複合材積層板中の多重位置損傷の逐次領域絞り込み法を用いた 効率的同定法の提案^{*1}

An Effective Damage Identification Method for Composite Laminated Plates with Multiple Site Damage Using Successive Iteration Method of Bounding Domain

青木太助^{*2,*3}・関根英樹^{*2}

Daisuke AOKI and Hideki SEKINE

Key Words: Structural Analysis, Composite Laminated Plate, Damage Identification, Multiple Site Damage, Successive Iteration Method of Bounding Domain, Domain Decomposition Finite Element Technique

Abstract: This study is concerned with an effective damage identification method for composite laminated plates with multiple site damage using a successive iteration method of bounding domain. First we use a flexibility method to determine the subdomains of composite laminated plate which contain damage areas. The subdomains are subdivided into smaller subdomains using a successive iteration method of bounding domain, and finally we determine the areas of the multiple site damage. In order to reduce computational time and number of design variables, we use the domain decomposition finite element technique to get frequencies and mode shapes of the whole domain by assembling subdomain frequencies and subdomain mode shapes. For a numerical example, the damage identification is conducted for a composite laminated plate with multiple site damage. As the result, it is revealed that the present damage identification method is effective and computationally efficient.

1. 緒言

構造物の健全性を評価するヘルスマニタリング技術は、近年の大規模かつ複雑な宇宙構造物の安全性を確保する技術として注目されている。このヘルスマニタリング技術の開発においては、構造物に付加したセンサから得られた計測情報を用いて、構造物に生じた損傷の位置や程度を正確に把握する同定法の開発が一つの重要な技術課題となる。なかでも、損傷前後の固有角振動数および固有振動モードの変化を利用した有限要素法に基づく損傷の同定法はこれまで活発に研究され、多様な実構造への適用を通してその有効性が検討されている¹⁾。

従来の研究で提案されている有限要素法に基づくトラス構造、はり構造および複合材積層板の損傷の同定法には、振動の基礎方程式を制約条件とし、損傷前後における剛性マトリクスの変化をそのノルムを最小とすることにより求める同定法²⁾ やランクを最小とすることにより求める同定法³⁾ などがある。また、有限要素解析より得られる固有角振動数および固有振動モードを振動試験より得られるものにより近いものにするように有限要素モデルを更新する同

定法⁴⁾ や、動的残差力を最小とする最適化問題を解く同定法⁵⁾ などもある。さらに、制御理論を基礎として、剛性マトリクスの損傷前後の変化量をゲインとし、動的残差力を最小とすることにより損傷を同定する方法^{6,7)} も提案されている。最近、著者ら^{8,9)} は、逐次領域絞り込み法に基づく、トラス構造の損傷の効率的同定法を提案し、良好な同定結果を得た。

宇宙構造物は、一般に、様々な基本要素で構成され、特に、その優れた比強度・比剛性から複合材積層板も多く用いられており、複合材積層板の損傷の効率的同定法の開発が強く要請されている。本研究では、前報^{8,9)} で提案した逐次領域絞り込み法を用いたトラス構造の損傷の効率的同定法を基礎として、新たに複合材積層板中の多重位置損傷の効率的同定法を提案する。具体的に主な前報との変更点を挙げれば、逐次領域絞り込みを開始する初期領域の決定方法や設計変数とする剛性比の取り方が工夫され、また、逐次領域絞り込み過程を効率的に実行するための領域分割有限要素計算手法に対して2次元の独立なインタフェースを導入した新たな定式化が行われている点である。損傷の数値同定例としては、二つの損傷を有する複合材積層板を対象に損傷の同定を行い、本同定法の同定精度および計算効率、計測誤差が同定結果に与える影響について検討する。

^{*1} © 2004 日本航空宇宙学会

平成 16 年 3 月 22 日原稿受理

^{*2} 東北大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻

^{*3} 現 ミシュランリサーチアジア(株)

2. 複合材積層板中の多重位置損傷の同定法の基礎

2.1 フレキシビリティマトリクスを用いた損傷領域を含む初期領域の決定 逐次領域絞り込み法による損傷の同定では、複合材積層板に対して振動試験を行って計測された加速度情報から得られる固有角振動数 $\bar{\omega}_j$ および固有振動モード $\bar{\phi}_j$ を用いる。損傷領域を決定する最小単位は有限要素法の振動解析に用いる要素とする。固有振動モードは、これらの要素のすべての節点でのモード変位成分を用いる。ただし、加速度計測点数が限られている場合は、計測点でのモード変位成分を用いて拡張し、すべての節点でのモード変位成分を得る。

