新たな最適化手法を用いた工学システム設計ツールの提案^{*1} The Tool for Designing Engineering Systems Using a New Optimization Method Based on a Stochastic Process

吉田 洋明^{*2}・山口 雄仁^{*3}・石川 芳男^{*2}
Hiroaki YOSHIDA, Katsuhito YAMAGUCHI and Yoshio ISHIKAWA

Key Words: Optimum Design Methodology, Integrated Optimization, Stochastic Process,
Airplane Configuration, Flight Trajectory

Abstract: The conventional optimization methods were based on a deterministic approach, since their purpose is to find out an exact solution. However, these methods have initial condition dependence and risk of falling into local solution. In this paper, we propose a new optimization method based on a concept of path integral method used in quantum mechanics. The method obtains a solutions as an expected value (stochastic average) using a stochastic process. The advantages of this method are not to be affected by initial conditions and not to need techniques based on experiences. We applied the new optimization method to a design of the hang glider. In this problem, not only the hang glider design but also its flight trajectory were optimized. The numerical calculation results showed that the method has a sufficient performance.

記号の説明

A : 規格化定数
 A^m : 主翼アスペクト比
 A^h : 水平尾翼アスペクト比
 $A_{g,e}^m$: 地面効果を考慮した主翼のアスペクト比
 b^m : 主翼翼幅
 b^h : 水平尾翼翼幅
 c^m : 主翼翼弦長
 c^h : 水平尾翼翼弦長
 $\bar{c}^m$: 主翼の空力平均弦長
 C_D : 抗力係数
 C_{Df} : フェアリングの抗力係数, 0.06
 C_{Di} : 誘導抗力係数
 C_{D0} : 有害抗力係数
 C_L : 揚力係数
 C_D^* : 地面効果を考慮した抗力係数
 C_{D0}^m : 主翼の最小有害抗力
 C_{D0}^h : 水平尾翼の最小有害抗力
 D_i : 誘導抗力
 D_j ($j = 1, 2, 3, 4, 5$): 各翼桁および胴体パイプの径
 g : 重力加速度
 h : プランク定数, または揺らぎを与えるパラメーター
 I : 評価関数
 $K_{\max}$: 計算打ち切り回数

L : 揚力
 $L(x, dx/dt, dt)$: ラグランジュ関数
 L_t : 機体胴体パイプ長
 L^h : 機体重心から水平尾翼パイプまでの距離
 m : 機体質量とパイロット質量の和
 m_b : 機体質量
 m_p : パイロット質量, 60 kg
 P : 確率
 S : 作用積分
 S_f : フェアリングの代表断面積, 0.25 m²
 S^m : 主翼面積
 S^h : 水平尾翼面積
 t : 時間
 T_j ($j = 1, 2, 3, 4, 5$): 各翼桁および胴体パイプの厚さ
 V : 速度
 V_0 : 初速度
 V^h : 水平尾翼容積比
 x : 水平方向距離
 x_i : 時刻 t_i における位置
 x_i^b : i 番目の機体の設計変数
 x_i^u : 時刻 t_i における飛翔体の操縦変数
 $\langle x_i \rangle$: x_i の期待値
 $\mathbf{x}$: 設計変数ベクトル
 $\mathbf{x}^b$: 飛翔体の機体設計変数
 $\mathbf{x}^u$: 飛翔体の操縦変数
 z : 高度
 α : 迎角
 α_0 : 主翼翼型のゼロ揚力迎角, -6.8°
 $\alpha_{C_L=2.0}$: 揚力係数が 2.0 となる迎角

^{*1} © 2005 日本航空宇宙学会
平成 16 年 11 月 15 日原稿受理

^{*2} 日本大学理工学部

^{*3} 日本大学短期大学部

γ : 経路角

λ^m : 主翼テーパー比

λ^h : 水平尾翼テーパー比

ρ : 大気密度, 1.225 kg/m^3

σ_{al} : アルミニウム合金の 0.2% 引張圧縮耐力, $3.04 \times 10^8 \text{ N/m}^2$

σ_j ($j = 1, 2, 3, 4$): 各パイプ付根に働く自重による曲げ応力

σ_j^{aero} ($j = 1, 2, 3, 4$): 各パイプ付根に働く空気力による曲げ応力

τ_{al} : アルミニウム合金の 0.2% 剪断耐力, $2.75 \times 10^8 \text{ N/m}^2$

τ_j : 各パイプ付根に働く自重による剪断応力

τ_j^{aero} ($j = 1, 2, 3, 4$): 各パイプ付根に働く空気力による剪断応力

1. はじめに

現実的なシステムの設計を行う場合には、何らかの形で最適化が求められるのが一般的である。しかしながら、現実的なシステムでは、パラメータの数が多数にのぼり、かつ多くの拘束条件が付加されることがほとんどであるため、解空間の形が複雑となり、厳密解を直接探索することはきわめて困難である。

また、システムを設計するためには、最終的には厳密な最適解が必要であるが、設計の初期段階においてはシステムを構成する各要素の性能がシステムの全体性能に与える影響を見積もる程度の近似解で十分な場合も多い。あるいは、何らかの方法で最適解の近似解が求められたなら、その近似解を新たな初期値として従来の局所的最適化手法を適用することにより、初期値依存性の問題や局所解に陥る危険性を最小限に抑えながら、低い計算コストで厳密な最適解を求めることが可能である。

すでに我々は、量子力学で使われている経路積分の概念に基づき、確率過程を用いて最適解の高近似解を求める手法を提案している¹⁻⁶⁾。本稿では、この手法を具体的な工学的最適化問題へ適用することができるように構成し、汎用性の高い設計ツールとして提案する。

