運動量理論を用いた超音速流れでの揚・抗力値予測^{*1} Lift and Drag Prediction in Supersonic Region Based on Momentum Conservation Theory

山 崎 渉^{*2}・楠 瀬 一 洋^{*3,*4}・松 島 紀 佐^{*2}・中 橋 和 博^{*2}
Wataru YAMAZAKI, Kazuhiro KUSUNOSE, Kisa MATSUSHIMA and Kazuhiro NAKAHASHI

Key Words: Aerodynamic Characteristics, Lift and Drag Prediction, Supersonic Flow, Momentum Conservation Theory, CFD

Abstract : Recently, as advanced drag prediction method in transonic region, a drag decomposition method is watched with keen interest. This method is based on and extended from the momentum conservation theory on the closed integral surface around the airplane, which is usually called ‘Control Volume Method’ (CVM). In this paper, aiming the next target which is the drag decomposition in supersonic flows, the validation study of the CVM in the supersonic region was conducted. Two dimensional structured mesh computation of NACA0012 airfoil was used for the investigation. At the lift and drag prediction using the CVM in the supersonic region, the discontinuous variation or oscillation of the lift and drag value was observed when the integral surface was set to some particular positions related to the generated shock waves. By the avoidance of the inappropriate positions, however, the good performance of the lift and drag prediction using CVM was achieved.

主 な 記 号

$A.o.A$: 迎角
 C_d : 抗力係数
 C_l : 揚力係数
 D : 抗力
 $\vec{I}$: 単位テンソル
 $J_{cv} : S_{far}$ を決定する物体上流側の index
 L : 揚力
 $L_{cv} : S_{far}$ を決定する後流側の index
 M : マッハ数
 $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z)$: 外向き単位法線ベクトル
 p : 圧力
 Re : レイノルズ数
 S_{body} : 物体表面
 S_{far} : 物体を囲む任意の閉曲面
 S_{shock} : 任意の衝撃波面
 $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$: 速度ベクトル
 μ : 粘性係数
 ρ : 密度
 $\vec{\tau} = (\vec{\tau}_x, \vec{\tau}_y, \vec{\tau}_z)^T$: 粘性応力テンソル
 $()_{\infty}$: 一様流物理量
 $()_{x,y,z}$: 主流方向を x 方向とする直交座標系

1. は じ め に

航空機の空力性能を決定する最も重要なパラメータとして巡航状態、一般には遷音速域での揚・抗力係数値があげられる。この遷音速域での揚・抗力値を計算し、実験値との比較を行う AIAA Drag Prediction Workshop II が 2003 年に開催されている。近年 CFD (Computational Fluid Dynamics) は著しい進歩を遂げたが、Drag Prediction Workshop の開催からも分かるように航空機の巡航状態における誤差 1% 程度の精度良い揚・抗力値予測は未だ注目の高い研究課題である¹⁾。

近年、遷音速領域における抵抗値予測においては、抵抗要素分解手法²⁻⁶⁾ が注目を浴びている。これは、抵抗値を発生原因別に分類する手法であり、実験²⁾・CFD³⁻⁶⁾ の両面から研究がなされている。航空機の高度な設計を行う上では欠かせない技術であり、CFD においては数値拡散効果に基づく非物理的な抵抗要素を除去できるという特性も併せ持つことから、特に注目されている。上記の Drag Prediction Workshop II においてもその適用事例が報告されている³⁾。

この抵抗要素分解手法においては、物体を囲む任意の閉曲面内での運動量保存の関係を基にした抵抗予測手法 (Control Volume Method, CVM) をその基礎式に据えている。しかし、CVM の基礎式は理論的には証明され、既に実験での適用例は見られるものの²⁾、CFD における実用的な精度としての検証事例はほとんど報告されていないのが現状である。また、これまでに超音速流れにおける抵抗要素分解はなされていない。空間遠方場にも衝撃波が存在しうる