逐次領域絞り込み法を用いた複合材積層板中の損傷の同定においては、逐次領域絞り込みを開始する損傷領域を含む初期領域を的確に定めることが重要である。本研究では、この逐次領域絞り込みを開始する初期領域をフレキシビリティマトリクスを用いて以下のように決定する。加速度計測情報から得られた j 次の固有角振動数 $\bar{\omega}_j$ および固有振動モード $\bar{\phi}_j$ を用いると、フレキシビリティマトリクス F は次式で表される。

$$F = \sum_{j=1}^r \frac{1}{\bar{\omega}_j^2} \bar{\phi}_j \bar{\phi}_j^T \quad (1)$$

ここで、 r は加速度計測情報から得られた固有振動モードの最高次数である。

次数が有限の場合のフレキシビリティマトリクスは剛性マトリクスの逆行列の近似となる。したがって、振動試験より得られた r 次までの固有振動モードから構築されたフレキシビリティマトリクス F を用いると、仮想荷重ベクトル p を作用させた場合の変位ベクトル u は次式で得られる。

$$u = Fp \quad (2)$$

本研究では、仮想荷重 p として、すべての要素に対し複合材積層板に垂直方向の一定分布荷重 1 Pa を作用させる。このときの各要素の中央点における曲率は、(2) 式より得られた変位 u から求めることができる。各要素の中央点における損傷前および損傷後の曲率 γ_u および γ_d を算出し、曲率の損傷前後の差の絶対値 $|\gamma_d - \gamma_u|$ がある閾値より大きいすべての要素を含む領域を逐次領域絞り込みを開始する初期領域として決定する。

2.2 逐次領域絞り込み法による損傷の同定 損傷領域に対する逐次領域絞り込み法では、はじめに、フレキシビリティマトリクスを用いて決定された初期領域を二つの領域に分割する。次に、その分割されたそれぞれの領域において損傷領域が含まれているかを判定し、損傷領域が含まれていると判定された領域は、さらにそれぞれ二つの領域に分割する。この操作を繰り返すことにより損傷領域の絞り込みを行う。また、逐次領域絞り込み過程において分割された領域のうち損傷領域が含まれていないと判定された隣り合う領域は一つの領域として取り扱う。このようにし

て 1 要素の領域になるまで領域の絞り込みを実行する。

各領域に損傷領域が含まれているかどうかの判定は、各領域の損傷前後の剛性比 d_β の値に基づいて行う。各領域の損傷前後の剛性比 d_β の値は、有限要素法の振動解析より得られる固有角振動数および固有振動モードと振動試験において計測された加速度計測情報から得られた固有角振動数および固有振動モードとの差を最小とする次の最適化問題を解いて決定される。

$$\text{Minimize: } \sum_{j=1}^r \left[\frac{(\omega_j - \bar{\omega}_j)^2}{\bar{\omega}_j^2} + \frac{(\phi_j - \bar{\phi}_j)^T (\phi_j - \bar{\phi}_j)}{\bar{\phi}_j^T \bar{\phi}_j} \right] \quad (3)$$

$$\text{Subject to: } 0 < d_\beta \leq 1 \quad (\beta = 1, 2, \dots, N_n)$$

$$\text{Design variables: } d_\beta \quad (\beta = 1, 2, \dots, N_n)$$

ここで、 ω_j および ϕ_j は、有限要素法を用いた振動解析より得られる j 次の固有角振動数および固有振動モードである。損傷領域の絞り込み過程の各ステップにおいては、分割された領域内のすべての要素において曲げ剛性の各成分に関して同一の損傷前後の剛性比 d_β ($\beta = 1, 2, \dots, N_n$) を与え、この損傷前後の剛性比を設計変数として用いる。ここに、 N_n はステップ n における分割された領域の数である。ただし、損傷領域が含まれていないと判定された領域については領域内のすべての要素の損傷前後の剛性比を 1 とし、設計変数から除外する。(3) 式の最適化問題を解いた結果、損傷前後の剛性比が $1 - \epsilon$ (ϵ は $0 < \epsilon < 1$ なる定数) より小さい値となる領域に損傷領域が含まれるものとする。その領域の要素数が二つ以上の場合は領域分割をさらにを行い、(3) 式の最適化問題を解き損傷領域を絞り込む。また、絞り込まれた領域が 1 要素の場合は、その剛性比が損傷の程度を示す量となる^{*4}。この操作により、要素ごとに設計変数を取る方法に比べ、設計変数の数を減らすことができる。