この設計ツールの構成とその有効性を示すため、具体的な工学的最適化問題として既に Suzuki らによって他の方法で解かれたハンググライダーの機体形状と構造および飛行経路の統合的最適化問題⁷⁾を取り上げる。この問題は、形状と構造という静的変数の最適化問題と飛行経路という動変数の最適化問題の両方を含んでいるだけでなく、静的変数である形状と構造の最適化部分もそれ単独では評価することができず、動変数である飛行経路の最適化部分まで含めなければその全体性能を評価することができないという特徴を持っている。また、ここで提案するアルゴリズムは非常に単純な構造であるため、この問題への適用例を示せば他の問題への適用は容易であると思われる。すなわち、静的設計変数のみを含む最適化問題へ本ツールを適用する場合には動変数の最適化部分を取り除き、逆に動的

変数のみから成る問題へ適用する場合には静的変数の最適化部分を取り除いて適用することができる。したがって本稿では、このハンググライダーの統合的最適化問題に対する本ツールの有効性を示すが、これは静的あるいは動的のみの設計変数からなる最適化問題への有効性も同時に示すものである。

ところで最近になって、量子力学的概念を最適制御問題に適用しようとする研究^{8,9)}が見られるようになった。これらは、発想において我々と類似の認識を示すものである。しかし、具体的な工学的問題に適用可能なツールは、まだ提案されていない。

2. 工学的最適化問題に対する近似解法

数値計画法あるいはヒューリスティック法を問わず、従来の最適化手法は、基本的には厳密解を求めることを目的として、直接的あるいは確率的に解空間の「探索」を行っていた。その結果、効率よく解を探索するためには、解くべき問題の性質に合わせて解の探索過程を経験的に制御する必要があった。また、解空間の局所的傾きなど、解空間の情報を利用して解を探索する方法では、得られる解が初期値に依存することや得られた解が局所解である可能性があるため、これらの危険を避けるためのさまざまな工夫が必要としていた。さらに、拘束条件が課せられた問題の場合には、解が拘束条件を満たすための工夫も必要であった。また、参考となる既存のシステムが存在しない全く新しいシステムや多くの拘束条件が課せられているために解空間が狭められているシステムの設計においては、最適解の探索を始めるための初期値を設定することすら困難であり、これを発見することに多くの時間を費やさなければならなかった。

以上のように、従来の最適化手法では、最適解を得るために多大な労力を必要としていた。これらの労力も、厳密解が必要なシステムの最終的な詳細設計の段階では十分に見合うものであると考えられる。しかしながら設計の初期段階では、近似解を手軽に得られた方が便利なが多い。例えば、ある新しいシステムの場合設計の過程で、その構成装置の 1 つに複数の候補が存在したとき、それぞれの装置について最適化を行って、それらがシステムの全体性能へ与える影響を見積もることにより、これらの装置に優先順位を付ける程度の情報を得たい場合などである。

本手法は、厳密解を探索する過程を含んでおらず、解を探索するための試行錯誤的なパラメータ調整に時間をかける必要がない。また、そもそも問題が確率過程に置き換えられていることから本質的に初期値依存性がないため、適切な初期値を設定する手間や複数の初期値による解の比較を行う必要もない。さらに、モンテカルロ法を利用した数値計算に乘せやすいという、アルゴリズムが非常に簡潔である。そして、確率過程を用いて生成されるすべての解は互いに独立であるため、並列計算の有効性を十分に生かした数値計算を容易に行えるだけでなく、過去に得られた最適解すなわち期待値と新たに得られた期待値とからさらに精

度のよい最適解を求めることも可能である。

工学的な問題では、一般に設計変数の変化に対する評価関数の変化が比較的連続で滑らかであることが予想されるため、本手法によって十分に精度の高い近似解を得ることが期待できる。さらに、一般性の高い簡潔なアルゴリズムによって構成されているため、本手法は工学的な設計問題に対して非常に有用性の高いものである。

3. 確率過程を用いた最適化手法

Simulated Annealing (SA) や Genetic Algorithms (GA) などのヒューリスティックな最適化手法では、評価関数の値に従って解を発生させ、クーリング・スケジュールや交差・突然変異などの演算により最も評価値の高い解を探索する。我々は、これらの手法と同様な確率過程に準拠しながらも、全く新しい量に注目することにより、最適解の近似解を効率よく得る方法を提案する。ここで我々が注目する量は、「期待値」である。混同を恐れずあえて SA の計算過程になぞらえて説明するなら、演算過程で次々と得られるさまざまな解を用いて計算された期待値（確率平均）は最適解の近似解を与えるものと考えることができる。なぜなら、与えられた確率分布に従ってさまざまに得られた多くの解は、真の最適解をピークとしてその周辺に連続的に分布しているものと期待されるからである。我々の手法には、SA におけるアニーリング過程のような解の探索過程はいっさい含まれていない。その代わりに、評価関数値がよい解ほど高い頻度でこれを発生させるメカニズムを用いる。そして、こうして得られた多くの解とその確率のすべてを用いて期待値を計算することで、最適解の近似解を求める。

我々のこの発想は、量子力学的運動と古典力学的運動の関連から得られたものである。よく知られているように、古典力学では粒子の運動は、次式の作用積分

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(x, dx/dt, t) dt \quad (1)$$

に関する変分を最小とする運動であり、この運動経路はただ 1 つに確定する。これに対し、量子力学的運動においては経路は 1 つに確定せず、次式の確率

$$P = \frac{1}{A} \exp(-S/h) \quad (2)$$

に従ってさまざまな経路が発生し得る。このとき、 S が最小となる経路（古典的経路）は、最も発生確率の高い経路ではあるが、その他の経路もある確率に従って発生する。そして、量子論で理論的に予測可能であるのは、これらの経路の期待値である。

Feynman らの経路積分法¹⁰⁾によれば、この期待値は、次式の多重積分の形で表現することができる。すなわち

$$\langle x_i \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} [P(x) \cdot x_i] dx_1 dx_2 \cdots dx_N \quad (3)$$