^{*1} © 2006 日本航空宇宙学会

平成 17 年 7 月 28 日原稿受理

^{*2} 東北大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻

^{*3} 東北大学流体科学研究所

^{*4} 現 防衛庁技術研究本部第三研究所

超音速流れにおいて抵抗要素分解を行う上では，その基礎式である CVM の検証が不可避である．近年，超音速航空機の空力的可能性を探る研究が再び注目を集めている⁷⁻¹⁰⁾ことから，超音速流れにおける CVM の精度検証はその先の目標である，超音速流れでの抵抗要素分解を可能にする上で極めて重要であると言える．

そこで本論文では，超音速流れ場において CVM により揚・抗力値を算出し，その精度・妥当性を検証することを目的としている．具体的には，その物体遠方場に設定する積分面の位置依存性に関する検証を行う．一般に CVM が用いられる際，その粘性項の効果は無視されがちであるが，本研究ではその効果についても吟味する．また比較検証のため，遷音速流れ場での CVM による揚・抗力値予測も併せて行った．

2. CVM 理論

2.1 表面積分法 一般に用いられている抵抗予測手法として，物体の表面で圧力と粘性応力テンソルを面積分する表面積分法があげられる．

$$D = \iint_{S_{\text{body}}} [-(p - p_{\infty})n_x + \vec{\tau}_x \cdot \vec{n}] ds \quad (1)$$

第 1 項が圧力抵抗に，第 2 項が表面摩擦抵抗に相当し，単位法線ベクトル $\vec{n}$ は物体から見て外向きのベクトルである．

2.2 CVM 一般的な CVM 理論は既に多数の文献にその導出が示されていることから，ここでは翼の前・後縁から衝撃波が発生している典型的な超音速流れ場のケースにおいてその導出を示す．その流れ場の模式図を第 1 図に示した．ここで衝撃波により分割される各領域を $V_i (i = 1, \dots, 4)$ とした．この時，定常流を仮定すると各領域内で運動量が保存されるので，

$$\iiint_{V_i} \text{div}(\vec{F}) dv = 0 \quad (i = 1, \dots, 4) \quad (2)$$

が成立する．ここで $\vec{F}$ は，

$$\vec{F} = -\rho \vec{u} \vec{u} - (p - p_{\infty}) \vec{I} + \vec{\tau} \quad (3)$$

で表現される．(2) 式にガウスの発散定理を施し，面積分形式で表現すると，

$$\iint_{S_i} \vec{F} \cdot \vec{n} ds = 0 \quad (i = 1, \dots, 4) \quad (4)$$

ここで，

$$\begin{aligned} S_1 &= S_{F1} + S_{B1} + S_{w1u} + S_{w2u} \\ S_2 &= S_{F2} + S_{B2} + S_{w1d} + S_{w3u} \\ S_3 &= S_{F3} + S_{B3} + S_{w2d} + S_{w4u} \\ S_4 &= S_{F4} + S_{B4} + S_{w3d} + S_{w4d} \end{aligned}$$

であり，各表面の定義は第 2 図に図示した．単位法線ベクトル $\vec{n}$ は積分領域内から見て外向きのベクトルである．な

第 1 図 CVM のための流れ場模式図 (1)

第 2 図 CVM のための流れ場模式図 (2)

おトポロジ的に当然，

$$\begin{aligned} S_{\text{body}} &= S_{B1} + S_{B2} + S_{B3} + S_{B4} \\ S_{\text{far}} &= S_{F1} + S_{F2} + S_{F3} + S_{F4} \\ S_{\text{shock}(i)} &= S_{w(i)u} + S_{w(i)d} \end{aligned}$$

が成立している．この時 (4) 式より

$$\begin{aligned} 0 &= \sum_{i=1}^4 \iint_{S_i} \vec{F} \cdot \vec{n} ds \\ &= \iint_{S_{\text{far}}} \vec{F} \cdot \vec{n} ds + \iint_{S_{\text{body}}} \vec{F} \cdot \vec{n} ds \\ &\quad + \sum_{i=1}^4 \left(\iint_{S_{\text{shock}(i)}} \vec{F} \cdot \vec{n} ds \right) \end{aligned} \quad (5)$$