なお、逐次領域絞り込みにおける領域分割においては、複数の分割パターンが存在するが、本研究では、領域分割において、二つの領域に分割するすべてのパターンに対して(3) 式の最適化問題を解き、(3) 式の目的関数が最も小さくなる領域分割パターンを採用する。

2.3 領域分割有限要素計算手法 (3) 式の最適化問題を非線形計画法によって解く場合、繰り返し計算ごとに要素の剛性が変化するのは分割された領域内の要素のみであり、最適化問題を解く繰り返し計算ごとに固有角振動数 ω_j および固有振動モード ϕ_j を複合材積層板全体の振動解析から得るのは合理的ではない。本研究では、著者らが前報 8) においてトラス構造に対して開発した領域分割有限要素計

^{*4} 損傷領域が一つの要素まで絞り込まれた後においては、絞り込まれた要素の曲げ剛性の各成分の損傷前後の比を個々に設計変数として(3) 式の最適化問題を解くことにより、要素における曲げ剛性の各成分を個々に同定することも可能となる。

算手法を基に、分割された個々の領域の複合材積層板の振動解析を行うことによって、複合材積層板全体の振動解析を可能とする領域分割有限要素計算手法を構築する．この手法によると、(3) 式の最適化問題を解く際の繰り返し計算では、分割された領域についてのみ再計算し、少ない演算回数で複合材積層板全体の振動解析を行うことが可能となる．

第 1 図 (a) に、逐次領域絞り込み過程において分割された領域 D_1 、 D_2 の複合材積層板と独立なインタフェースの概念図を示す．領域 D_1 、 D_2 間の複合材積層板の変位の連続条件は、領域 D_1 、 D_2 間に導入された独立なインタフェースを介してペナルティ法により確保する．ただし、独立なインタフェースは同一箇所については一つのみ存在するものとする．独立なインタフェースを含めた複合材積層板全体のポテンシャルエネルギー Π は、次式のように表される．

$$\Pi = \sum_{\beta=1}^{N_n} \left[\Pi_{D\beta} + \frac{1}{2} k \int_{\Gamma} (\mathbf{u}_{\beta} - \mathbf{u}_I)^T (\mathbf{u}_{\beta} - \mathbf{u}_I) d\Gamma \right] \quad (4)$$

ここで、 $\Pi_{D\beta}$ は領域 D_{β} 内の複合材積層板のポテンシャルエネルギーであり、 $\mathbf{u}_{\beta}$ は、領域 D_{β} の複合材積層板の変位ベクトル、 $\mathbf{u}_I$ は独立なインタフェースの変位ベクトル、 k はペナルティ係数、 Γ は独立なインタフェースの長さである．

複合材積層板の変位 $\mathbf{u}_{\beta}$ は、補間マトリクス $\mathbf{Z}_{\beta}$ および節点上で離散化された変位 $\mathbf{q}_{\beta}$ を用いて次式で表される．

$$\mathbf{Z}_{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & x^2 & xy & y^2 & x^3 & x^2y & xy^2 & y^3 & x^3y & xy^3 \\ 0 & 1 & 0 & 2x & y & 0 & 3x^2 & 2xy & y^2 & 0 & 3x^2y & y^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x & 2y & 0 & x^2 & 2xy & 3y^2 & x^3 & 3xy^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 & x_1y_1 & y_1^2 & x_1^3 & x_1^2y_1 & x_1y_1^2 & y_1^3 & x_1^3y_1 & x_1y_1^3 \\ 0 & 1 & 0 & 2x_1 & y_1 & 0 & 3x_1^2 & 2x_1y_1 & y_1^2 & 0 & 3x_1^2y_1 & y_1^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x_1 & 2y_1 & 0 & x_1^2 & 2x_1y_1 & 3y_1^2 & x_1^3 & 3x_1y_1^2 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2^2 & x_2y_2 & y_2^2 & x_2^3 & x_2^2y_2 & x_2y_2^2 & y_2^3 & x_2^3y_2 & x_2y_2^3 \\ 0 & 1 & 0 & 2x_2 & y_2 & 0 & 3x_2^2 & 2x_2y_2 & y_2^2 & 0 & 3x_2^2y_2 & y_2^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x_2 & 2y_2 & 0 & x_2^2 & 2x_2y_2 & 3y_2^2 & x_2^3 & 3x_2y_2^2 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3^2 & x_3y_3 & y_3^2 & x_3^3 & x_3^2y_3 & x_3y_3^2 & y_3^3 & x_3^3y_3 & x_3y_3^3 \\ 0 & 1 & 0 & 2x_3 & y_3 & 0 & 3x_3^2 & 2x_3y_3 & y_3^2 & 0 & 3x_3^2y_3 & y_3^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x_3 & 2y_3 & 0 & x_3^2 & 2x_3y_3 & 3y_3^2 & x_3^3 & 3x_3y_3^2 \\ 1 & x_4 & y_4 & x_4^2 & x_4y_4 & y_4^2 & x_4^3 & x_4^2y_4 & x_4y_4^2 & y_4^3 & x_4^3y_4 & x_4y_4^3 \\ 0 & 1 & 0 & 2x_4 & y_4 & 0 & 3x_4^2 & 2x_4y_4 & y_4^2 & 0 & 3x_4^2y_4 & y_4^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x_4 & 2y_4 & 0 & x_4^2 & 2x_4y_4 & 3y_4^2 & x_4^3 & 3x_4y_4^2 \end{bmatrix}^{-1} \quad (6)$$