そして、確率分布が連続的であるなら、上式で与えられる期待値は古典力学的経路のよい近似解となることが期待できる。

我々は、式 (1) の作用積分 S を形式的に評価関数 I で置き換え、一般的な工学的最適化手法として定式化を行う。

以下に SA の確率過程に準拠する場合について（後述するように、必ずしもこれに準拠する必要はない）、我々の手法の具体的な計算過程を説明する。

まず、評価関数を I として SA と同様に確率分布 P を次式のように定義する。

$$P = \frac{1}{A} \exp(-I/h) \quad (4)$$

確率分布を式 (4) のように定義することにより、評価関数値が最も小さい最適解が確率のピークとなり、それ以外の解はその周辺に分布することになる。ここに、 h は解のゆらぎを与える任意のパラメータである。すなわち、 h は P の分布幅の大きさを定めるパラメータであり、 h が大きい場合は広く緩やかな分布を、また小さければ狭く急峻な分布を与える。SA では、この h が温度パラメータであり、これを一定のルールに基づいて徐々に 0 へ近づけてゆくことで唯一の最適解を探索するが、本手法では有限の固定値であり、得られた多くの解はすべて保存される。また、 A は確率の総和を 1 とするための規格化定数である。

つぎに、 L 個の静的設計変数を $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(L)}$ と表し、設計変数ベクトルの成分とする。

さらに、 M 個の動的設計変数 $x^{(L+1)}, \dots, x^{(L+M)}$ が含まれている場合には、これを時間方向に N 分割して $x_0^{(L+1)}, \dots, x_N^{(L+1)}, x_0^{(L+2)}, \dots, x_N^{(L+2)}, \dots, x_0^{(L+M)}, \dots, x_N^{(L+M)}$ とし時間履歴とする。これらをまとめて以下のよう設計変数ベクトルとして表すことができる。

$$\begin{aligned} x &= \{x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(L)}, x_0^{(L+1)}, x_1^{(L+1)}, \dots, x_N^{(L+1)}, \\ &\quad x_0^{(L+2)}, \dots, x_N^{(L+2)}, \dots, x_0^{(L+M)}, \dots, x_N^{(L+M)}\} \\ &= x_i \quad (i = 1 \sim L + M \times (N + 1)) \end{aligned} \quad (5)$$

最後に、期待値の計算を行う。ある 1 つの設計変数ベクトル x (1 つの解) に対する評価関数が $I(x)$ であるとき、その確率は式 (4) より $P(x)$ であるから、設計変数 x_i の期待値 $\langle x_i \rangle$ は次式のように求めることができる。

$$\langle x_i \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} [P(x) \cdot x_i] dx_1 dx_2 \cdots dx_{L+M \times (N+1)} \quad (6)$$

ところで、SA は式 (4) で定義した確率分布 P を利用して解空間内の厳密解を「探索」する方法であり、その際式 (4) の確率分布 P に含まれる温度パラメータ h を徐々に小さくすることで確率的な解の探索範囲を狭めていき、唯一の最適解を発見しようとするものである。つまり、SA は解を探索する指針として確率を利用した手法である。したがって SA では、解空間が多峰性である場合、この温度パ

ラメーター h を変化させるスケジュールをうまく制御しないと解が収束しなかったり、局所解にとらわれたまま最適解を発見できないなどの現象が生ずる。

しかし、期待値に着目した本最適化手法では、解の探索は行われない。最適解は式 (4) の h の値を有限の値に固定したまま、式 (6) の多重積分を行うことで求められる。すなわち、考えられるすべての設計変数とその出現確率を掛け合わせて、それらのすべてを足し合わせることで最適解の近似解として期待値を計算する。したがって本手法では、SA や従来の最適化手法で行われているような、解くべき問題の特性に合わせて解の探索過程をチューニングするといった工夫を必要としない。

4. 設計ツールの提案

ここでは、提案する最適化手法を設計ツールとして利用する方法を説明するための例題として、ハンググライダーの最大滑空距離問題を取り上げ、その機体形状と構造および飛行経路を統合的に最適化する。本問題は、機体形状と構造（合わせて機体設計変数と呼ぶ）という静的変数と飛行経路という動変数の両方を含んでいるだけでなく、これらを独立に扱うことはできないという特徴を持っている。すなわち、静的変数である機体設計変数（形状と構造）は動変数である操縦操作（飛行経路）に先立って決定されねばならないが、これの本当の評価は、続いて多数生成される操縦操作（飛行経路）に沿って機体を飛行させてみなくては決定できないという関係にある。したがって、本問題は設計可能なすべての機体設計変数の組み合わせと、各機体が飛行可能なすべての飛行経路とから成る非常に広く複雑な解空間を持っており、従来の厳密解を求める手法では最適解を得ることが非常に困難な問題である。

本章では、この例題への適用例を示すことで本最適化手法の有効性を示すとともに、その適用方法を詳しく説明することで本手法が非常に一般的な形式を持っており、取り扱いの容易な設計ツールとして成立することを示す。

4.1 統合的最適化アルゴリズム 一般には、航空機の機体設計諸元やエンジン性能が与えられると、その機体の飛行性能が決まり、そしてその機体を用いて達成すべきミッションが指定されれば、これに最適な飛行経路が決定される。ここでは問題の設定を変えて、ある指定されたミッションを達成することができるよう、機体形状と構造（機体設計変数）の決定および飛行経路生成を統合的に最適化する問題を定式化する。

そこで、 m 個の要素からなる航空機の機体設計変数を $x^b = \{x_1^b, x_2^b, \dots, x_m^b\}$ 、迎角などの操縦操作に関する時間関数を時間方向に n 個に離散化した時間履歴（操縦履歴）を操縦変数 $x^u = \{x_1^u, x_2^u, \dots, x_n^u\}$ とすれば、これらを合わせて最適化すべき設計変数の集合を $x = \{x^b, x^u\}$ と表すことができる。

ここで、まずアルゴリズムの大まかな流れを説明する。

計算の目的は式 (6) の多重積分を実行することであり、これを数値的に行うために、今回はモンテカル口法の一種で

あるメトロポリス法¹¹⁾ を利用している。メトロポリス法は、ある変数 x を、その変数値の評価値 $I(x)$ によって定まる確率分布（式 (4)）に従うように生成することができる。したがって、メトロポリス法を利用して性能のよい機体ほど高い頻度でこれを発生させれば、これらの解の確率平均値を計算することで、期待値すなわち最適解の近似解を求めることができる。このとき、式 (4) の規格化定数 A は 1 としてよい。これは、実際に確率分布に従って解を生成した場合には、自動的に確率の総和は 1 となるためである。