であり，また衝撃波前後で運動量が保存されることを考慮すると，

$$\iint_{S_{\text{shock}(i)}} \vec{F} \cdot \vec{n} ds = 0 \quad (6)$$

が成立する．よって (5)，(6) 式を用いることで，

$$\iint_{S_{\text{far}}} \vec{F} \cdot \vec{n} ds = \iint_{S_{\text{body}}} \vec{F} \cdot (-\vec{n}) ds = \text{Body Force} \quad (7)$$

と物体に働く力を CVM 形式で表現できる．今，主流方向を x 方向，主流に対し鉛直上向き方向を z 方向とすると，

$$L = \iint_{S_{\text{far}}} (-\rho u_z \vec{u} - (p - p_\infty) \vec{k} + \vec{\tau}_z) \cdot \vec{n} ds \quad (8)$$

$$D = \iint_{S_{\text{far}}} (-\rho u_x \vec{u} - (p - p_\infty) \vec{i} + \vec{\tau}_x) \cdot \vec{n} ds \quad (9)$$

により揚・抗力値は表現されることとなる．結局，遠方場に衝撃波が存在する超音速流れの場合でも，従来知られている衝撃波を考慮していない場合の CVM 予測式と同一であることが確認できる．また $\vec{\tau}$ は以下の式で評価される．

$$\begin{aligned} \vec{\tau} &= \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{pmatrix} \\ &= \tau_{ij} \\ &= \lambda \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

ここで δ_{ij} は Kronecker のデルタであり， λ は Stokes の仮説を基に以下のように評価する．

$$\lambda = -\frac{2}{3}\mu \quad (11)$$

3. 計算手法・条件

本研究では上記の CVM による抵抗予測手法を 2 次元構造格子計算結果に適用し検証する．支配方程式に薄層近似 Navier-Stokes 方程式を用い，格子トポロジーは C 型格子である．粘性項に 2 次精度中心差分を，対流項には 3 次精度 MUSCL 法で高精度化した TVD 差分を用いる．また時間積分には LU-SGS 陰解法を用い⁽¹¹⁾，乱流モデルには Baldwin-Lomax の代数モデル⁽¹²⁾ を適用した．外部境界条件は Riemann 境界条件を用い，全面乱流を仮定している．

計算対象としては NACA0012 翼型を用いる．計算格子は翼周り (j 方向) に $J_{\text{max}} = 303$ 点 (翼面上に 201 点)，翼から離れる方向 (l 方向) に $L_{\text{max}} = 131$ 点とし，最小格子幅を $0.001/\sqrt{Re}$ ，外部境界長を 30 倍としたものを主に用いる．計算条件は，遷音速のケースとして $M_\infty = 0.7$ ， $A.o.A = 2.5 \text{ deg}$ ， $Re = 9 \times 10^6$ ，超音速のケースとして $M_\infty = 2.0$ ， $A.o.A = 2.0 \text{ deg}$ ， $Re = 9 \times 10^6$ を主に用い検証を行う．これら遷・超音速条件での客観的な流れ場可視化結果として，その空間圧力分布を第 3 図に示した．

物体を囲む任意の閉曲面 S_{far} は C 型格子の格子トポロジーを利用して第 4 図に示すように定義する．すなわち， S_{far} は $l = L_{\text{cv}}$ の面 S_L と $j = J_{\text{cv}}$ (と $J_{\text{max}} + 1 - J_{\text{cv}}$) の面 S_J とで表現される． $L_{\text{cv}} = 1, 131$ がそれぞれ翼面上・外部遠方境界に相当し， $J_{\text{cv}} = 1$ (と 303)，52 (と 252) がそれぞれ物体下流境界・翼後縁位置に相当する．なお $L_{\text{cv}} = 1$ の時 (翼面上) は， S_J 面が存在せず，後流領域の S_L では積分が上下に打ち消しあい，かつ翼面上では $\vec{u} = \vec{0}$ であることから，(8)，(9) 式が物体面上で圧力と粘性応力テンソ