ここで、 x_s および y_s は、ACM 要素の s 番節点の座標値である．

第 1 図 (b) に、独立なインタフェースの概念図を示す．図

(a) 分割された領域の複合材積層板と独立なインタフェース

(b) 独立なインタフェース

第 1 図 分割された領域の複合材積層板と独立なインタフェースの概念図

$$\mathbf{u}_{\beta} = \mathbf{Z}_{\beta} \mathbf{q}_{\beta} \quad (5)$$

本研究では、有限要素法の要素として ACM 要素¹⁰⁾を用いる．ACM 要素は、4 節点を有し、1 節点当たりの自由度は、たわみ w およびたわみのそれぞれ x 、 y に関する 1 階微分 $\partial w / \partial x$ 、 $\partial w / \partial y$ の三つである．このとき、補間マトリクス $\mathbf{Z}_{\beta}$ は次式で与えられる．

中の t は、独立なインタフェース内の要素における座標である．独立なインタフェース内の各座標は 2 節点を有する線要素で構成されており、1 節点当たりの自由度は ACM

要素と同様である．独立なインタフェースの変位 u_I も同様に，補間マトリクス Z_I およびインタフェースの節点上で離散化された変位 q_I を用いて次式から求めることができる．

$$u_I = Z_I q_I \quad (7)$$

本研究では，補間マトリクス Z_I として次式の t に関する線形関数を用いる．

$$Z_I = \begin{bmatrix} 1-t & 0 & 0 & t & 0 & 0 \\ 0 & 1-t & 0 & 0 & t & 0 \\ 0 & 0 & 1-t & 0 & 0 & t \end{bmatrix} \quad (8)$$

(4) 式のポテンシャルエネルギーを用いると振動の基礎方程式として次式が得られる．

$$K\phi_j = \omega_j^2 M\phi_j \quad (9)$$

ここで， K および M はそれぞれ剛性マトリクスおよび質量マトリクスである．剛性マトリクス K ，質量マトリクス M および j 次の固有振動モード ϕ_j は，次式の形となる．

$$K = \begin{bmatrix} K_1^{oo} & K_1^{oi} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ K_1^{oiT} & K_1^{ii} + G_1^{ii} & 0 & 0 & \dots & -G_1^{iI} \\ 0 & 0 & K_2^{oo} & K_2^{oi} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & K_2^{oiT} & K_2^{ii} + G_2^{ii} & \dots & -G_2^{iI} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & -G_1^{iIT} & 0 & -G_2^{iIT} & \dots & \sum_{\beta=1}^{N_n} G_\beta^{II} \end{bmatrix}$$

$$\equiv \begin{bmatrix} K_{P1} & 0 & \dots & P_1 \\ 0 & K_{P2} & \dots & P_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_1^T & P_2^T & \dots & \sum_{\beta=1}^{N_n} K_{I\beta} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$M = \begin{bmatrix} M_1^{oo} & M_1^{oi} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ M_1^{oiT} & M_1^{ii} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & M_2^{oo} & M_2^{oi} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & M_2^{oiT} & M_2^{ii} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\equiv \begin{bmatrix} M_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & M_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\phi_j^T = \begin{bmatrix} q_1^{oT} & q_1^{iT} & q_2^{oT} & q_2^{iT} & \dots & q_I^T \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\equiv \begin{bmatrix} q_1^T & q_2^T & \dots & q_I^T \end{bmatrix}$$