以下に示す期待値（多重積分）を求めるための数値積分にはメトロポリス法を用いた確率的な解の生成が採用されているため、一見すると SA と同様な解空間内の確率的解探索が行われているように見える。しかしこの確率的な解の生成は期待値を求める式 (6) の多重積分を実行するために行っているものであり、厳密な最適解を探索するためのものではない。つまり、メトロポリス法を利用している部分は、単に式 (4) によって決まる確率に従った解の生成を行うものであり、他の方法で置き換えても構わない。例えば、この解の生成には GA を利用することも可能である。その場合には、GA で生成した解を式 (4) で定義した確率分布に従って採用し、期待値の計算に利用することになる。

本例題において、最適解の近似解である期待値を求める式 (6) の多重積分を数値的に実行する手順は次の通りである（第 1 図参照）。

まず、 m 個の機体設計変数 $x^b = \{x_1^b, x_2^b, \dots, x_m^b\}$ を m 個の乱数によって生成し、形状と構造の 1 組（機体 1）を決定する。次に、 n 分割された迎角の時間履歴 $x^u = \{x_1^u, x_2^u, \dots, x_n^u\}$ を n 個の乱数によって 1 組生成する。続いて、この迎角時間履歴（操縦操作）に従って機体 1 を飛行させ、その飛行経路によって決まる飛行距離をもとにこのときの評価関数値 I を計算する。そして、この評価関数値を用いて、この解すなわち機体 1 と飛行経路 1 の組み合わせについての発生確率 P を計算する。

上には、機体 1 に対する 1 本の飛行経路についてのみ述べたが、実際には固定された機体 1 に対して、 $K_{\max}^u$ 本の迎角履歴を乱数によって次々に生成し、それらのすべてについて機体 1 を飛行させ、そのときの飛行距離（評価関数値）とそれによって決まる $K_{\max}^u$ 個の発生確率 P を定める。そして、これら $K_{\max}^u$ 個の確率を用いて迎角履歴の各時刻ごと（ n 分割点上）の期待値（確率平均）を求めることで、機体 1 に対する準最適操縦履歴とそれに対応する準最適飛行経路を決定する。さらに、この準最適飛行経路によって決まる飛行距離をもとに機体 1 に対する評価関数値とその発生確率が確定される。

次に、新たな機体 2 を生成し、これに対して上記の計算手順を繰り返すことで、機体 2 に対する準最適操縦履歴と準最適飛行経路、さらに評価関数値とその発生確率を計算する。

さらに、機体 3～機体 $K_{\max}$ を生成し、これらについても同様の計算手順を繰り返し、それぞれの機体に対する準最適操縦履歴と準最適飛行経路さらに評価関数値とその発

第 1 図 機体と飛行経路の統合的最適化計算のイメージ

生確率を計算する。

最後に、これらすべての機体についての $K_{\max}$ 個の発生確率を用いて、すべての機体についての $K_{\max}$ 個の機体設計変数および $K_{\max}$ 個の準最適操縦履歴の両者についての期待値を計算することにより、1つの最適機体とそれに対する最適操縦履歴が決定される。そして、この最適機体をこの最適操縦履歴に従って飛行させることにより、最適飛行経路（最長飛行距離）が確定する。

実際の計算手順を以下に記す。そして、この計算手順のフローチャートを第 2 図に示す。いうなれば、図の左側の流れは主プログラムであり機体設計フェーズを構成している。また、右側のそれはサブルーチン副プログラムに当たり、飛行経路生成フェーズを構成している。飛行経路の計算のための副プログラムは、主プログラムの 2 箇所で引用されている。計算の終了条件は、特別な工夫をせず、単純に計算打ち切り回数を指定することとし、飛行経路最適化の計算打ち切り回数を $K_{\max}^u$ 、統合的最適化計算打ち切り

回数を $K_{\max}$ とする。もし十分な解が得られていないと判断される場合には、さらに続けて計算を行えばよい。また、第 2 図中に示されたステップ番号は、以下の計算手順に付けられたステップ番号に対応している。

Step 1. m 個の成分からなる機体設計変数値 x_{old}^b を m 個の乱数で生成し、これを初期機体とする。

Step 2. 機体設計変数値 x_{old}^b に対して飛行経路の最適化を行う。

Step 2-1. n 個の成分 (n 分割) からなる離散操縦変数値 (時間履歴) x_{old}^u を n 個の乱数で生成し、これを初期飛行経路とする。

Step 2-2. この機体が操縦変数値 x_{old}^u を採用したときの評価関数値 I_{old}^u を計算する。

Step 1 で生成した機体 x_{old}^b を Step 2-1 で生成した操縦変数値 x_{old}^u に従って滑空させ (機体の運動方程式を数値的に解き)、その滑空距離に基づいて評価関数値を求める。

第2図 統合的最適化のフローチャート

- Step 2-3. 乱数により新たな操縦変数値 x_{new}^u を生成する .
- Step 2-4. 新たな操縦変数値 x_{new}^u に従って機体を滑空させ、これに対する評価関数値 I_{new}^u を計算する .
- Step 2-5. メトロポリス法を用いて、評価関数値によって定まる確率分布に従うように操縦変数値 x_{old}^u か x_{new}^u を選択する .
- 具体的には、 $\Delta I^u = I_{new}^u - I_{old}^u$ により $\Delta I^u \leq 0$ (新しい操縦変数値によって評価関数値が改善された場合) であれば x_{new}^u を採用するが、 $\Delta I^u > 0$ (新しい操縦変数値によって評価関数値が改悪された場合) であっても $\exp(-\Delta I^u/h)$ の確率で x_{new}^u を採用する . それ以外の場合は x_{old}^u を採用する . そして、採用した操縦変数値と評価関数値をそれぞれ x_{new}^u と I_{new}^u とする .
- Step 2-6. 採用された操縦変数 x_{new}^u を使って操縦変数の期待値 x^{*u} を計算する .
- Step 2-7. 採用された操縦変数 x_{new}^u を x_{old}^u とする .
- Step 2-8. K_{max}^u 回この操作を繰り返し、そのつど操縦変数の期待値 x^{*u} を更新する .

