宇宙用テザーの残存率評価について^{*1} Survival Probability Assessment of Space Tethers

花 田 俊 也^{*2}・平 山 寛^{*2}・大 石 篤^{*2}・田 中 陽 介^{*2}・八 坂 哲 雄^{*2}
Toshiya HANADA, Hiroshi HIRAYAMA, Atsushi OISHI, Yosuke TANAKA and Tetsuo YASAKA

Key Words: Space Engineering, Spacecraft, Artificial Satellite, Environment

Abstract: Space tethers are subject to high collision risk due to the very large collision cross-sectional area and they can be cut easily by impacts of small particles because of the thin diameter. Therefore, double-line tethers have been proposed to extend their life. The previous works assessed the survivability of double-line tether treated two wires independently. This treatment assumed that the distance between two wires is infinite. Physically, the distance between two wires is finite, however. Therefore, two wires could be cut simultaneously if the particle cutting through the first wire has or the remnant melted or vaporized at impact on the first wire have still enough energy to cut the second wire. As a result, unfortunately, once we consider that two wires can be cut simultaneously by a single impact, the merit of double-line tether disappears. Double line tether without sufficient clearance between two lines would not survive longer than expected. In this paper we will describe how to treat double line tether with a finite clearance between two lines and provide some results from applying this technique to a micro tether satellite named QTEX, being developed at Kyushu University.

1. 緒 言

複数の衛星を細い「ひも(tether)」で繋ぐという概念は1885年ツィオルコフスキーによって提案された。「ひも」で繋がれた衛星群をテザー衛星と称し、これまでに以下のような利用法が提案されてきた¹⁾。

重力傾斜効果: テザーの最大の利用法として挙げられる。地球の引力は距離の2乗に反比例して変化する一方、遠心力(見かけの力)は距離に比例して変化する。テザーのように細長い物体は受動的に長手方向が地球指向することになる。細かな姿勢制御は必要となるが従来よりも大幅に衛星の姿勢制御が軽減されることになる。

高高度大気の観測: 高度100~150kmを周回する衛星は大気抵抗のため、その軌道の寿命は極めて短いものとなる。そこで、片方の衛星を大気抵抗の少ない高度に待機させ、そこからテザーを伸ばしもう片方の衛星を大気中に送り込むことでその寿命を長期化することが可能となる。

多点同時観測: 複数の観測器を連結したテザー衛星を用いて同時刻に異なる高度での観測を行うことができる。例えば地球磁場について、水平方向の分布状況については広く知られているが、高度方向の分布状況はこれまで調査された事例が少なかった。このためテザーを利用した地球磁場の観測に期待が集まっている。

フォーメーション・フライト: 衛星の編隊飛行を行う場

合、各衛星の相対位置は時間とともに変化する。以前は個別に軌道制御をする必要があった。しかし、各衛星をテザーで繋ぐことで、個別に軌道制御することなく編隊を維持することができる。将来的には衛星間で電力供給を行うことも計画されている。

軌道間エレベータ: テザーで繋がれた衛星間を宇宙機がテザーを手繰りながら移動するエレベータ・システムも提案されている²⁾。このようなシステムを利用すればロケットのように化学燃料を用いて直接相手側に接近しなくとも物資の輸送、回収が可能である。大型建造物の建設時には予め展開しておいたテザーを伝って太陽電池パネルなどを運搬できる。また、衛星間の移動中に異なる高度で科学観測を行うこともできる。

軌道変換: テザー衛星では、質量中心より高い軌道にある衛星の軌道速度は本来の軌道速度よりも速く、また質量中心より低い軌道にある衛星は本来の軌道速度よりも遅く飛行していることになる。この状態においてテザーを突然切り離すと、高い軌道の衛星は切り離された地点を近地点とする楕円軌道へ、また低い軌道の衛星は切り離された地点を遠地点とする楕円軌道へ移行することができる。この切り離しはテザーが安定した状態においても行えるが、意図的にシステムを回転させることで、より効果的に軌道変換を行うことができる。またこの軌道変換を利用して、能動的に大型の不要物体の高度を下げて除去することも提案されている。

導電性テザー: 軌道傾斜角の小さい軌道ではテザーが地球の磁場を横切るため、テザーの導電性が高ければ電磁誘導作用により、誘導起電圧が発生する。テザーの一端に電子

^{*1} © 2006 日本航空宇宙学会

平成16年7月18~25日、第35回宇宙研究委員会総会において一部発表。平成17年10月26日原稿受理

^{*2} 国立大学法人九州大学大学院工学研究院航空宇宙工学部門

銃を取り付ければテザーに継続して電流が流れ、発電を行うことができる。これは運動エネルギーを電気エネルギーとして取り出していると考えることができ、発電を続けければシステムの高度は次第に下がるというデメリットがある一方、このデメリットを利用して、能動的に大型の不要物体の高度を下げて除去することも提案されている³⁾。

以上のように、多種多様なテザーの利用法が提案・検討されている。これらのテザーへのスペース・デブリの衝突を考えると、テザーのような細い物体への衝突は一見少ないように思える。しかし、細いテザーゆえに微小なスペース・デブリによっても切断される可能性がある上、スペース・デブリは小さくなればなるほどその個数は指数関数的に増える。またテザーはキロメートルのオーダーで用いることが多く、スペース・デブリ自体の大きさを考慮した有効衝突断面積は大きなものになる(第 2 図参照)。その相乗効果で、テザーのスペース・デブリによる切断は無視できないものとなる。

次節に詳細を述べるように、九州大学でもテザー衛星の開発を進めており、このテザー衛星のテザーも例外無く、スペース・デブリの衝突による切断が大きな問題となっている。テザーが切断されれば、もはやテザー衛星としてのミッションは成立しないので、スペース・デブリ衝突に対するテザーの残存性は、テザー・システムの実用化に向けた重要な検討事項となる。

