 座標値

疲労き裂の先端形状が進展方向に対して凸あるいは直線であるためには次式が満足されなければならない。

$$x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 0 \quad (13)$$

以上より、被補修構造パネル内の疲労き裂の先端位置および先端形状の同定問題は、次式で表される最適化問題を解くことに帰着される。

〔目的関数〕

Minimize $F(x)$

$$= \sum_{i=1}^n \left\| \frac{\Delta \varepsilon_i^m}{\sqrt{\sum_{j=1}^n \|\Delta \varepsilon_j^m\|^2}} - \frac{\Delta \varepsilon_i^c}{\sqrt{\sum_{j=1}^n \|\Delta \varepsilon_j^c\|^2}} \right\|^2$$

〔制約条件〕 $x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 0 \quad (14)$

〔設計変数〕 $x = \{x_1, x_2, x_3\}^T$

ここで、 $\|\cdot\|$ はユークリッド・ノルムであり、 $\Delta \varepsilon_i^m = \{\Delta \varepsilon_{xxi}^m, \Delta \varepsilon_{yyi}^m, \Delta \varepsilon_{xyi}^m\}^T$ は各ひずみ計測点における面内ひずみの変化量の計測値、 $\Delta \varepsilon_i^c = \{\Delta \varepsilon_{xxi}^c, \Delta \varepsilon_{yyi}^c, \Delta \varepsilon_{xyi}^c\}^T$ は三次元 FEM 解析によって得た各計測点の位置での面内ひずみの変化量の計算値、 n はひずみ計測点数である。式

(14) の目的関数に含まれる $\Delta \varepsilon_i^c / \sqrt{\sum_{j=1}^n \|\Delta \varepsilon_j^c\|^2}$ の項は、変動応力 $\Delta \sigma_0$ 、 $\kappa \Delta \sigma_0$ の値に無関係となることには注意を要する。また、式 (14) の最適化問題においては、制約条件のある最適化問題をペナルティ関数法により無制約最適化問題に変換し最適化を行う。その際の最適化手法としては BFGS 可変計量法を、一次元探索には囲い込みと多項式近似をそれぞれ用いる¹⁰⁾。

式 (14) の最適化問題は、目的関数 $F(x)$ が多峰性を有し、その結果極めて多数の局所最適解が存在する。このような最適化問題に対して、トンネル法¹¹⁾ は大域的最適解を探索する有効な方法である。本研究では、より広範囲に大域的最適解を探索できるように、通常のトンネル法におけるトンネル関数を一部変更した改良トンネル法を用いて式 (14) の最適解を得る。

具体的には、設計変数に初期値 x_0 を設定した後、以下に示す二つのフェーズを交互に繰り返して大域的最適解を得る。

i) 最小化フェーズ：原問題の目的関数 $F(x)$ を最小化し、

極小解 x_0^* を求める。

ii) トンネリングフェーズ：目的関数 $F(x)$ を次式で定義されるトンネル関数 $T_k(x)$ に変換し、最小化フェーズで得られた極小解 x_0^* から順に、トンネル関数 $T_{k-1}(x)$ に対して得られた極小解 x_k^* の近傍を初期値として $T_k(x)$ を最小化する。

$$T_k(x) = \frac{F(x) - F(x_0^*)}{\prod_{j=0}^k \{(x - x_j^*)^T (x - x_j^*)\}^{\beta_j}} \quad (k = 0, 1, \dots, L) \quad (15)$$

ここで、 β_k ($k = 0, 1, \dots, L$) は極の強さであり、 L はトンネル関数に導入する x_0^* 以外の極の数である。なお、通常のトンネル法では、トンネル関数として式 (15) のトンネル関数のうち $T_0(x)$ だけを用いている。本研究で用いる式 (15) のトンネル関数は、最小化フェーズで得られた極小解 x_0^* 以外にトンネリングフェーズで得られた極小解 x_k^* も極として導入するものであり、これによりより広範囲に大域的最適解の探索が可能となる。極の強さ β_k ($k = 0, 1, \dots, L$) としては、極 x_k^* から微小ベクトル γ だけ離れた点において

$$\left\{ \frac{\partial T_k(x_k^* + \gamma)}{\partial x} \right\}^T \cdot \gamma < 0 \quad (k = 0, 1, \dots, L) \quad (16)$$