計算終了回数に達していれば計算を終了し、そうでなければ Step 2-3 へ戻る .

Step 3. 機体設計変数 x_{old}^b とこの機体に対して行った飛行経路の最適化によって求めた操縦変数の期待値 x^{*u} を合わせて $x_{old} = \{x_{old}^b, x^{*u}\}$ とし、この機体に対する評価関数値 I_{old} を計算する .

Step 4. 乱数により新たな機体設計変数 x_{new}^b を生成する .

Step 5. 新たな機体設計変数 x_{new}^b に対して Step 2 と同様に飛行経路の最適化を行う .

Step 6. 機体設計変数 x_{new}^b とこの機体に対して行った飛行経路の最適化によって求めた操縦変数の期待値 x^{*u} を合わせて $x_{new} = \{x_{new}^b, x^{*u}\}$ とし、この機体に対する評価関数値 I_{new} を計算する .

Step 7. メトロポリス法を用いて評価関数値 I_{old} と I_{new} から定まる確率分布に従うように x_{old} か x_{new} を選択する . 方法は Step 2-5 と同様であり、採用された変数を x_{new} とする .

Step 8. 採用された変数 $x_{new} = \{x_{new}^b, x^{*u}\}$ を使って、変数の期待値 $\langle x \rangle$ を計算する .

Step 9. 採用された変数の組 x_{new} を x_{old} とする .

Step 10. K_{max} 回この操作を繰り返し、そのつど期待値 $\langle x \rangle$ を更新する .

計算終了回数に達していれば計算を終了し、そうでなければ Step 4 へ戻る . 計算が終了したとき、期待値 $\langle x \rangle$ は機体設計変数と操縦変数の最適解の近似解となっている .

以上のアルゴリズムが実現している計算のイメージは、既に第1図として示された . 図中には、機体1～機体 K_{max} の各機体ごとに操縦履歴1～操縦履歴 K_{max}^u の操縦履歴が与えられている . 実際の計算においては、各機体と各操縦履歴の組み合わせすべてに対して、運動方程式を数値的に解くことによる飛行経路計算が行われる . また、この図では、複数の機体に対する飛行経路の期待値の計算を並列に行い、最後にすべての機体を使って最終的な期待値を求める手順が示してあるので、上に示したアルゴリズムと一致していないように見える . これは上記のアルゴリズムが、1台の計算機 (CPU) で計算を行うことを前提としているためである . しかし、上記のアルゴリズムに従って生成した機体はおのこの独立であるため、このアルゴリズムに従って計算された結果は、第1図に示すイメージのように、複数の機体に対して並列に計算を行った結果と等価である . つまり、上記のアルゴリズムは、第1図において並列に示してある機体を左側から順番に1機ずつ操縦変数の期待値を求め、そのつど機体に対する期待値の計算を行うよう示したものである .

上記の計算手順とフローチャートは、一見するとSAのものとは非常によく似た形式を備えている . 実際、計算手順およびフローチャートから本手法の中心である式 (6) で表される期待値の計算を行う Step 2-6 と Step 8 を取り除き、本手法では固定値である揺らぎのパラメータ h を温度パラメータとして何らかの方針に従って変化させようえ、最も評価関数値のよい解を保存するようにすれば、SAによる

最適解の探索となる．しかしながら，本手法は最適解の近似解を式 (6) の多重積分で表される期待値によって求めようとするものであるから，解の生成のためには必ずしもメトロポリス法のようなモンテカルロ法を利用する必要はない．前述のように，解の生成には GA を用いることも可能であるから，GA のアルゴリズムを実現する計算手順を作り，そこに式 (6) で表される期待値の計算を行う本計算手順の Step 2-6 や Step 8 を加えれば，ここに示したメトロポリス法を利用した場合と同様に，本手法の計算手順を実現できる．

また，上記の計算手順は，静的変数である機体設計変数に関する部分と動変数である飛行経路に関する部分とに分けることができる．したがって，このアルゴリズムを静的変数のみからなる最適化問題へ適用する場合には，動変数のみからなる最適化問題に関する部分，すなわち Step 2 と Step 5 を省略すればよく，動変数の最適化問題へ適用する場合には，機体設計変数を定数として扱い Step 2 のみを適用すればよい．

つまり，上記の計算手順は工学的最適化問題一般に適用することが可能な形式を備えている．

4.2 変数値の生成と拘束条件 前述のアルゴリズム中には，Step 1，Step 2-1，Step 2-3，Step 2-5，Step 4 および Step 5 に見られるように，変数値を生成する操作が存在する．これらの変数値は乱数などによって生成されるが，拘束条件によって変数値の採り得る範囲に制限がある場合には，この制限内で変数値を生成すればよい．こうすることで，拘束条件を事前に取り除いたことになり，有効な計算のみを行うことができる．

4.3 状態量拘束条件 工学的最適化問題でしばしば現れる状態量拘束条件は，状態量に課せられる拘束条件であるため，上に示した拘束条件のように事前に取り除くことはできない．ここでは，数値計算を行う上で取り扱いの容易な 2 つの方法について示す．

(1) 拘束条件を破る解を除外する方法

生成した解が拘束条件を満たしていない場合には，その解を単純に棄却する方法である．

この方法は，拘束を破った解を期待値の算出，すなわち最適解の近似解を求める計算には使わないため，無駄な計算が増えるが最も簡便な方法である．

(2) ペナルティ法

拘束を破った解も評価関数値を悪化させるための相応の重みを付けて計算に利用する方法である．

本手法では，式 (4) で明らかのように，評価関数値の悪い解はその評価関数値に従って指数関数的に発生確率が小さくなり，期待値すなわち解への影響は小さくなる．この性質を利用すれば，拘束条件を破った解の評価関数値には拘束条件からの逸脱量に応じたペナルティ値をその評価関数値に加えることで，そうした解の発生確率そのものを小さくすることができる．また通常，最適解は拘束条件に張り付くことが多いため，わずかに拘束を破る解は最適解を求める上で有効な情報を含んでいる．したがって，このペ