第 3 図 空間圧力分布図
(a) 遷音速条件，(b) 超音速条件

第 4 図 積分閉曲面定義

ルを積分する (1) 式に示したような表面積分法による力導出に帰着することが分かる．粘性応力テンソルに含まれる微分項は 2 次精度中心差分で評価した．

4. 検証および考察

(1) 式の表面積分手法により求まる揚・抗力値と，(8)，(9) 式の CVM により求まる揚・抗力値とを比較することにより検証を進める．(7) 式から理解できるように，両者は理論的には一致するはずであるので，一意に求まる (1) 式の値を CFD 計算結果としての基準値とし，積分面位置により変動する (8)，(9) 式の値との比較を基に議論を進める．

4.1 L_{cv} 依存性 本節では CVM により予測される揚・抗力値の L_{cv} 依存性について検証する． J_{cv} については， $J_{\text{cv}} = 5$ (物体下流遠方，Case-A) と $J_{\text{cv}} = 50$ (物体下流近傍，Case-B) の位置に固定し， L_{cv} を 1 (物体表面) ~ 130 (外部境界近傍) まで変化させて検証を行った．Case-A，B の S_J 面と，代表的な L_{cv} の位置を第 5 図に示した．遷・超音速の各ケースでの揚・抗力係数値の L_{cv} 依存性を第 6，7 図に示す．なお，表面積分により得られた揚・抗力値は図中央 ($L_{\text{cv}} = 70$) に図示した．

遷音速における揚力値予測においては，Case-A，B 共に L_{cv} によらず表面積分値との良い一致が確認できる． $L_{\text{cv}} = 130$ 付近に振動が見られるが，表面積分値に対し 0.5% 程度の変化であり，外部境界条件に依存するものであると推測される．抗力値予測においては，物体近傍に S_J を取った Case-B ではすべての L_{cv} に対して良い一致が見られたものの，物体遠方に設定された Case-A では $L_{\text{cv}} = 70$ 付近に 7% (8 ct, 1 ct = 1×10^{-4}) 程度の差が見られる．また，これらの図においては，(8)，(9) 式よりその粘性応

第5図 代表的な積分面位置の可視化図
(a) 全体図, (b) 翼近傍図

第6図 遷音速計算での L_{cv} 依存性
(a) 揚力値予測, (b) 抗力値予測

第7図 超音速計算での L_{cv} 依存性
(a) 揚力値予測, (b) 抗力値予測

力項を省いた場合の Case-B の結果も “Case-B w/o Visc.” として加えて示した．この場合，物体近傍では予測抵抗値が圧力抵抗値に一致し，境界層近傍から離れるに従って全抵抗値に漸近していることが確認できる．

超音速における揚力値予測においては，両ケース共に物体近傍では表面積分値に一致するものの，遠方場に最大 4% 程度の振動が認められる．抗力値予測においても，両ケース共に $L_{cv} = 70$ 付近に最大 6% (60 ct) 程度の強い不連続性が認められる．第 8 図に，Case-B で振動や不連続が確認

された $L_{cv} = 70, 95$ の位置を圧力分布上に示した．前者は S_L が前縁上流の離脱衝撃波に接する位置であり，後者は S_L と S_J の接合部周辺に衝撃波が位置する特異な条件であることが分かる．すなわち超音速条件における揚・抗力値の振動・不連続性は離脱衝撃波の影響によるものであることが理解できる．

4.2 J_{cv} - L_{cv} 依存性 本節では，更なる詳細な CVM の位置依存性を解析することを目指し， J_{cv} ・ L_{cv} 両者の依存性を検証する． J_{cv} ・ L_{cv} をそれぞれ変化させた時の，

CVM による揚・抗力値とその表面積分値との差の絶対値を $J_{cv}-L_{cv}$ 空間に可視化した図を第 9, 10 図に示す。

遷音速条件においては, 4.1 節で確認したとおり, 揚力値では外部境界付近 ($L_{cv} \sim 130$) において差が認められ, 抗力値では物体下流遠方場 ($J_{cv} \sim 10$) での $L_{cv} = 70$ 付近で差が認められる。揚力値に関しては外部境界条件の影響であると考えられる。抗力値に関しては, L 方向に格子サイズが急激に変化することによる数値拡散効果の積み重ねや後流内の収束性に起因したものではないかと思われる。全体的には, 十分な精度で抵抗値予測がなされていることが確認できる。