ここで， K_β および M_β は，それぞれ領域 D_β の複合材積層板の剛性マトリクスおよび質量マトリクス， G_β は独

立なインタフェースに関するマトリクス， q_β および q_I は，それぞれ領域 D_β 内の要素のすべての節点におけるモードベクトルおよび独立なインタフェースのすべての節点におけるモードベクトルである．(10)～(12) 式において，各変数の上添字 o, i, I は，それぞれ独立なインタフェースには連結されていない内部の節点に関する量，領域 D_β において独立なインタフェースに連結されている節点に関する量，独立なインタフェースに関する量を示している．また，マトリクス G_β^{ii} ， G_β^{iI} ， G_β^{II} は次式で与えられる．

$$G_\beta^{ii} = k \int_\Gamma Z_\beta^T Z_\beta d\Gamma \quad (13)$$

$$G_\beta^{iI} = k \int_\Gamma Z_\beta^T Z_I d\Gamma \quad (14)$$

$$G_\beta^{II} = k \int_\Gamma Z_I^T Z_I d\Gamma \quad (15)$$

なお，領域の複合材積層板と独立なインタフェース間の変位の連続条件をペナルティ法によって与えているため，(10) 式における剛性マトリクス $K_{P\beta}$ は正値対称マトリクスとなる．

さらに，部分構造合成法¹¹⁾に基づき誘導した次式を用いて，領域 D_β 内の要素の節点におけるモードベクトル q_β をモード座標および独立なインタフェースのモードへ縮小する．

$$\begin{bmatrix} q_\beta \\ q_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{N\beta} & \Phi_{C\beta} \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_\beta \\ q_I \end{bmatrix} \quad (16)$$

ここで， $\Phi_{N\beta}$ は，剛性マトリクスとして $K_{P\beta}$ を用いた場合の領域 D_β の複合材積層板の固有振動モード， p_β は領域 D_β の複合材積層板のモード座標である．また，ギャンの静縮小¹²⁾で用いられる $\Phi_{C\beta}$ は次式で与えられる．

$$\Phi_{C\beta} = -K_{P\beta}^{-1} P_\beta \quad (17)$$

(16) 式を (9) 式へ代入することにより，領域分割された複合材積層板の振動の基礎方程式は次式となる．

$$K_R \phi_{Rj} = \omega_{Rj}^2 M_R \phi_{Rj} \quad (18)$$

ここで， K_R は，各領域内の損傷前後の剛性比 d_β を用いて次式で与えられる．

$$K_R = \begin{bmatrix} d_1 \Omega_1^u & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d_2 \Omega_2^u & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sum_{\beta=1}^{N_n} d_\beta \left(K_{I\beta} - \Phi_{C\beta}^u{}^T K_{P\beta}^u \Phi_{C\beta}^u \right) \end{bmatrix} \quad (19)$$

ここで， Ω_β^u は，対角項に剛性マトリクスとして $K_{P\beta}$ を用いた場合の領域 D_β の複合材積層板の固有角振動数の二乗が入ったマトリクスであり，また，上添字 u は，複合材

第 2 図 領域分割された複合材積層板

第 1 表 複合材積層板を構成する単層板の材料定数および厚さ

$E_L = 142 [\text{GPa}]$,	$E_T = 10.8 [\text{GPa}]$,	$G_{LT} = 5.49 [\text{GPa}]$
$\nu_{LT} = 0.3$,	$\rho = 1,600 [\text{kg/m}^3]$,	$h = 0.125 [\text{mm}]$

積層板に損傷が無い状態を示している．また， M_R および ϕ_{Rj} は，次式で与えられる．

$$M_R = \begin{bmatrix} I & 0 & \dots & \Phi_{N1}^T M_1 \Phi_{C1} \\ 0 & I & \dots & \Phi_{N2}^T M_2 \Phi_{C2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_{C1}^T M_1 \Phi_{N1} & \Phi_{C2}^T M_2 \Phi_{N2} & \dots & \sum_{\beta=1}^{N_n} \Phi_{C\beta}^T M_\beta \Phi_{C\beta} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\phi_{Rj}^T = \begin{bmatrix} p_1^T & p_2^T & \dots & q_I^T \end{bmatrix} \quad (21)$$

マトリクス K_R および M_R は，各領域の複合材積層板の固有角振動数および固有振動モードで構成されているため，逐次領域絞り込み過程での繰り返し計算では複合材積層板の剛性比に変化のあった領域の複合材積層板に関するマトリクスを更新し，その他の領域の複合材積層板については事前の振動解析結果を用いて (18) 式を計算することにより，複合材積層板全体の振動解析が可能となる．すなわち，損傷領域の絞り込みにより振動解析を行う際の有限要素法の総自由度数を減少させることができ，さらには，(18) 式の剛性マトリクス，質量マトリクスの大きさが縮小されるため，従来の方法で有限要素法を用いて複合材積層板全体に対して振動解析を行う場合に比べ計算時間を大幅に短縮することが可能となる．