九州大学におけるスペース・デブリ衝突に対するテザー残存率の解析は、西峯⁴⁾によって始められた。西峯は 1 本の「ひも」で構成されるシングル・テザーに対し、2 本の「ひも」を用い、所要所に結び目を設けてループを構成するダブル・テザー(第 3 図参照)を提案した。ダブル・テザーでは、同じループ(結び目と結び目の間)にある 2 本の「ひも」が 2 本とも切断されない限り、テザーとしては機能することができる。西峯はシングル・テザーとダブル・テザーの残存率を解析的に評価・比較し、ダブル・テザーの採用により残存率が大幅に増すことを示した^{4, 5)}。

西峯⁴⁾は、ダブル・テザーの残存率を評価する上で、同じループにある 2 本のテザーが同時に切断される確率を計算する際に、スペース・デブリは 2 本のテザーのうちの一方のテザーの中心を必ず通って、もう一方のテザーに衝突すると仮定していた。この仮定では、ループの隙間が十分に大きくないと、同じループにある 2 本のテザーが同時に切断される場合の有効衝突断面積を過小に見積もる。そこで大石⁶⁾は、同じループにある 2 本のテザーの質量中心を原点とする極座標を考え、有効衝突断面積をより正確に見積もる評価法を提案した。また、大石はこの手法を用いて国際スペース・デブリ調整委員会(IADC)のタスクのひとつである導電性テザーのミッション成功率⁷⁻⁹⁾を評価した。その結果、ループの隙間が十分に大きくないと、ダブル・テザーの延命効果は期待できないことを見出した^{6, 10)}。

前述のように、西峯の手法では同じループにある 2 本のテザーが同時に切断される確率を過小に見積もる。言い換えれば、2 本のテザーが別々に切断される確率を過大に見積

もることとなり、同じループにある 2 本のテザーが別々に切断される場合のみを考慮して、ダブル・テザーの残存率を算出した結果との差異は顕著ではなかった。具体的には、ループを構成する 2 本のテザーをそれぞれ独立のシングル・テザー・セグメントとして考え、そのシングル・テザーの年間衝突回数からシングル・テザー・セグメントが t 年後に切断される本数を計算し、その本数によってダブル・テザーが切断されるシングル・テザー・セグメント切断の組合せの発生する確率を積算してダブル・テザーの残存率を算出していた。西峯の手法に対し、Hirayama ら¹¹⁾はダブル・テザーを構成するひとつのループの状態(2 本残存, 1 本残存 1 本破断, 2 本破断)に着目し、ループの状態遷移を確率論的に記述する手法を提案した。この手法により、ループの状態を支配する微分方程式を構築し、その一般解から、時間の連続関数として、任意の時刻のダブル・テザー全体の残存率が容易に評価できるようになった。また Hirayama らはこの手法を用いた試算により、ひとつのループ内では 2 本のテザーが同時に切断されるよりも別々に切断される確率が高い場合であっても、稀に起こる 2 本同時の切断によってダブル・テザー全体としての破断に至ることが多いことを見出した¹¹⁾。

本論文では、大石の有効衝突断面積の評価法⁶⁾と Hirayama らの残存率の確率論的評価法¹¹⁾を組み合わせ用い、九州大学で開発の進められているテザー衛星の残存率を再評価した結果と得られた新知見について報告する。

2. 超小型テザー衛星 QTEX について

九州大学におけるテザー研究は 1994 年から始められた。研究開始当初はテザーを用いた理学系ミッション、軌道変換など様々な応用分野についての研究が進められる一方、並行して小型テザー衛星の概念設計も行われた。1997 年からは実際にビギーバック衛星(相乗り衛星)として打上げを目指した D-TES(Double Tethered Experimental Satellite)¹²⁾の開発が開始された。D-TES は、ダブル・テザー技術(第 3 図参照)の実証、簡易な制御法則によるテザー伸展技術の確立、さらに科学技術プラットホームの提供などをその開発目的としていた。また、同時に D-TES プロジェクトは、九州大学において学生主導による衛星開発の在り方を模索・検討しながら、衛星開発チームの構成、大学での設計担当者のスムーズな引継ぎ方法を確立したものであり、現在に至る九州大学での衛星開発活動の基礎を築いたプロジェクトでもあった。その後、D-TES の基本設計をもとに、九州大学では新たに日米共同超小型テザー実験衛星 QUEST(Kyushu U.S. Experimental Satellite Tether)プロジェクト¹³⁻¹⁵⁾が開始された。QUEST は日米大学共同の宇宙システム・シンポジウム(USSS)の中で、九州大学とユタ州立大学、アリゾナ州立大学との共同開発ということで 1998 年から開始され、1999 年からはユタ州立大学に代わってサンタクララ大学が参画し、アリゾナ州立大学、サンタクララ大学、九州大学の 3 大学での共同開発となった。当初、九州大学はテザー機構を担当していたが、米国

第1表 QTEX 主要諸元

主要諸元	
寸法	母機：480 × 480 × 250 mm
	子機：480 × 480 × 250 mm
質量	母機：約 25 kg 子機：約 20 kg
発生電力	30 W 以上
姿勢	三軸制御
通信	周波数：アマチュア無線帯
	コマンド：144 MHz 帯，1200 bps
	テレメトリ：430 MHz 帯，9600 bps
運用予定期間	3 カ月以上
軌道	高度約 800 km，太陽同期軌道
打上げ	H-II A ロケット ビギーバック方式
	Cold Launch（打上げ時には電源 OFF）
	2008 年以降
SUPER212	
テザー	材質 CORE：ケブラー SLEEVE：ポリエステル
	直径 0.33 mm
	長さ 2 km
	引張強度 5.7 kgf

第1図 QTEX 外観図

からの技術移転に規制があり，共同開発が困難となったため，2003 年に，衛星全システムを九州大学独自で設計・開発することを目的に新たな小型テザー衛星開発プロジェクトとして QTEX^{16, 17)} を立ち上げた．