超音速条件においては, 4.1 節で確認したとおり, 衝撃波の影響が支配的となっている。揚力に関しては, 物体下流近傍 ($J_{cv} \sim 50$) では 4.1 節の結果と同じく $L_{cv} = 95$ 付

近に大きな差が認められる。また, J_{cv} の値が小さくなる (S_J が物体後方遠方側に移動する) に従って S_L と S_J の接合部に衝撃波が位置する特異条件の L_{cv} の値も増加するため, 差の大きな領域がより遠方側に移動していることも確認できる。抵抗値に関しても, 4.1 節で確認したとおり S_L が前縁上流の離脱衝撃波に接する $L_{cv} = 70$ 付近から, ほぼ前縁上流の衝撃波を包含する $L_{cv} = 100$ 付近の間に大きな差が認められる。抵抗値に関する表面積分と CVM との差の最大値は 60 ct 程度であるが, 前縁上流の衝撃波領域を避ければ両者は良い一致を見せ, 精度良い抵抗値予測がなされていることが確認できる。衝撃波領域に関する議論については 4.3 節で更なる検証を行う。

また, 本計算の妥当性の検証として, 物体を含まない同サイズの計算格子において $M_\infty = 2.0$ での一様流計算を行い, その計算結果に対する CVM の検証も行った。物体を含まないので表面積分値は揚・抗力共に 0 として扱える。その $J_{cv}-L_{cv}$ 依存性を第 11 図に示した。揚・抗力値共に外部境界付近において差が見られるものの, その差は 10^{-13} のオーダーであり, 本計算の十分な妥当性が確認できる。

4.3 格子依存性 本節では超音速流れでの CVM による空力係数値予測結果に見られた衝撃波による影響を更に考察するために, その格子依存性に関する検証を行う。これまでの 303×131 の格子 (Original と呼ぶ) に対し, 703×391 の格子 (翼面上に 601 点, Fine と呼ぶ) を生成し, 超音速条件で計算を行った。CVM の積分面について

第 8 図 超音速計算における特異積分面位置可視化図

第 9 図 遷音速計算での $J_{cv}-L_{cv}$ 依存性
(a) 揚力値について, (b) 抗力値について

第 10 図 超音速計算での $J_{cv}-L_{cv}$ 依存性
(a) 揚力値について, (b) 抗力値について

第11図 超音速一様流計算での J_{cv} - L_{cv} 依存性
(a) 揚力値について, (b) 抗力値について

第12図 格子依存性に関する検証

第13図 Fine 格子での空間圧力分布図

第14図 Drag Polar 計算
(a) $M_\infty = 0.7$, (b) $M_\infty = 2.0$

は, 前節までの結果から物体下流近傍に設定するのが望ましいと考えられるので, $J_{cv} = 50$ の位置に固定し L_{cv} に対する依存性を考察した. 抗力係数値の L_{cv} 依存性を Original 格子の同条件での計算結果と共に第12図に示す. この際, 両格子の座標点を参照し, Original 格子のプロットの横軸も $L_{cv} = 1 \sim 391$ に対応させて示している. 各表面積分値も図中央 ($L_{cv} = 200$) に示した. 更に CVM の全抵抗値 (“CVM of ...”) 内の粘性項の寄与分を “Visc. of ...” と

して右軸を用い示した. また Fine 格子の圧力分布図と代表的な L_{cv} 位置を第13図に示した.

Fine 格子による結果においても, S_L が前縁上流の衝撃波に接する $L_{cv} = 210$ 付近から, ほぼ前縁上流の離脱衝撃波を包含する $L_{cv} = 300$ 付近の間に CVM 抵抗予測値の振動を確認できる. しかしながら Original 格子に比べ, その粘性項成分がより大きな値を取っており, S_L が前縁上流の衝撃波に接する際に生じていた強い不連続性は軽減されて

いることが確認できる．すなわち格子密度の高い格子を用いることにより，粘性項の効果をより精度良く捉えることができ，衝撃波付近での CVM 予測精度の改善が成されていると言える．