ナルティ法は，拘束を破る解を単純に棄却する方法よりも，生成した解を有効に利用することができる．

5. ハンググライダーの機体形状と構造および飛行経路の統合的最適化問題

ここで，具体的な航空機の機体形状と構造および飛行経路の統合的最適化問題として，第 1 表に示す 12 個の機体設計変数と 1 つの操縦変数から成る第 3 図のようなハンググライダーを考える．すなわち，質量 $m_p = 60 \text{ kg}$ のパイロットが背負い，第 4 図のように高度 12 m から高度 2 m まで滑空したとき，その飛行距離が最大となる機体形状（平面形）と操縦変数すなわち迎角 α の時間履歴を求める問題に本手法を適用する．その際，空気力によって翼が破損しないよう構造についても最適化を行う．ただし，この問題は Suzuki らの方法によって過去に解かれた最適化問題⁷⁾に準じている．

5.1 機体の構成 ハンググライダーの運動を垂直平面内に限定すると，機体は垂直尾翼を有さず，主翼，水平尾翼，主翼翼桁パイプ，水平尾翼翼桁パイプ，胴体パイプ，フェアリングから構成される．ただし，リブや翼面外皮等は考慮しない．したがって，機体質量 m_b はパイプとフェアリングの質量の総和となる．また，各パイプの素材はアルミニウム合金とし，主翼翼桁の先端から胴体付け根に向かって，第 1 パイプ，第 2 パイプ，第 3 パイプと呼び，尾翼翼桁を第 4 パイプ，胴体パイプを第 5 パイプと呼ぶことにする．そして，各主翼翼桁のパイプの径 D_j ($j = 1, 2, 3$) は設

第 1 表 設計変数

変数名	単位	変数
機体設計変数		
主翼面積	m^2	S^m
主翼縦横比	—	A^m
主翼テーパー比	—	λ^m
水平尾翼面積	m^2	S^h
水平尾翼翼縦横比	—	A^h
水平尾翼テーパー比	—	λ^h
第 1 パイプ径	m	D_1
第 2 パイプ径	m	D_2
第 3 パイプ径	m	D_3
第 1 パイプ長	m	Y_1
第 2 パイプ長	m	Y_2
胴体パイプ長	m	L_t
操縦変数		
迎角	deg	α

第 3 図 機体平面形状と構造および機体設計変数

第4図 ハンググライダーの滑空問題

計変数として決まり，その厚さ T_j ($j = 1, 2, 3$) は次式のよう
に各パイプ径の2%とする．

$$T_j = 0.02 D_j \quad (7)$$

また，尾翼翼桁パイプの径 D_4 と厚さ T_4 は $(D_4, T_4) = (20 \times 10^{-3} \text{ m}, 0.8 \times 10^{-3} \text{ m})$ とし，胴体パイプの径 D_5 と厚さ T_5 は $(D_5, T_5) = (60 \times 10^{-3} \text{ m}, 1.2 \times 10^{-3} \text{ m})$ と与える．

翼の平面形状はテーパ翼とし，主翼翼型には EP-PLER560^[12] を，水平尾翼翼型には NACA0012^[12] を用いる．そして，これらの翼は胴体パイプに直角に取り付けられ，翼桁と翼型の空力中心 (1/4 弦長) は一致しているものとする．

ところで，機体には以下の拘束条件が課せられる．

1) 機体の設計変数として算出される水平尾翼翼幅 b^h は 3 m 以下であること：

$$b^h \leq 3 \text{ m} \quad (8)$$

2) 機体質量 m_b は 35 kg 以下であること：

$$m_b \leq 35 \text{ kg} \quad (9)$$

3) 縦の静安定性を考慮して，次式で示される水平尾翼容積比 V^h が 0.3 から 1.0 以内であること：

$$0.3 \leq V^h \leq 1.0 \quad (10)$$

$$V^h = \frac{S^h \cdot L^h}{S^m \cdot \bar{c}^m} \quad (11)$$

ただし， L^h は機体重心から水平尾翼パイプまでの距離である．主翼の空力中心翼弦長 $\bar{c}^m$ はテーパ翼であるため次式に従って算出される．

$$\bar{c}^m = \frac{4}{3} \cdot \frac{S^m}{(1 + \lambda^m) \sqrt{S^m A^m}} \left(1 + \frac{(\lambda^m)^2}{1 + \lambda^m} \right) \quad (12)$$

4) 地上待機中に翼桁が自重で破損しないよう，各パイプ付け根に働く剪断応力 τ_j ($j = 1, 2, 3, 4$) と曲げ応力 σ_j ($j = 1, 2, 3, 4$) はそれぞれ材料の 0.2% 耐力 (τ_{al}, σ_{al}) 以下となること：

$$\tau_j \leq \tau_{al}, \quad \sigma_j \leq \sigma_{al} \quad (13)$$

5) 翼翼型内に翼桁パイプが収まること

6) 主翼と水平尾翼が重ならないこと

5.2 空気力学 翼は3次元翼として扱う．また，一般的にハンググライダーの翼はアスペクト比が大きいため，翼弦方向の空力荷重分布を無視して，揚力線理論を用いる．これにより，翼の微小区間に働く揚力 dL と誘導抗力 dD_i を求め，さらに揚力係数 C_L と抗力係数 C_D を求める．ただし， C_D は式 (14) に示すように，誘導抗力係数 C_{Di} と有害抗力係数 C_{D0} との和であり， C_{D0} は翼翼型データより得られる主翼と水平尾翼の最小有害抗力係数 C_{D0}^m, C_{D0}^h およびフェアリングの抗力係数 C_{Df} より式 (15) のように求まる．

$$C_D = C_{D0} + C_{Di} \quad (14)$$

$$C_{D0} = C_{D0}^m + C_{D0}^h \frac{S^h}{S^m} + C_{Df} \frac{S_f}{S^m} \quad (15)$$