本研究で定式化した領域分割有限要素計算手法を用いた複合材積層板の振動解析結果の妥当性を，従来の方法で有限要素法を用いて同一の複合材積層板に対して振動解析を行って得られた結果と比較することにより検討する．第 2 図に，領域分割された複合材積層板を示す．分割されたそれぞれの領域は，独立なインタフェースを介して連結されている．また，従来の方法で有限要素法を用いて複合材積層板全体に対して振動解析を行う場合には，複合材積層板は第 2 図において独立なインタフェースを取り除き，領域間の節点をつなげたものとする．複合材積層板としては，炭素繊維/エポキシ樹脂複合材を用い，積層構成が $[0_2/45_2/-45_2/90_2]_s$ の擬似等方性積層板とした．複合材積層板を構成する単層板の材料定数および厚さを第 1 表に示す．ここで， E_L は繊維

(a) 固有角振動数

(b) 固有振動モード

第 3 図 ペナルティ係数が固有角振動数および固有振動モードに与える影響

維方向のヤング率， E_T は繊維と垂直方向のヤング率， G_{LT} はせん断弾性係数， ν_{LT} はポアソン比， ρ は密度， h は単層板の厚さである．多重位置損傷の存在を想定し，領域 D_8 内の要素において曲げ剛性の全成分を 50%，領域 D_9 内の要素において曲げ剛性の全成分を 70% 低下したものを与えた．使用する各領域での固有振動モードの最高次数は，領域 D_1, D_3 では 50，領域 D_2 では 18，領域 D_4, D_5 では 1，領域 D_6 では 3 とし，それ以外の領域では 0 を用いた．

第 3 図 (a) に，各領域間の複合材積層板の変位の連続条件を，領域間に導入されたインタフェースを介してペナルティ法により確保する場合のペナルティ係数が固有角振動数に与える影響を示す．横軸は，ペナルティ係数 k を複合材積層板の単層板の繊維方向のヤング率 E_L で無次元化し対数表示したものであり，縦軸は，本領域分割有限要素計算手法より得られた 1～8 次の固有角振動数 ω_j ($j = 1, 2, \dots, 8$) と従来の方法で有限要素法を用いて積層板全体に対して得られた 1～8 次の固有角振動数 ω_j^* ($j = 1, 2, \dots, 8$) の差を ω_j^* で無次元化したものである．この図より，本領域分割有限要素計算手法を用いた解析結果はかなり広いペナルティ係数の範囲で，従来の方法で有限要素法を用いて複合材積層板全体に対して解析した結果と同等の精度を確保できることが可能であることがわかる．

第 3 図 (b) に，ペナルティ係数が固有振動モードに与える影響を示す．横軸は，第 3 図 (a) と同様に無次元化されたペナルティ係数であり，縦軸は，本領域分割有限要素計

第4図 二つの損傷を有する複合材積層板

算手法より得られたすべての節点における1～8次の固有振動モード ϕ_j ($j = 1, 2, \dots, 8$) と従来の方法で有限要素法を用いて複合材積層板全体に対して得られた1～8次の固有振動モード ϕ_j^* ($j = 1, 2, \dots, 8$) の差のノルムを ϕ_j^* のノルムで無次元化したものである。この結果より、固有振動モードにおいても本領域分割有限要素計算手法を用いた解析結果は、従来の方法で有限要素法を用いて複合材積層板全体に対して解析した結果と同等の精度を確保できることがわかる。

これらの結果を踏まえ、これ以降の領域分割有限要素計算手法による解析で用いるペナルティ係数は、 $k = E_L \times 10^{0.85}$ とする。

3. 複合材積層板中の多重位置損傷の数値同定例

本研究で提案した、逐次領域絞り込み法に領域分割有限要素計算手法を併用した複合材積層板中の損傷の同定法の同定精度および計算効率、ならびに計測誤差が同定結果に与える影響を、複合材積層板中の多重位置損傷の同定を通して検討する。第4図に、損傷の同定において用いる複合材積層板を示す。複合材積層板は、2.3項と同様の積層構成 $[0_2/45_2/-45_2/90_2]_s$ の炭素繊維/エポキシ樹脂複合材とし、境界条件としては、周辺単純支持とした。また、第4図には、有限要素法の要素分割も同時に示す。この要素分割は、振動解析において8次までの固有振動モードが十分な精度で得ることのできる要素分割となっている。フレキシビリティマトリクスを用いて、逐次領域絞り込みを開始する損傷領域を含む初期領域を決定する際には、有限要素法の要素を最小単位として領域を構成する^{*5}。