を満足する比較的弱い極の強さを採用する。また、トンネリングフェーズでの初期値としては、式 (16) の左辺が最小となる点を用いる。微小ベクトル γ としては、ここでは $\{\pm\gamma, 0, 0\}^T$, $\{0, \pm\gamma, 0\}^T$, $\{0, 0, \pm\gamma\}^T$ とする。式 (15) の $T_k(x)$ の最小化を $L + 1$ 回繰り返して得られた $L + 1$ 個の極小解 x_k^* ($k = 0, 1, \dots, L$) を原問題の目的関数 $F(x)$ に代入し、そのうちで $F(x)$ が最も小さくなる極小解を決定する。

この極小解を最小化フェーズの新たな初期値とし、以後、最小化フェーズ、トンネリングフェーズを交互に繰り返して実行する。もし、それまでの最小化フェーズにおいて求められた極小解における $F(x)$ の最小値より小さくなる極小解を連続して K 回の最小化フェーズによっても見出すことができなかったとき大域的最適解が得られたとし、それまでの最小化フェーズにおいて求められた極小解のうちで $F(x)$ の値が最も小さくなるものを大域的最適解として終了する。第 9 図に、トンネル法を適用した本同定方法のフローチャートを示す。

3.2 数値同定例 数値同定例として、第 10 図に示されるような異なる三つの疲労き裂の先端位置および先端形状を設定し、それぞれに対して同定を行った。第 10 図に示される疲労き裂の先端 1, 2, 3 について先端位置を式で表すと次式ようになる。

疲労き裂先端 1:

$$a^{\text{EXACT}}(z) = -5.00 \times 10^{-2} z^2 + 1.00 \times 10^{-1} z + 7.5 \text{ (mm)} \quad (0 \leq z \leq 2.0 \text{ mm})$$

(a) タイプ A の計測点配置に対する同定結果

(c) タイプ C の計測点配置に対する同定結果

(b) タイプ B の計測点配置に対する同定結果

第 12 図 疲労き裂の先端位置および先端形状の同定結果

定精度評価指標も合わせて示す。図より、計測点が多く密に配置されているタイプ A および B の計測点配置の場合には、FRP 複合材パッチの自由表面、中央面および接着境界面のいずれをひずみ計測面の設定位置とした場合でも、 $\Delta a = 0.5$ mm 以下の良好な同定結果が得られている。一方、計測点がより疎に配置されているタイプ C の計測点配置の場合には、FRP 複合材パッチの自由表面あるいは中央面をひずみ計測面の設定位置としたときには良好な同定結果が得られているが、接着境界面をひずみ計測面の設定位置としたときには、正解の疲労き裂の先端位置および先端形状と大きく異なる $\Delta a = 0.8$ mm 以上の同定結果となっている。すなわち、計測点配置としてはタイプ B 程度以上に密な計測点配置とする必要があるが、FRP 複合材パッチの自由表面あるいは中央面に計測面を設定するときにはより疎な計測点配置でも良好な同定結果が得られる可能性があることがわかる。

3.3.2 計測誤差の同定精度に及ぼす影響 計測情報に計測誤差が含まれていない場合に良好な同定結果が得られたタイプ A および B のそれぞれの計測点配置について検討する。また、ひずみ計測面の設定位置としては、FRP 複合材パッチの自由表面、中央面および接着境界面の 3 カ所について検討を行う。第 13 図に計測情報に最大で 5% あるいは 10% の計測誤差が含まれている場合の同定結果を示す。図より、最大で 5% 程度の計測誤差が含まれる場合でも同定精度はそれほど低下しないことがわかる。しかし、計測情報に最大で 10% 程度の計測誤差が含まれている場合には同

第 13 図 計測情報に計測誤差が含まれている場合の疲労き裂の先端位置および先端形状の同定結果

定精度は急激に低下する．また，計測点が多い密な計測点配置にすることで計測誤差による同定精度の急激な低下が緩和されるという傾向があることがわかる．

4. 結 言

本研究では，FRP 複合材パッチで片面から接着補修された航空機機体構造パネル内の疲労き裂の先端位置および先端形状の同定問題を検討した．同定方法としては，FRP 複合材パッチ内に設定されたひずみ計測面における面内ひずみを計測情報として，外力の変動によるひずみの変化量の計測値と計算値との残差ノルムを最小化する方法を用いた．得られた主要な成果は以下の通りである．