一般的には，翼には空力荷重による剪断，曲げ，捩り応力が作用する．ただし，ここでは揚力線理論を用いているため，翼幅方向の 1/4 弦長線上にのみ空力荷重が働くことと仮定すれば，翼桁パイプに働く応力は剪断と曲げのみとなる．

運動中に，主翼と水平尾翼の翼桁が空力荷重によって破損してはならない．そこで，時々刻々変化する空力荷重により各翼桁パイプに生じる剪断応力 τ_j^{aero} ($j = 1, 2, 3, 4$) および曲げ応力 σ_j^{aero} ($j = 1, 2, 3, 4$) と，これらの 0.2% 耐力との比が 1.5 以上でなければならないことを示す拘束を課す．すなわち，

$$\frac{\tau_{al}}{\tau_j^{\text{aero}}} \geq 1.5, \quad \frac{\sigma_{al}}{\sigma_j^{\text{aero}}} \geq 1.5 \quad (16)$$

ただし，主翼翼桁に働く剪断応力 τ_j^{aero} ($j = 1, 2, 3$) と曲げ応力 σ_j^{aero} ($j = 1, 2, 3$) は，先述の揚力線理論より求めた微小区間に働く揚力 dL と，主翼翼型の有害抗力 C_{D0}^m から求められる有害抗力 dD_0^m と誘導抗力 dD_i との和である抗力 dD と各翼桁パイプの重量より求めることができる．また，水平尾翼翼桁に働く剪断応力 τ_4^{aero} と曲げ応力 σ_4^{aero} についても同様である．

5.3 運動 ハンググライダーを質点とみなせば，その運動は操縦変数である迎角 $\alpha(t)$ によって決まる空力係数を用いて，運動方程式を解くことにより求められる．ただし， $\alpha(t)$ の取りうる範囲は，次式のように主翼翼型のゼロ揚力迎角 $\alpha_0 (= -6.8 \text{ deg})$ から揚力係数が 2.0 となる迎角 $\alpha_{CL=2.0}$ とした．すなわち

$$\alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_{CL=2.0} \quad (17)$$

実際の数値計算においては，迎角を適当な時間間隔で離散化し，各時刻における迎角を線形補間することで運動方程式を解いている．

運動方程式を以下に示す．ここに， m は機体とパイロットの質量の合計である．

$$\dot{V} = -(1/2 m) \rho V^2 C_D^* S^m - g \sin \gamma \quad (18)$$

$$\dot{\gamma} = (1/2 m) \rho V C_L S^m - (g/V) \cos \gamma \quad (19)$$

$$\dot{x} = V \cos \gamma \quad (20)$$

$$\dot{z} = V \sin \gamma \quad (21)$$

第 5 図 本手法により得られた機体の平面形

ただし、 C_D^* は地面効果を考慮した式 (22) で表される抗力係数である。また、式 (22) 中の $A_{g,e}^m$ は式 (23) で与えられるように、高度 z と主翼翼幅 b^m で表される地面効果を考慮したアスペクト比である。

$$C_D^* = C_{D0} + C_{Di}(A^m/A_{g,e}^m) \quad (22)$$

$$A_{g,e}^m = \frac{33(z/b^m)^{1.5} + 1}{33(z/b^m)^{1.5}} \quad (23)$$

また、初期条件と終端条件は以下のである。

- ・初期条件：速度 $V_0 = \sqrt{2000/m}/s$ ，高度 $z_0 = 12 m$ ，経路角 $\gamma_0 = -3.5 \text{ deg}$
- ・終端条件：高度 $z_f = 2 m$

5.4 評価関数と拘束条件の取り扱い 今回の機体に関する拘束条件は、これを満たさない解を棄却する方法で取り扱う。したがって、機体を乱数によって生成する際には、その拘束条件を満たすまで解を生成し続ける。また、状態量に関する拘束条件にはペナルティ法を用い、拘束を破った場合には本来の評価関数値にペナルティ値を足し合わせるものとする。したがって、ここで用いる評価関数は、式 (24) および (25) のように、飛行距離 x_f の絶対値の逆数にペナルティ関数として各翼桁パイプに働くそれぞれの応力の拘束超過量を規格化して足し合わせたものとした。評価関数を飛行距離の逆数としているのは、問題を最小値問題として扱うためである。

$$I = 1/|x_f| + \text{penalty} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \text{penalty} = & \sum_{\tau_{al}/\tau_j^{\text{aero}} < 1.5} (\tau_j^{\text{aero}}/\tau_{al}) \\ & + \sum_{\sigma_{al}/\sigma_j^{\text{aero}} < 1.5} (\sigma_j^{\text{aero}}/\sigma_{al}) \end{aligned} \quad (25)$$

6. 適用結果および考察

計算の終了条件として、飛行経路最適化計算打ち切り回数 $K_{\max}^u = 5000$ ，統合的最適化計算打ち切り回数 $K_{\max} = 15000$ を指定して計算を行った。すなわち、15000 機の機体とそれらの各機体に対して 5000 本の操縦履歴（飛行経路）を用意した今回の計算に要した計算時間は Pentium 4 (2 GHz) で 10 日程度であった。本アルゴリズムによって得られた機体を、第 5 図に示す。また、この機体の機体設計変数値と機体質量および飛行距離を第 2 表に示す。そして、飛行距離に対する迎角変化を第 6 図 (a) に、また飛行距離に対する速度変化を第 6 図 (b) に、さらに飛行距離に対する高度変化を第 6 図 (c) に示す。第 6 図 (d) には、各

第 2 表 各変数の計算結果

変数	単位	
S^m	m^2	16.2
A^m	—	25.4
λ^m	—	0.470
S^h	m^2	1.47
A^h	—	4.97
λ^h	—	0.659
D_1	m	0.0413
D_2	m	0.0716
D_3	m	0.0971
Y_1	m	7.73
Y_2	m	4.41
L_t	m	3.39
m_t	kg	20.3
x_f	m	357.6

