横荷重下における FRP 積層構造の損傷進展予測^{*1}

Prediction of Damage Extension in Laminated Structures under Transverse Loads

前 場 豊^{*2}・胡 寧^{*2}・福 永 久 雄^{*2}
Yutaka ZEMBA, Ning HU and Hisao FUKUNAGA

Key Words: Cohesive Interface Model, Laminate, Delamination, Finite Element Analysis

Abstract: In this paper, to deal with the complex damage propagations in various composite structures under quasi-static transverse loads, a numerical simulation methodology based on the three-dimensional (3D) finite element method is proposed. In this numerical model, two categories of damage patterns existing in composite structures under transverse loads are tackled independently. First, a stress-based criterion is adopted to deal with the first category, i.e. various in-plane damages, such as fiber breakage, transverse matrix cracking etc. Second, a bi-linear cohesive interface model is employed to deal with the second category, i.e., interface damages, such as delaminations. Also, to remove the numerical instability when using the cohesive model, we propose a simple and useful technique, where the move-limit in the cohesive zone is built up to restrict the displacement increments of nodes in the cohesive zone after the occurring of delaminations. This numerical model is further applied to various composite structures, such as 2D laminated plates and 3D laminated shells under the transverse loads. A lot of information is provided for understanding the propagation mechanisms of various damages in composite structures.

1. 緒 言

繊維強化複合材料 (FRP) の損傷には繊維破断, マトリックスクラック, マトリックス圧縮破壊などの面内破壊と層間はく離があり, これらの破壊を予測するために従来から数多くの研究が行われている。例えば面内破壊については Chang-Chang 応力破壊基準¹⁾ が広く知られている。この破壊基準では面内方向に働く応力によって損傷の有無を判定するため, 板厚が十分に薄くない場合など面外方向の応力が大きい場合はその影響を正しく評価できない。そこで Hou ら²⁾ は, 面内破壊に対して板厚方向に働くせん断力も考慮した新しい破壊基準を提案している。

主要な損傷パターンである層間はく離については Brewer と Lagace³⁾ は層間はく離の応力破壊基準を提案しているが, Davies と Zhang⁴⁾ は, 応力破壊基準でははく離の開始は予測できるが, はく離サイズを正しく予測することは困難であるとしている。一方で Kamiya ら⁵⁾ は, 各層を二次元平板でモデル化しき裂先端のエネルギー解放率を見積もり, これが限界値を超えた場合に層間の拘束を解放することによって平板のはく離形状をシミュレーションする方法を提案している。この方法ではき裂先端前後の応力とひずみ分布の差を利用してエネルギー解放率を見積もるため, 初期はく離の設定が重要となる。

層間はく離の進展を予測する別の方法として, 層間のインターフェースに結合力のあるコヒーシブ要素 (Cohesive Element) を用いる手法が広く研究されている⁶⁾。この要素の最大の特徴は, 初期はく離の位置やはく離伝播方向があらかじめ分からない場合でもはく離の開始や伝播を予測可能なことにあるが, しばしば数値的な不安定現象が生じることも分かっている^{7, 8)}。コヒーシブ要素は大きく分けて層間にバネ要素を配置するモデルとソリッド要素を配置するモデルがあり, 間島と末益^{9, 10)} はソリッド要素を用いる方が要素サイズが大きくてもより安定した解析が可能であることを示している。また, Gao と Bower¹¹⁾ ははく離時の解放エネルギーを消散するために陰解法に一種の人工減衰を導入し, 解析の安定化をはかっている。

一方で, この不安定性はコヒーシブ要素の剛性がはく離によって急落し, 少ない外力増加に対して極めて大きな変位増加を招いて計算が発散してしまうことが要因であるため, 剛性の急落を避けるために低いコヒーシブ要素剛性や層間強度を用いることで不安定性を軽減することができる⁸⁾。しかし, 低すぎる剛性や層間強度でははく離が始まる前からコヒーシブ要素の軟化の影響が大きく現れ, 初期勾配に誤差を生じやすい。さらに, これまでの多くの研究でメッシュサイズを細かくすると滑らかな損傷進展解析が可能であることも分かっているが⁷⁾, 細かい要素サイズは計算コストを増大させることになる。

これらの背景により, 従来の研究では DCB や二次元問題での検討例が多く, 三次元要素を用いたモデルや, 繊維

^{*1} © 2006 日本航空宇宙学会

平成 17 年 10 月 11 日原稿受理

^{*2} 東北大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻

破断, マトリックスクラック, マトリックス圧縮破壊, 層間
 はく離を同時に考慮した計算例はまだ少ない。そこで, 本
 研究ではすべての破壊モードを考慮し, 計算コストを増大
 させることなく安定した損傷進展解析が可能な, 三次元要
 素を用いた解析モデルを提案する。繊維破断, マトリック
 スクラック, マトリックス圧縮破壊などの面内破壊につい
 ては応力破壊基準を用い, これらの面内破壊によって計算が
 不安定にならないための適用手法を示す。また, 特に不安
 定性の主要因となる層間のはく離については, 既に著者ら¹²⁾
 は DCB モデルについて要素サイズやコヒーシブ要素の材
 料特性が数値不安定性に与える影響を示し, はく離先端の
 コヒーシブ要素に対し Gao ら¹¹⁾ の減衰効果を陽解法に拡
 張した手法と, 急激な変位増加に対して変位抑制効果を導
 入し数値安定化をはかる手法を提案し, 特に変位抑制効果
 に基づく手法は損傷の進展を妨げることなく高い数値安定
 性を示すことを明らかにした。