QTEX は今までの基礎研究，各プロジェクトの成果を活かし，2003 年から本格的に開発を開始した．2003 年からは学生の手による BBM の設計・製作を実施すると共に，構造，熱設計などのシステム解析を進め，さらに 2004 年からは，産学官連合グループ九州小型衛星プロジェクト（QPS）研究会と協力し，上記の BBM を基に企業との EM 共同開発を進め，2005 年 10 月現在，EM 製作・試験段階にある．

第 1 表の主要諸元および第 1 図の外観図に示すように，QTEX は直径 0.33 mm，長さ 2 km のテザーで繋がれた母機および子機から構成され，母機，子機は両者ともに 50 cm × 50 cm × 20 cm，約 20 kg の直方体の形をしている．

3. 計 算 手 法

3.1 テザーの切断率

3.1.1 シングル・テザー 第 2 図に示すように，シングル・テザーは，テザーの直径 D_T と比べて，そのサイズ d が d_C 以上のスペース・デブリの一端がテザーの中心から距離 $D_{TC}/2$ 以内に衝突したら，切断すると仮定する．よっ

第2図 有効衝突断面積

て，テザーの長さを L とすると，有効衝突断面積は

$$A(d) = L(D_{TC} + d) \quad (1)$$

で与えられる．

切断率（年間切断回数）は式 (1) で与えられる有効衝突断面積に，サイズ d のスペース・デブリのフラックスを乗じてサイズ d_C から無限大（実際は 1 m）まで積分すれば得られる．すなわち

$$R_F = \int_{d_C}^{\infty} A(d) d\varphi(d) \quad (2)$$

また，シングル・テザーが t 年後に切断されずに残存している確率 $X(t)$ は

$$X(t) = X(0) \exp(-R_F t) \quad (3)$$

で与えられる．なお， $X(0)$ は $t = 0$ における初期値である．

本論文では，式 (2) を積分するために次の手法を導入している．

1) サイズ d のスペース・デブリのフラックスをサイズ d 以上のスペース・デブリの累積フラックス $\Phi(d)$ を用いて記述する．すなわち

$$\Delta\varphi(d) = \Phi(d) - \Phi(d + \Delta d) \quad (4)$$

2) サイズ d 以上のスペース・デブリの累積フラックスは，両対数グラフ上（第 6 図参照）の任意の区間で線形近似できる．すなわち

$$\log_{10} \Phi(\chi) = a\chi + b \quad (5)$$

ただし

$$\chi = \log_{10} d \quad (6)$$

また，任意の区間を $(\chi_i, \chi_{i+1}) = (\log_{10} d_i, \log_{10} d_{i+1})$ とすると定数 a および b は

$$a = \frac{\log_{10}(\Phi(d_{i+1})/\Phi(d_i))}{\log_{10}(d_{i+1}/d_i)} \quad (7)$$

$$b = \frac{\log_{10} d_{i+1} \log_{10} \Phi(d_i) - \log_{10} d_i \log_{10} \Phi(d_{i+1})}{\log_{10}(d_{i+1}/d_i)} \quad (8)$$

で与えられる．式 (2) に式 (6) の座標変換を適用し，さらに積分区間を分割すれば

$$R_F = \int_{\chi_C}^{\infty} A(\chi) d\varphi(\chi) = \sum_{i=0}^{\infty} \int_{\chi_i}^{\chi_{i+1}} A(\chi) d\varphi(\chi) \quad (9)$$

が得られる．ただし $\chi_0 = \chi_C = \log_{10} d_C$ ．また，式 (4) と式 (5) から

$$\begin{aligned} \Delta\varphi(\chi) &= \Phi(\chi) - \Phi(\chi + \Delta\chi) \\ &= -\frac{d\Phi(\chi)}{d\chi} \Delta\chi \\ &= -(a \log 10) 10^{a\chi+b} \Delta\chi \end{aligned} \quad (10)$$

式 (10) を式 (9) の積分に代入し，積分区間 (χ_i, χ_{i+1}) について解析的に積分すると

$$\begin{aligned} &\int_{\chi_i}^{\chi_{i+1}} A(\chi) d\varphi(\chi) \\ &= \int_{\chi_{i+1}}^{\chi_i} L(D_{TC} + 10^x)(a \log 10) 10^{a\chi+b} d\chi \\ &= L \left[D_{TC}(\Phi(\chi_i) - \Phi(\chi_{i+1})) \right. \\ &\quad \left. + \frac{a}{1+a} (10^{\chi_i} \Phi(\chi_i) - 10^{\chi_{i+1}} \Phi(\chi_{i+1})) \right] \\ &= L \left[D_{TC}(\Phi(d_i) - \Phi(d_{i+1})) \right. \\ &\quad \left. + \frac{a}{1+a} (d_i \Phi(d_i) - d_{i+1} \Phi(d_{i+1})) \right] \end{aligned} \quad (11)$$

式 (11) を式 (9) に代入すると，最終的に切断率は

$$\begin{aligned} R_F &= \sum_{i=0}^{\infty} L \left[D_{TC}(\Phi(d_i) - \Phi(d_{i+1})) \right. \\ &\quad \left. + \frac{a}{1+a} (d_i \Phi(d_i) - d_{i+1} \Phi(d_{i+1})) \right] \\ &= L D_{TC} \Phi(d_C) \\ &\quad + L \sum_{i=0}^{\infty} \frac{a}{1+a} (d_i \Phi(d_i) - d_{i+1} \Phi(d_{i+1})) \end{aligned} \quad (12)$$