4.4 Drag Polar 最後に本節では $M_\infty = 0.7, 2.0$ における Original 格子での Drag Polar 計算結果を示す．積分面はこれまでの考察から， J_{cv} に関しては物体下流近傍に設定すべきと考えられるので $J_{cv} = 50$ に， L_{cv} は前縁から発生する衝撃波を包含し，かつ外部境界の影響を避けるべきであるので $L_{cv} = 120$ とした．結果を第 14 図に示す．迎角は $0 \sim 6 \text{ deg}$ とし，遷音速計算においては実験値¹³⁾ も加えて示した．

遷・超音速計算共に，表面積分値との十分な一致が確認できる．両ケース共に，表面積分値と CVM との差は 2 ct 以内であった．このことから CVM の超音速流れへの十分な適用性が確認された．

5. 結 論

本研究では NACA0012 翼型周りの 2 次元構造格子計算を用い，運動量の流入出の関係を基にした抵抗予測手法である CVM の精度検証を行った．特に，超音速流れ場への適用における妥当性について検証を行い，CVM が超音速流れにも適用できることを示した．

CVM による抵抗値予測においては，Drag Polar 計算において表面積分値との差が総じて 2 ct 以内であり，非常に良い一致を示した．超音速流れ場への適用時には，物体遠方に伝播する強い離脱衝撃波の影響により，積分面の位置によっては揚・抗力値に強い振動・不連続変動が認められた．そのため，積分面の設定には注意が必要である．しかしながら，格子解像度を高めることにより CVM の粘性項の計算精度が改善され，その粘性項が振動・不連続性を軽減することも示された．

参 考 文 献

- 1) Hemsch, M. and Morrison, J.: Statistical Analysis of CFD Solutions from 2nd Drag Prediction Workshop, AIAA Paper 2004-0556, 2004.
- 2) Kusunose, K.: Advanced Wake Integration Method for Experimental Drag Prediction, von Karman Institute Lecture Series 2003-2, 2003.
- 3) Brodersen, O., Rakowitz, M., Amant, S., Larrieu, P., Destarac, D. and Sutcliffe, M.: Airbus, ONERA, and DLR Results from the 2nd AIAA Drag Prediction Workshop, AIAA Paper 2004-0391, 2004.
- 4) Schmitt, V. and Destarac, D.: Recent Progress in Drag Prediction and Reduction for Civil Transport Aircraft at ONERA, AIAA Paper 98-0137, 1998.
- 5) Paparone, L. and Tognaccini, R.: Computational Fluid Dynamics-Based Drag Prediction and Decomposition, AIAA J., **41** (2003), pp. 1647–1657.
- 6) Yamazaki, W., Matsushima, K. and Nakahashi, K.: Application of Drag Decomposition Method to CFD Computational Results, AIAA Paper 2005-4723, 2005.
- 7) Kusunose, K.: A New Concept in the Development of Boomless Supersonic Transport Aircraft, First International Conference on Flow Dynamics, OS5-9, 2004.
- 8) Matsushima, K., Nakano, T. and Nakahashi, K.: 低ブーム超音速機形状の逆問題設計，第 17 回計算力学講演会，OS4c-0409, 2004.
- 9) Murakami, A.: コンピュータによる革新設計技術の飛行実証研究プログラムについて，「サイレント超音速飛行実現のための実験・計算融合研究」，「レーザー駆動管内加速装置：基礎物理の解明と実用展開」合同シンポジウム，2005.
- 10) Goto, Y., Obayashi, S. and Kohama, Y.: Drag Characteristics of a Low-Drag Low-Boom Supersonic Formation Flying Concept, AIAA Paper 2005-4604, 2005.
- 11) Obayashi, S. and Guruswamy, G. P.: Convergence Acceleration of a Navier-Stokes Solver for Efficient Static Aeroelastic Computations, AIAA J., **33** (1995), pp. 1134–1141.
- 12) Baldwin, B. S. and Lomax, H.: Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows, AIAA Paper 78-257, 1978.
- 13) Holst, T. L.: Viscous Transonic Airfoil Workshop Compendium of Results, J. Aircraft, **25** (1988), pp. 1073–1087.