^{*5} 本研究では、有限要素法の要素を最小単位として領域を構成しているが、一般には、有限要素法の要素を損傷領域を決定する最小単位とすることは必ずしも必要とはしない。

第2表 複合材積層板の損傷例

Element number	Normalized residual stiffness
250	0.30
251	0.30
495	0.40
496	0.40
525	0.40
526	0.40

計測情報としては有限要素法による順解析の結果の1次から8次までの固有角振動数および要素の全節点における固有振動モードを用いた。各領域の複合材積層板の固有振動モードの最高次数は、各領域の複合材積層板の有限要素の総自由度数からその領域の複合材積層板に連結された独立なインタフェースの自由度数を差し引いた数の2分の1以下の整数を与え、50を超える場合は最高次数を50とした。最適化手法としては、最適化汎用プログラムであるADSプログラム¹³⁾におけるBFGS可変計量法を用い、一次元探索には黄金分割法を用いた。また、計算機には、HP 9000J 282/2240 ワークステーションを用いた。

第4図には、本研究で用いる損傷例として二つの損傷 A_1 および A_2 を示す。損傷 A_1 および A_2 は、それぞれ要素2個および4個から構成されており、これらの要素番号および損傷程度を第2表に示す。これらの要素は、1次から8次までの固有振動モードのモードひずみエネルギー和の大きさが他の要素と比較して全体の中間程度のものである。なお、損傷程度としては、スペースデブリ等の超高速衝突破壊による大きな剛性低下を想定し、各要素における複合材積層板の曲げ剛性の全成分に同一の剛性低下率を与えている。

第5図(a)に、逐次領域絞り込み過程の各ステップにおいて絞り込まれた領域を示す。ここで、損傷領域が含まれていると判定された領域の領域名は太字で示している。ステップ0において、フレキシビリティマトリクスを用いて損傷領域を含む初期領域が決定されている。このとき、損傷前後の曲率差の絶対値 $|\gamma_d - \gamma_u|$ の閾値を 2.22×10^{-4} と設定した。損傷前後の曲率変化の絶対値がこの閾値を超えた要素については、図中に太線で示した。ステップ1以降、この初期領域から $\epsilon = 0.2$ と設定し損傷領域の絞り込みを行う。最後のステップ3において、要素番号250, 251, 495, 496, 525, 526のそれぞれ一つを含む6個の領域 D_{21} , D_{12} , D_{411} , D_{321} , D_{412} , D_{322} が得られており、損傷領域が正しく同定できていることがわかる。また、第5図(b)には、逐次領域絞り込み過程の各ステップで得られた領域内のすべての要素の損傷前後の剛性比の値を示す。ステップ3において、領域 D_{12} の要素番号251および領域 D_{21} の要素番号250の損傷前後の剛性比の値が0.29と得られ、領域 D_{321} の要素番号496、領域 D_{322} の要素番号526、領域 D_{411} の要素番号495、領域 D_{412} の要素番号525の損傷前後の剛性比の値がそれぞれ0.39, 0.39, 0.40, 0.39と得られ損傷程度も精度良く同定できていることがわかる。

第 5 図 二つの損傷を有する複合材積層板を対象とした数値同定結果

第 6 図 逐次領域絞り込みの各過程における計算効率

第 6 図に、逐次領域絞り込み過程の各ステップでの計算時間を、従来の方法で有限要素法を用いて複合材積層板全体に対して解析した場合の計算時間で無次元化したものを棒グラフで示す。図より、いずれのステップにおいても、計算時間を約 20～40% 程度にまで減らすことが可能となっている。

計測誤差が損傷の同定結果に与える影響を検討するために、計測された加速度情報から得られる固有角振動数および固有振動モードの各成分として、有限要素法による順解

第 3 表 計測誤差を考慮した場合の損傷同定結果

Standard deviation	Element number	Normalized residual stiffness
0.006	250	0.30
	251	0.29
	495	0.39
	496	0.40
	525	0.39
	526	0.41
0.012	250	0.30
	251	0.27
	495	0.39
	496	0.39
	525	0.38
	526	0.43

析の結果の 1 次から 8 次までの固有角振動数および固有振動モードの各成分に平均 0、標準偏差 0.006 および 0.012 の正規分布をなす誤差を乱数で与えた計測データを用いて損傷の同定を行った^{*6}。