で与えられる．ただし $\Phi(d_{\infty}) = 0$ ．

3.1.2 ダブル・テザー 本論文では，ダブル・テザーの切断率を評価するにあたり，第 3 図に示すようなダブル・テザーを仮定している．第 3 図では，ダブル・テザーの結び目は，直径 $2.5D_T$ ，長さ $3.0D_T$ の円柱として簡略化されている．また，結び目と結び目の間をループと称し，その距離を L_S ，ループを構成する 2 本のテザーの隙間を h (ループ間一定と仮定) としている．このダブル・テザーが切断されるという事象は，以下のサブ事象に分類される．

1) 結び目が切断される．

第 3 図 ダブル・テザー

2) 2 本のテザーが同時に切断される．

3) 2 本のテザーが別々に切断される．

結び目の切断率は，シングル・テザーと同様に計算することができる．その有効衝突断面積は式 (1) において L ， D_{TC} をそれぞれ $3D_T$ ， $2.5D_{TC}$ で置換えればよい．すなわち

$$A_{\text{knot}}(d) = 3D_T(2.5D_{TC} + d) \quad (13)$$

また結び目の切断率も，式 (12) において L ， D_{TC} をそれぞれ $3D_T$ ， $2.5D_{TC}$ で置換えて

$$\begin{aligned} R_{F\text{knot}} &= \int_{2.5d_C}^{\infty} A_{\text{knot}}(d) d\varphi(d) \\ &= 3D_T \times 2.5D_{TC} \Phi(2.5d_C) \\ &\quad + 3D_T \sum_{i=0}^{\infty} \frac{a}{1+a} (d_i \Phi(d_i) - d_{i+1} \Phi(d_{i+1})) \end{aligned} \quad (14)$$

を得る．ただし $d_0 = 2.5d_C$ ．

2 本のテザーが同時に切断される場合の切断率，または別々に切断される場合の切断率を計算するためには，第 4 図および第 5 図に示すように，ダブル・テザーに対するスペース・デブリの入射角を考慮しなければならない．

まず，2 本のテザーが同時に切断される場合を考える．スペース・デブリのサイズが $h - D_{TC}$ より大きい場合は，第 4 図に示すようにスペース・デブリの入射角 θ に依存することなく，2 本のテザーが同時に切断され得る領域が存在する．その領域は $L_S(D_{TC} + d - h \sin \theta)$ で与えられるので，2 本のテザーが同時に切断される場合の有効衝突断面積は次のように求まる．

$$\begin{aligned} A_{20}(d) &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} L_S(D_{TC} + d - h \sin \theta) d\theta \\ &= L_S \left(D_{TC} + d - \frac{2}{\pi} h \right) \end{aligned} \quad (15)$$

第4図 スペース・デブリの入射角と有効衝突断面積の関係 ($d > h - D_{TC}$)

第5図 スペース・デブリの入射角と有効衝突断面積の関係 ($d < h - D_{TC}$)

次に、スペース・デブリのサイズが $h - D_{TC}$ より小さい場合は、スペース・デブリの入射角が

$$0 \leq \theta \leq \sin^{-1} \frac{D_{TC} + d}{h} (\equiv \theta_C) \quad (16)$$

を満たす場合にのみ、2 本のテザーが同時に切断され得る。よって、式 (15) の積分区間を $(0, \pi/2)$ から $(0, \theta_C)$ に変えて積分すればよい。

$$\begin{aligned} A_{20}(d) &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\theta_C} L_S (D_{TC} + d - h \sin \theta) d\theta \\ &= \frac{2}{\pi} L_S [(D_{TC} + d)\theta_C + h(1 - \cos \theta_C)] \end{aligned} \quad (17)$$

同様に、2 本のテザーが別々に切断される場合の有効衝突断面積も計算できる。スペース・デブリのサイズが $h - D_{TC}$ より大きい場合は、2 本のテザーが別々に切断され得る領域は $L_S \times 2h \sin \theta$ で与えられるので、その有効衝突断面積は次のように求まる。

$$A_{21}(d) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} L_S \times 2h \sin \theta d\theta = L_S \times \frac{4}{\pi} h \quad (18)$$

次に、スペース・デブリのサイズが $h - D_{TC}$ より小さい場合は、デブリの入射角が θ_C を越えると 2 本のテザーが同時に切断されないで、2 本のテザーは必ず別々に切断される。このことを加味して有効衝突断面積は次のように計算できる。

$$\begin{aligned} A_{21}(d) &= \frac{2}{\pi} \left[\int_0^{\theta_C} L_S \times 2h \sin \theta d\theta \right. \\ &\quad \left. + \int_{\theta_C}^{\pi/2} L_S \times 2(D_{TC} + d) d\theta \right] \\ &= L_S \times \frac{4}{\pi} \left[(D_{TC} + d) \left(\frac{\pi}{2} - \theta_C \right) + h(1 - \cos \theta_C) \right] \end{aligned} \quad (19)$$

2 本のテザーが同時に切断される場合の切断率、または別々に切断される場合の切断率は、有効衝突断面積がスペース・デブリの入射角に依存するため、シングル・テザーの切断率のように計算できないが、2 本のテザーが同時に切断される場合の有効衝突断面積は、シングル・テザーの有効衝突断面積 $A_S(d)$ と 2 本のテザーが別々に切断される場合の有効衝突断面積を用いて $A_{20}(d) = A_S(d) - A_{21}(d)/2$ と記述できるので、2 本のテザーが同時に切断される場合の切断率、 R_{F20} は、シングル・テザーの切断率と 2 本のテザーが別々に切断される場合の切断率、 R_{F21} を用いて

$$R_{F20} = R_{FS} - \frac{R_{F21}}{2} \quad (20)$$

で計算できる。したがって、2 本のテザーが同時に切断される場合の切断率を計算するために、別途その積分をする必要はない。ただし $R_{FS} = R_F L_S / L$ 。

d_C が $h - D_{TC}$ より大きい場合は、2 本のテザーが別々に切断される場合の切断率は $A_{21}(d)$ が θ_C に依存しないの

で、シングル・テザーの切断率の積分と同様に解析的に積分できる。よって

$$R_{F21} = L_S \times \frac{4}{\pi} h \Phi(d_C) \quad (21)$$

d_C が $h - D_{TC}$ より小さい場合は、積分区間を次のようにふたつに分けなければならない。

$$R_{F21} = \int_{d_C}^{h-D_{TC}} A_{21}(d) d\varphi(d) + \int_{h-D_{TC}}^{\infty} A_{21}(d) d\varphi(d) \quad (22)$$