パイプ付け根に働く曲げ応力比 $\sigma_{al}/\sigma_i^{\text{aero}}$ ($i = 1, 2, 3, 4$) の変化を示す。

今回提案したアルゴリズムに基づく設計ツールを用いて得られたハンググライダーの機体と飛行経路は、過去に異なる方法によって行われた最適化計算の結果⁷⁾ とよく一致しており、第 1 次近似解としては十分な精度の解が求められていることが分かる。

本稿で取り扱ったようなグライダーでは、高い滑空性能を持たせるために誘導抗力の小さい高アスペクト比の主翼を採用することが一般的であるが、今回の計算で得られた機体は、第 5 図より分かるように、これを実現している。

機体設計変数に対する拘束条件は、これを満たすように解を生成しているためすべて満たされている。また、状態量に対する拘束条件、すなわち飛行中に翼の各パイプ付け根に働く曲げ応力と剪断応力についての拘束条件（式 (16)）に対しては、ペナルティ法を用いて拘束を破る解も許容しているが、第 6 図 (d) に示す曲げ応力の時間履歴から分かるようにすべて拘束条件を満たしている。剪断応力に対する時間履歴は示していないが、同様に拘束を満たしている。すなわち、構造に関する状態量拘束条件を合理的に満たすためには、飛行状態つまり操縦操作の時間履歴を適切に設定することが不可欠であるが、ここに得られた結果によれば、機体強度に関する拘束条件が操縦操作に反映されていることが分かる。

本問題は、12 個の静的な機体設計変数と迎角の時間履歴という 1 つの動的な設計変数を持ち、かつこれらが相互に干渉し合う複雑な問題である。しかし、以上の結果から、ここで提案した非常に単純で汎用性の高いアルゴリズムによって、これらの統合的最適化が行われていることが分かる。また、本問題に対して解を得るまでに 10 日程度の計算時間を要しており、他の手法に比べ計算時間を必要とする手法のように思えるが、パラメータチューニングのための試行錯誤的な計算を必要としないため、定式化を行ってから解を得るまでのトータルの時間では他の手法より短い可能性がある。また、乱数による機体設計変数と操縦履歴の生成は、単純確率過程（マルコフ過程）であるため、文字通りの単純な並列計算によって計算時間を短縮すること

第6図 計算結果

が、本手法においては可能である。

7. おわりに

確率過程を用いた新たな最適化手法を一般的な最適設計ツールとして提案し、その飛行距離が最大となるよう、ハンググライダーの機体形状と構造および飛行経路を求める統合的最適化問題にこれを適用した。この問題は、最適

な機体形状と構造という静的な設計変数を決定するためには、その機体の飛行距離の最大化という動的な最適化問題を解かなければ、その全体を評価することができないという特徴を持っている。すなわち、静的変数と動変数が互いに独立ではないため、それぞれを別々に最適化して加え合わせても、その全体性能を最大化することは不可能であり、これこそが一般的な工学的最適化問題の特徴である。

さらに、本論文で最適設計ツールとして提案した数値計算アルゴリズムには、適用する問題の特徴に合わせた工夫をいっさい含んでいないため、最適化問題一般に適用することが可能である。

以上より、ここに提案した新たな最適化手法と数値計算アルゴリズムは、静的あるいは動的さらに両者からなる複合的工学的最適化問題一般に適用可能な設計ツールとして有効であると考えられる。

参考文献

- 1) Terasaki, M., Kondo, M., Yoshida, H., Yamaguchi, K. and Ishikawa, Y.: Integrated Optimization of Airplane Design and Flight Trajectory by New Optimization Method Using a Stochastic Process, Computational Mechanics WCCM VI in conjunction with APCOM'04, Tsinghua University Press & Springer-Verlag, Beijing, 2004, Minisymposia Sessions #MS053, paper #328, pp. 1-9.
- 2) 近藤理良, 石川芳男, 山口雄仁, 吉田洋明: 確率過程を用いた工学的問題の近似解法, 第6回計算工学講演会論文集, 2001, pp. 139-140.
- 3) 吉田洋明, 近藤理良, 見城 武, 山口雄仁, 石川芳男: 工学問題における確率過程を用いた最適化手法, 第14回計算力学講演会講演論文集, 2001, pp. 315-316.
- 4) 吉田洋明, 石川芳男, 山口雄仁, 近藤理良: 経路積分の概念に基づいた工学的最適化問題における新たな最適化手法, 第5回最適化シンポジウム講演論文集, 2002, pp. 189-194.
- 5) 近藤理良, 吉田洋明, 山口雄仁, 石川芳男: 確率過程を用いた最適化問題の近似解法, 第15回計算力学講演会講演論文集, 2002, pp. 463-464.
- 6) 吉田洋明, 近藤理良, 山口雄仁, 石川芳男: 確率過程を用いた新たな最適化手法によるハンググライダーの機体設計と飛行経路の統合的最適化, 第13回設計工学・システム部門講演会講演論文集, 2003, pp. 102-105.
- 7) Suzuki, S. and Kawamura, N.: Simultaneous Optimization of Sailplane Design and Its Flight Trajectory, J. Aircraft, **33** (1996), pp. 567-571.
- 8) 伊丹哲朗: 経路積分のモンテ・カルロ計算に基づく非線形最適制御, システム制御情報学会論文誌, **16** (2003), pp. 637-648.
- 9) Itami, T.: An Open-Loop Calculation in a Path Integral Representation of Affine Nonlinear Optimal Control Systems with Control Costs Quadratic in Control Variables, Trans. of the Society of Instrument and Control Engineers, **40** (2004), pp. 18-27.
- 10) Feynman, R. P. and Hibbs, A. R.: Quantum Mechanics and Path Integrals, McGraw-Hill Inc., 1965.
- 11) 神山真一, 佐藤 明: モンテカルロ・シミュレーション, 朝倉書店, 東京, 1997, pp. 28-66.
- 12) Eppler, R.: Airfoil Design and Data, Springer-Verlag, Tokyo, 1990, pp. 378-379, 488-489.