計測情報に計測誤差が含まれていない場合について，ひずみ計測面における計測点数およびひずみ計測面の FRP 複合材パッチ内の設定位置の影響について検討を行った結果，ひずみ計測面における計測点数を十分に確保し，タイプ B 程度以上に密な計測点配置とすることで，ひずみ計測面の設定位置に依存せずに良好な精度で同定が可能であることが明らかとなった．また，計測点数が極端に少ないと，同定精度を低下させる場合があることがわかった．計測情報に計測誤差が含まれている場合は，ひずみ計測面における計測点数が適切であれば，計測情報に最大で 5% 程度の計測誤差が含まれる場合でも同定精度はそれほど低下することはないことがわかった．以上のことから，本同定方法の妥当性および有効性が示唆された．

なお，本研究では経年航空機の FRP 複合材パッチによる接着補修構造のヘルスマニタリングを目的として，接着補修された機体構造パネル内の疲労き裂の先端位置および先端形状の同定について理論的観点から検討したものであるが，ヘルスマニタリングを実現するためには FRP 複合材パッチ内のひずみ計測面における多点計測ひずみセンサシステムを開発し実証することが必要であり，これらは今後の課題としたい．

本研究の一部は，平成 15 年度文部科学省科学研究費補助金 基盤研究 (A) (2) 14205138 (研究代表者：関根英樹) および基盤研究 (B) (2) 13555264 (研究代表者：関根英樹) によったものであることを付記し謝意を表する．また，破面写真の作成において協力を得た東北大学大学院工学研究科技官 佐藤孝光氏に謝意を表する．

参 考 文 献

- 1) Jones, R., Davis, M., Callinan, R. J. and Mallinson, G. D.: Crack Patching: Analysis and Design, *J. Struct. Mech.*, **10** (1982), pp. 177–190.
- 2) Baker, A. A.: Fiber Composite Repair of Cracked Metallic Aircraft Components—Practical and Basic Aspects, *Composites*, **18** (1987), pp. 293–308.
- 3) Baker, A. A., Rose, L. R. F., Walker, K. F. and Wilson, E. S.: Repair Substantiation for a Bonded Composite Repair to F111 Lower Wing Skin, *Appl. Compos. Mater.*, **6** (1999), pp. 251–267.
- 4) Baker, A.: Bonded Composite Repair of Fatigue-Cracked Primary Aircraft Structure, *Compos. Struct.*, **47** (1999), pp. 431–443.
- 5) Chiu, W. K., Koh, Y. L., Galea, S. C. and Rajic, N.: Smart Structure Application in Bonded Repairs, *Compos. Struct.*, **50** (2000), pp. 433–444.
- 6) McKenzie, I., Jones, R., Marshall, I. H. and Galea, S.: Optical Fibre Sensors for Health Monitoring of Bonded Repair Systems, *Compos. Struct.*, **50** (2000), pp. 405–416.
- 7) 関根英樹，藤元伸悦，渋谷 嗣：FRP 複合材パッチで接着補修されたき裂を有する矩形構造パネルにおける補修効率の評価，*日本航空宇宙学会論文集*，**49** (2001)，pp. 55–61.
- 8) Akin, J. E.: The Generation of Elements with Singularities, *Int. J. Num. Methods Eng.*, **10** (1976), pp. 1249–1259.
- 9) Chen, D. H. and Harada, K.: Stress Singularities for Crack Normal to and Terminating at Bimaterial Interface on Orthotropic Half-Plates, *Int. J. Fract.*, **81** (1996), pp. 147–162.
- 10) Vanderplaats, G. N. and Sugimoto, H.: A General-Purpose Optimization Program for Engineering Design, *Comput. Struct.*, **24** (1986), pp. 13–21.
- 11) Levy, A. V. and Montalvo, A.: The Tunneling Algorithm for the Global Minimization of Functions, *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, **6** (1985), pp. 15–29.