第 2 項の積分区間では $A_{21}(d)$ が θ_C に依存しないので、第 2 項の積分はシングル・テザーの切断率の積分と同様に解析的に積分できるが、第 1 項の積分区間では $A_{21}(d)$ が θ_C に依存するため、解析的に積分できない。よって、第 1 項の積分は、台形公式を適用して数値的に積分した。その結果

$$\begin{aligned} R_{F21} &= \frac{\log 10}{2} \sum_{i=0}^{N-1} a(A_{21}(d_i) \Phi(d_i) + A_{21}(d_{i+1}) \Phi(d_{i+1})) \\ &\quad \times \log_{10} \left(\frac{d_i}{d_{i+1}} \right) + L_S \times \frac{4}{\pi} h \Phi(h - D_{TC}) \end{aligned} \quad (23)$$

を得る。ただし、 $d_0 = d_C$ 、 $d_N = h - D_{TC}$ 。

3.2 テザーの残存率

3.2.1 確率過程と確率状態変数による表現 ダブル・テザーの任意のひとつのループ（結び目と結び目の間）に注目すると、その区間に残っているテザー本数に応じて

状態 2：2 本とも残存している。

状態 1：1 本が切断され、1 本が残存している。

状態 0：2 本とも切断されている。

の 3 通りの状態が考えられる。そして、ミッション開始時に状態 2 であったものが、ある確率で 1 本ずつ切断されて状態 1 を経て状態 0 へ、あるいは 2 本同時に切断されて状態 2 から直接状態 0 へ遷移してダブル・テザーとしての切断に至る。この過程は以下に示すように確率過程として記述できる。

ある時刻 t において、ダブル・テザーの任意のひとつのループが状態 2, 1, 0 である確率をそれぞれ $X_2(t)$, $X_1(t)$, $X_0(t)$ という確率状態変数で表す。定義より

$$X_2(t) + X_1(t) + X_0(t) = 1 \quad (24)$$

となる。

状態 i から状態 j へ遷移する割合は、時間の単位を年とすれば R_{Fij} （ただし $R_{F10} = R_{FS}$ ）に等しいので、確率状態変数の推移は次の 2 元連立微分方程式に従う。

$$\begin{aligned} \frac{dX_2(t)}{dt} &= -(R_{F20} + R_{F21})X_2(t) \\ \frac{dX_1(t)}{dt} &= R_{F21}X_2(t) - R_{F10}X_1(t) \end{aligned} \quad (25)$$

遷移率 R_{Fij} は軌道と時間の関数であるが、計算期間内において軌道の変化やスペース・デブリ環境の変化が十分

小さいならば、 R_{Fij} を定数と見なして、微分方程式 (25) の一般解を求めると

$$\begin{aligned} X_2(t) &= X_2(0) \exp[-(R_{F20} + R_{F21})t] \\ X_1(t) &= \left[X_1(0) + \frac{R_{F21}}{R_{F20} + R_{F21} - R_{F10}} X_2(0) \right. \\ &\quad \times (1 - \exp[-(R_{F20} + R_{F21} - R_{F10})t]) \Big] \\ &\quad \times \exp[-R_{F10}t] \end{aligned} \quad (26)$$

となる．したがって、時刻 t においてダブル・テザーの任意のひとつのループが残存している確率は

$$\begin{aligned} X_2(t) + X_1(t) &= \left[X_1(0) + X_2(0) \right. \\ &\quad \times \frac{R_{F21} + (R_{F20} - R_{F10}) \exp[-(R_{F20} + R_{F21} - R_{F10})t]}{R_{F20} + R_{F21} - R_{F10}} \Big] \\ &\quad \times \exp[-R_{F10}t] \end{aligned} \quad (27)$$

である．ここで、 $X_2(0)$ および $X_1(0)$ は $t = 0$ における初期値で、ミッション開始時を $t = 0$ とすれば

$$\begin{aligned} X_2(0) &= 1 \\ X_1(0) &= 0 \end{aligned} \quad (28)$$

とおける．なお、式 (20) を加味すると、式 (26) と (27) はそれぞれ次のように簡単化される．

$$\begin{aligned} X_2(t) &= X_2(0) \exp \left[- \left(\frac{R_{F21}}{2} + R_{F10} \right) t \right] \\ X_1(t) &= \left[X_1(0) + 2X_2(0) \left(1 - \exp \left[- \frac{R_{F21}}{2} t \right] \right) \right] \\ &\quad \times \exp[-R_{F10}t] \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} X_2(t) + X_1(t) &= \left[X_1(0) + X_2(0) \left(2 - \exp \left[- \frac{R_{F21}}{2} t \right] \right) \right] \\ &\quad \times \exp[-R_{F10}t] \end{aligned} \quad (30)$$

3.2.2 ダブル・テザー全体の残存率 ダブル・テザー全体における、結び目の個数を N （よって、結び目と結び目の間のループの個数は $N + 1$ ）とする．ダブル・テザーの各ループの高度差により、厳密にはスペース・デブリ環境に差があるが、差は十分小さいと仮定し、すべてのループが式 (29) の確率状態変数に従うとする．