第 3 表に、計測誤差の標準偏差が 0.006 および 0.012 のそれぞれ三つの計測データを用いて共通して同定された要素の番号および損傷程度の平均値を同定結果として示す。この結果より、計測誤差の標準偏差が大きくなるにつれ、損傷程度の同定精度は悪くなっている。しかしながら、計測誤差の標準偏差が 0.012 の場合においても、同定された損傷程度と第 2 表で与えた値との違いは最大 10% ほどであり良く同定できていると言える。最後に一言述べれば、計測誤差と同定可能な損傷程度は関連し、計測誤差が大きくなれば剛性低下の小さい損傷の同定は難しくなる。また、計測される固有振動モードの最高次数が 8 次以下の場合、固有振動モード数の減少に伴い同定精度は徐々に悪くなる。

4. 結 言

本研究では、加速度計測情報から得られた固有角振動数および固有振動モードを用い、逐次領域絞り込み法に領域分割有限要素計算手法を併用した複合材積層板中の多重位置損傷の効率的同定法を提案した。

はじめに、複数の領域に分割された複合材積層板の振動解析を行い、領域間の複合材積層板の変位の連続条件を確保するために導入したペナルティ係数の値が解析結果の精度に与える影響について数値的に検討した。その結果、ペナルティ係数を適切に取れば、複合材積層板を対象とした領域分割有限要素計算手法の解析結果は、従来の方法で有限要素法を用いて複合材積層板全体に対して解析した場合と同等の精度を確保できることがわかった。次に、損傷の数値同定例として、二つの損傷を有する複合材積層板を対象に損傷の同定を行い、本同定法の同定精度および計算効率、計測誤差が同定結果に与える影響について検討した。そ

^{*6} 計測誤差には、支持条件の違い、モデルの違い、固有振動モードの拡張などにより様々な誤差が含まれるが、本研究では、特定の計測誤差に定めず、より一般的に誤差を扱うことを考えている。

の結果、本同定法を用いれば、複合材積層板中の多重位置損傷の損傷領域および程度を精度良く、かつ効率的に同定できることを確認した。さらに、計測誤差が損傷の同定結果に与える影響に関しても、固有角振動数および固有振動モードの各成分が標準偏差 0.012 程度の正規分布の計測誤差を有する場合でも、最大 10% ほどの誤差で同定できることがわかった。

参 考 文 献

- 1) Doebling, S. W., Farrar, C. R., Prime, M. B. and Shevitz, D. W.: Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from Changes in Their Vibration Characteristics: A Literature Review, Los Alamos Report LA-13070-MS, 1996.
- 2) Baruch, M. and Itzhack, I. Y. B.: Optimal Weighted Orthogonalization of Measured Modes, AIAA J., **16** (1978), pp. 346–351.
- 3) Zimmerman, D. C. and Kaouk, M.: Structural Damage Detection Using a Minimum Rank Update Theory, Trans. ASME, J. Vib. Acoust., **116** (1994), pp. 222–231.
- 4) Collins, J. D., Hart, G. C., Hasselman, T. K. and Kennedy, B.: Statistical Identification of Structures, AIAA J., **12** (1974), pp. 185–190.
- 5) 荻 芳郎, 福永久雄, 亀山正樹: 動的残差力に基づく積層板の損傷同定, 日本複合材料学会誌, **26** (2000), pp. 236–242.
- 6) Zimmerman, D. C. and Widengren, M.: Correcting Finite Element Models Using a Symmetric Eigenstructure Assignment Technique, AIAA J., **28** (1990), pp. 1670–1676.
- 7) Lim, T. W. and Kashangaki, T. A. L.: Structural Damage Detection of Space Truss Structures Using Best Achievable Eigenvectors, AIAA J., **32** (1994), pp. 1049–1057.
- 8) 青木太助, 関根英樹: 逐次領域絞り込み法に領域分割有限要素計算手法を併用したトラス構造の効率的損傷同定法の提案, 機論 A, **70** (2004), pp. 1–8.
- 9) 青木太助, 関根英樹: 複数のトラス部材が損傷を受けた大規模トラス構造を対象とした逐次領域絞り込み法に基づく効率的損傷同定法, 日本航空宇宙学会論文集, **52** (2004), pp. 257–264.
- 10) 戸川隼人: 有限要素法概論, 1981, 培風館, 東京.
- 11) Farhat, C. and Geradin, M.: On a Component Mode Synthesis Method and Its Application to Incompatible Substructures, Comput. Struct., **51** (1994), pp. 459–473.
- 12) Guyan, R. J.: Reduction of Stiffness and Mass Matrices, AIAA J., **3** (1965), p. 380.
- 13) Vanderplaats, G. N. and Sugimoto, H.: A General-Purpose Optimization Program for Engineering Design, Comput. Struct., **24** (1986), pp. 13–21.