時刻 t において、ダブル・テザーの任意のひとつのループが残存している確率は $X_2(t) + X_1(t)$ で与えられるので、 $N + 1$ 個のすべてのループが残存している確率は

$$(X_2(t) + X_1(t))^{N+1} \quad (31)$$

で求まる．次に、時刻 t において、任意のひとつの結び目が残存している確率は

$$X_{\text{knot}}(t) = X_{\text{knot}}(0) \exp[-R_{F\text{knot}}t] \quad (32)$$

で与えられるので、 N 個すべての結び目が残存している確

率は

$$(X_{\text{knot}}(t))^N \quad (33)$$

で求まる．したがって、ダブル・テザー全体の残存率は

$$(X_2(t) + X_1(t))^{N+1} (X_{\text{knot}}(t))^N \quad (34)$$

で与えられる．

3.2.3 $h \rightarrow \infty$ におけるダブル・テザーの残存率 西峯⁴⁾のように、ループを構成する 2 本のテザーをそれぞれ独立のシングル・テザーとして取り扱う手法は、Pardini ら¹⁸⁾によっても提案されている．この手法は、言い換えれば、2 本のテザーが形成するループの隙間を無限と仮定していることになる．これに対し、本論文では、前述のようにループの隙間を有限としている．実際問題として、ループの隙間の違いによってダブル・テザーの残存率がどのように変化するかを検討する際に、ダブル・テザーの残存率の最大値として参照できるように、ループの隙間を無限とする場合についても検討する．

ループの隙間が無限のとき、すべてのスペース・デブリは、この隙間よりも小さいと考えられる．よって、有効衝突断面積 $A_{20}(d)$ および $A_{21}(d)$ は、それぞれ式 (15) および式 (19) で評価される．ところが、式 (16) により $\theta_C = 0$ となるので、これを式 (15) および式 (19) に代入して評価すると

$$\begin{aligned} A_{20}(d) &= 0 \\ A_{21}(d) &= 2L_S(D_{TC} + d) = 2A_S(d) \end{aligned} \quad (35)$$

となる．したがって

$$\begin{aligned} R_{F20} &= 0 \\ R_{F21} &= 2R_{FS} (= 2R_{F10}) \end{aligned} \quad (36)$$

すなわち、ループの隙間を無限とすることは、2 本のテザーが同時に切断されないことを意味する．式 (36) を式 (29) および式 (30) に代入すると

$$\begin{aligned} X_2(t) &= X_2(0) \exp[-2R_{F10}t] \\ X_1(t) &= [X_1(0) + 2X_2(0)(1 - \exp[-R_{F10}t])] \\ &\quad \times \exp[-R_{F10}t] \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} X_2(t) + X_1(t) &= [X_1(0) + X_2(0)(2 - \exp[-R_{F10}t])] \\ &\quad \times \exp[-R_{F10}t] \end{aligned} \quad (38)$$

が得られる．なお、式 (38) を用いて得られるダブル・テザー全体の残存率は、Pardini ら¹⁸⁾によって得られたダブル・テザー全体の残存率¹⁸⁾と等価であることを付記しておく．

4. スペース・デブリ環境モデル

テザーのスペース・デブリに対する残存率を評価するためには、個々のスペース・デブリの質量、サイズ、材質、形状、速度といった物理特性を記述するモデルが必要となる．このようなモデルを工学モデルというが、米国航空宇

宙局 (NASA) の ORDEM 2000 と欧州宇宙機構 (ESA) の MASTER 2001 のふたつのモデルが現在幅広く利用されている。本論文でも、このふたつのモデルを用いてテザーの残存率を評価した。以下に、このふたつのモデルについて簡潔に説明する。

まず、ORDEM (Orbital Debris Engineering Model) についてであるが、これについてはベースとなっている Kessler モデルを説明した方がよからう。米国の宇宙ステーション計画が進捗する中、デブリ・フラックスの長期予測がどうしても必要であった。NASA ではそれまでに得られたデブリ環境のデータを取りまとめ、また、デブリ軌道の変化などにはある程度の数学的モデルを適用して、フラックスの統一的記述を試みた。これが Kessler モデルである。これには、軌道上物体のデータ (カタログに収録されたものと、収録待ちを含む)、地上設置望遠鏡・レーダの観測結果、Solar Maximum Mission Satellite や Long Duration Exposure Facility の回収表面の衝突痕分布などが反映されている。取り込まれたデータの性格上、このモデルは高度 2000 km 以下でしか有効でない。

米国スペース・シャトルの窓の衝突痕分布を Kessler モデルが低く見積もるようになったため、これを補正したのが ORDEM である。

次に MASTER (Meteoroid and Space Debris Terrestrial Environment Reference Model) であるが、MASTER では、過去の事象に基づき、スペース・デブリの生成原因ひとつひとつを記述する詳細モデルに基づいてスペース・デブリを生成して特定の軌道に配置し、それらの軌道の経年変化を計算して得られるスペース・デブリ環境から、時間、高度、デブリのサイズの関数としてのスペース・デブリのフラックスなどを計算している。組み込まれている生成原因としては、打上げ、爆発・衝突などの破碎だけでなく、固体ロケット燃焼時のアルミナ粒子の放出、ROSAT 衛星の冷却剤の放出、表面劣化によって剥離したペイント片といった破碎以外の生成原因も考慮されている。また、

Divine-Staubach 流星モデルや Jenniskens/McBride 流星雨モデルを組み込んで、宇宙塵も考慮できるようになっている。計算から得られる軌道環境は、観測から得られた軌道環境と比較することにより、デブリ生成原因の各種モードが過去の事象に基づいて適切に計算されているか、などを確認し、モデルの信頼性を高めている。

QTEX のミッション軌道は、高度 800 km、軌道傾斜角 98 度の太陽同期軌道で、2006 年夏期の打上げを目標に開発が進められている。この条件で MASTER-2001 と ORDEM 2000 を用いて得られたスペース・デブリ環境 (フラックス) を第 6 図に示す。MASTER-2001 には、Standard モードと Analyst モードのふたつのモードがあるが、本論文では後者の Analyst モードの結果を用いた。

低軌道におけるスペース・デブリの飛来方向は、一般に仰角が小さく、ほぼ水平方向から飛来することが分かっている。そのためフラックスを方位角のみの関数として考えてもよい。この場合、極座標にプロットしたフラックス分布は、進行方向に対して左右対称な蝶々形になることが知られている。テザーへの衝突確率を計算する際には、シングル・テザーは安定状態で鉛直方向に軸対称であるから、デブリのフラックスは方位角に関する平均値で考えてよい。ダブル・テザーでは進行方向に対する 2 本のテザーの配置によって衝突率が変化することになるが、テザーの巻き癖の影響や、両端衛星のヨー運動によって、容易に捻れを生じると予想されるので、テザー全長にわたって考えると、この場合も方位角の影響は平均化して取り扱ってもよい。

5. 計算結果

第 1 表に示すように、本論文でその残存率を評価するテザーの直径は 0.33 mm である。このテザーを用いて、第 3 図に示すようなダブル・テザーを構成した場合の残存率を評価する。また、ダブル・テザーの有効性を検討するために、ダブル・テザーと断面積 (あるいは質量) が同じとなる直径 0.47 mm のシングル・テザーの残存率についても評価する。なお、有効衝突断面積を評価するにあたり、 $D_{TC} = 0.7D_T$ および $d_C = D_T/3$ とする。すなわち、テザーの直径の 3 分の 1 以上のサイズのスペース・デブリの一端が、テザーの中心から $0.35D_T$ 以内に衝突したら、切断すると仮定する。

第 7 図および第 8 図は直径 0.47 mm のシングル・テザー (ST) の残存率 (図中の破線) と直径 0.33 mm のテザーで構成されるダブル・テザー (DT) の残存率 (図中の点線と実線) の時間変化を示している。点線はループの隙間がない場合、すなわち 2 本のテザーが離れずに接している場合 ($h/D_T = 1$) の残存率で、2 本のテザーが同時に切断される可能性が高いため、シングル・テザーの残存率と比較しても、あまり延命効果が現れていない。また、図中のシンボルは結び目の間隔の効果を示している。○、□、△はそれぞれ結び目の間隔が 5 m、10 m、100 m の残存率であるが、その効果はあまり見受けられない。一方、実線はループの隙間が無限に離れている場合 ($h/D_T = \infty$) の残存率であるが、この場合 2 本のテザーは同時に切断されることはな

第 6 図 デブリ・フラックス

第7図 シングル・テザー（ST）とダブル・テザー（DT）の残存率の時間変化（MASTER-2001）

第8図 シングル・テザー（ST）とダブル・テザー（DT）の残存率の時間変化（ORDEM 2000）

第9図 時間とループの隙間の関数としてのダブル・テザーの残存率の3次元プロット（MASTER-2001）

第10図 時間とループの隙間の関数としてのダブル・テザーの残存率の3次元プロット（ORDEM 2000）

第11図 ミッション開始30日後、60日後および90日後のダブル・テザー残存率におけるループの隙間の効果（MASTER-2001）

第12図 ミッション開始30日後、60日後および90日後のダブル・テザー残存率におけるループの隙間の効果（ORDEM 2000）

いので、かなりの延命効果が期待できる。また、結び目の間隔の効果も顕著に現れており、結び目の間隔が小さい程度延命効果が高くなることが分かる。

第9図および第10図は、時間とループの隙間の関数として、ダブル・テザーの残存率を3次元的にプロットしたものである。なお、結び目の間隔は5mである。本来は、第9図および第10図を用いてダブル・テザーを設計するのが最良と考えるが、ダブル・テザーの残存率におけるループの隙間の効果を詳細に検討するために、第9図および第10図からミッション開始30日後（図中の実線）、60日後（図中の破線）および90日後（図中の点線）のダブル・テザーの残存率を取り出して、ループの隙間の関数として再プロットしたのが第11図および第12図で、結び目の間隔が10mと100mのダブル・テザーの残存率も一緒にプロットしてある。MASTERのスペース・デブリ環境を用いて計算した第11図では、ループの隙間がテザー直径の約25倍以上となると、ループの隙間の効果が見られなくなる。本論文では、テザーの直径を0.33mmとしているので、ループの隙間が約8mm以上であれば、ループの隙間が無限の場合の残存率と同じ結果になる。現実問題として、この程度の隙間は、2本のテザーの一方を長くすることによって、対応可能である。ORDEMのスペース・デブリ環境を用いて計算した第12図では、ループの隙間がテザー直径の約80倍（約25mm）以上とならなければ、ループの隙間の効果がなくならないが、工学的に対応可能な隙間であると考えられる。

6. 結 言

本論文では、ダブル・テザーの残存率の評価において、ダブル・テザーのループを構成する 2 本のテザーをそれぞれ独立のシングル・テザーとして取り扱う手法と異なり、ループを構成する 2 本のテザーが同時に切断される可能性を考慮した新しい手法を確立した。また、この手法を九州大学で開発中の小型テザー衛星 QTEX に適用し、MASTER-2001 と ORDEM 2000 のふたつのスペース・デブリ環境モデルを用いて、その残存率を評価した。その結果、以下の知見が得られた。

1) ループ数が十分多く、またループの隙間が十分に大きいダブル・テザーを採用すれば、かなりの延命効果が期待できる。

2) 用いるスペース・デブリ環境モデルにより残存率がかなり異なる。MASTER-2001 を用いた結果では高い残存率を示した一方、ORDEM 2000 を用いた結果では小さい残存率を示した。

本論文では、ダブル・テザーのループを構成する 2 本のテザーそれぞれに有効衝突断面積を考え、ふたつの有効衝突断面積が重なる部分においてのみ、2 本のテザーが構成するループの隙間によらず、2 本のテザーが同時に切断されると仮定している。この仮定では、2 本のテザーが十分に離れており、1 本目のテザーを切断したスペース・デブリ（あるいは 1 本目のテザーに衝突した際に気化・液化したスペース・デブリとテザーの断片）が、すでに 2 本目のテザーを切断するエネルギーを有しない場合でも、2 本のテザーは同時に切断されることになる。つまり、本論文の仮定では、ダブル・テザーの残存率を過小に見積もることは明らかである。逆に、1 本目のテザーに衝突した際に気化・液化したスペース・デブリとテザーの断片がある広がりを持って 2 本目のテザーに衝突することを考えると、たとえエネルギーが分散されたとしても、2 本目のテザーは広く損傷を受け、本論文の仮定よりも切断され易いかもしれない。この場合は、ダブル・テザーの残存率を過大に見積もることになる。ダブル・テザーを対象にした超高速衝突の実験例が全くない現状では、信頼できる軌道上残存率の評価法は無いと言っても過言ではない。残存率評価の信頼度を向上させるためにも、ダブル・テザーを対象にした超高速衝突実験を検討したい。

本研究の一部は、日本学術振興会科学研究費補助金基盤研究 (S) 課題番号 15106013 の支援の下実施されたことを付記するとともに感謝の意を表す。

参 考 文 献

- 1) Beletskii, V. V. and Levin, E. M.: Dynamics of Space Tether Systems, *Adv. Astronaut. Sci.*, **83** (1993), pp. 267–322.
- 2) Tanaka, Y., Kawamura, T., Hirayama, H. and Yasaka, T.: The Dynamics of Inter-Orbital Elevator Verification Satel-

- lite, Paper ISTS 2004-d-19, 24th International Symposium on Space Technology and Science, Miyazaki, Japan, 2004.
- 3) Forward, R. L., Hoyt, R. P. and Uphoff, C.: Application of the Terminator Tether Electrodynamic Drag Technology to the Deorbit of Constellation Spacecraft, AIAA Paper 98-3491, AIAA/ASME/SAE/ASEE 34th Joint Propulsion Conference, Cleveland, OH, 1998.
- 4) 西峯明子: テザーへのデブリの衝突解析, 平成 12 年度九州大学学士論文, 2001.
- 5) Nishimine, A.: Debris Collision Analysis for Tethers, Proceedings of the 23rd International Symposium on Space Technology and Science, Matsue, Japan, 2002, pp. 2524–2529.
- 6) 大石 篤: テザーを用いた De-Orbit におけるスペース・デブリ衝突解析に関する研究, 平成 15 年度九州大学学士論文, 2004.
- 7) Pardini, C.: Overview of Space Tether Applications: State-of-the-Art Knowledge and Tools, Proceedings of the 21st IADC Plenary Meeting, ISRO on CD-ROM, Bangalore, India, 2003.
- 8) Pardini, C.: De-Orbiting Spacecraft with Electrodynamic Tether Devices, Proceedings of the 21st IADC Plenary Meeting, ISRO on CD-ROM, Bangalore, India, 2003.
- 9) Pardini, C.: Potential Benefits and Risks of Using Electrodynamic Tethers for End-of-Life De-Orbit of LEO Spacecraft, Proceedings of the 21st IADC Plenary Meeting, ISRO on CD-ROM, Bangalore, India, 2003.
- 10) Ooishi, A., Hirayama, H., Hanada, T., Yasaka, T., Pardini, C. and Anselmo, L.: Assessment of Collision Risk to Electrodynamic Tether Used for De-Orbiting, Paper IAC-04-IAA.5.12.5.09, 55th International Astronautical Congress, Vancouver, Canada, 2004.
- 11) Hirayama, H., Oishi, A., Hanada, T. and Yasaka, T.: Survivability of Double Tether for 'QTEX,' Paper COSPAR 04-A-03704, 35th COSPAR Scientific Assembly, Paris, France, 2004.
- 12) 西原秀信: 超小型衛星 D-TES の開発—システム設計—, 平成 9 年度九州大学修士論文, 1998.
- 13) 坂本祐二, 中村揚介, 高木 望, 重松公平, 大林泰隆: 超小型テザー衛星 QUEST (Kyushu-U.S. Experimental Satellite Tether) の開発計画, 第 43 回宇宙科学技術連合講演会講演集, 1999, pp. 1365–1370.
- 14) Nakamura, Y. and Carlson, H.: The Kyushu/US Experimental Satellite Tether (QUEST) Mission—a Small Satellite to Test and Validate Spacecraft Tether Deployment and Operations—, Proceedings of the 14th AIAA/USU Conference on Small Satellite, 2000, pp. 315–327.
- 15) Takaki, N., Carlson, H., Nakamura, Y., Obayashi, Y., Sakamoto, Y., Shigematsu, K., Hirayama, H., Egan, L., Mottola, M., Wolfe, J., Reed, H., Kitts, C. A. and Yasaka, T.: The Kyushu/US Experimental Satellite Tether (QUEST) Mission—a Small Satellite to Test and Validate Spacecraft Tether Deployment and Operations—, Proceedings of the 22nd International Symposium on Space Technology and Science, Morioka, Japan, 2000, pp. 2336–2341.
- 16) Kuwahara, T., Yasaka, T., Hanada, T., Hirayama, H., Sakamoto, Y. and Itahashi, T.: Kyushu University Micro-Satellite QTEX Project, Paper IAC-04-IAA.4.11.5.06, 55th International Astronautical Congress, Vancouver, Canada, 2004.
- 17) 板橋孝昌, 平山 寛, 八坂哲雄: 超小型テザー衛星 QTEX (1) プロジェクト概要, 第 48 回宇宙科学技術連合講演会講演集, 2004, pp. 819–824.
- 18) Pardini, C., Anselmo, L., Hanada, T. and Hirayama, H.: Assessing the Vulnerability to Debris Impacts of Electrodynamic Tethers during Typical De-Orbiting Missions, Paper SPACE 2005-A-00009, 4th European Conference on Space Debris, Darmstadt, Germany, 2005.