本研究では, 前報¹²⁾ でモード I のはく離進展問題に適
 用した変位抑制効果に基づく手法を, モード I~III の混合
 モードではく離進展問題に拡張して不安定性の低減に有
 効であることを示す。この解析モデルを板やシェルといっ
 た代表的な構造に適用して, 面内破壊と層間のはく離が同
 時に作用する複雑な損傷進展を予測する。

2. 解析手法

2.1 有限要素法 損傷進展のシミュレーションにはニュ
 ートン・ラブソン法を用いた陰解法よりも非平衡力の繰り
 返し計算が不要な中央差分法が広く用いられており¹³⁻¹⁵⁾,
 本論文でもそれを採用する。定式化した運動方程式は次式
 で与えられる。

$$M\ddot{u}_n + C\dot{u}_n + p_n = f_n \quad (1)$$

ここで M は質量マトリックス, C は減衰マトリックス,
 P_n は内力, f_n は外力である。また, 変位ベクトルは次式
 で与えられる。

$$u_{n+1} = \left(M + \frac{\Delta t}{2} C \right)^{-1} \left[(\Delta t)^2 (-p_n + f_n) + 2Mu_n - \left(M - \frac{\Delta t}{2} C \right) u_{n-1} \right] \quad (2)$$

また, 内力は次式で表される。

$$p_n = \sum_{i=1}^{NE} k_n^i (u_n^i) u_n^i \quad (3)$$

NE は全要素数, k_n^i は n ステップにおける各要素の剛性
 マトリックスであり, 損傷の進展によってコヒーシブ要素
 の剛性マトリックスが更新される。

中央差分法は繰り返し計算が不要であるという利点があ
 るが, 時間ステップを小さく刻まなければならないため計
 算時間が増大する欠点がある。本研究で取り扱う損傷解析
 は準静的な問題であるので, 損傷が生じるまでは静的解析

第1図 面内破壊モード

を行い, その後中央差分に切り替えることとする。要素に
 ついては, メッシュの分割形状に依存しにくく, 大変形解
 析にも有効である Hu-Washizu 理論に基づいた三次元の変
 位・応力のハイブリッド要素を用いる¹⁶⁾。

2.2 面内破壊基準 繊維破断, マトリックスクラック,
 マトリックス圧縮破壊については第1図に示す Hou ら²⁾ の
 応力破壊基準を適用する。本論文では, 要素の各積分点に
 おいて下式の条件を満たすときに損傷が進展したものと
 して材料定数を低減する。ただし, 三次元要素の厚みがゼロ
 となって大変形解析が不安定にならないように厚み方向の
 剛性の低減は行わない。また, 一度面内破壊を生じた点に
 対して, 圧縮応力下では樹脂の剛性が残るものとした。各
 面内破壊モードの判定基準を下式に示す。

・繊維破断の場合:

$$e_f^2 = \left(\frac{\sigma_{11}}{X_T} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{S_f^2} \right)^2 \geq 1 \quad (4)$$

のとき, 材料定数を下式のように更新する。

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{\min}, \text{ (if } \sigma_{11} \text{ is tensional stress)} \\ E_1 &= E_{\text{polymer}}, \text{ (if } \sigma_{11} \text{ is compressive stress)} \\ E_2 &= E_{\min} \\ \nu_{ij} &= \nu_{\min} \quad (i, j = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (5)$$

・マトリックスクラックの場合 ($\sigma_{22} \geq 0$):

$$e_{mc}^2 = \left(\frac{\sigma_{22}}{Y_T} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{23}}{S_{m23}} \right)^2 \geq 1 \quad (6)$$

のとき, 材料定数を下式のように更新する。

$$\begin{aligned} E_2 &= E_{\min}, \text{ (if } \sigma_{22} \text{ is tensional stress)} \\ E_2 &= E_{\text{polymer}}, \text{ (if } \sigma_{22} \text{ is compressive stress)} \\ \nu_{12} &= \nu_{\min} \\ G_{12} &= G_{\min} \end{aligned} \quad (7)$$

・マトリックス圧縮破壊の場合 ($\sigma_{22} < 0$):

$$e_{mr}^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{\sigma_{22}}{S_{12}} \right)^2 + \frac{Y_C^2 \sigma_{22}}{4S_{12}^2 Y_C} - \frac{\sigma_{22}}{Y_C} + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}} \right)^2 \geq 1 \quad (8)$$

のとき，材料定数を下式のように更新する．

$$\begin{aligned} E_2 &= E_{\min}, \text{ (if } \sigma_{22} \text{ is tensional stress)} \\ E_2 &= E_{\text{polymer}}, \text{ (if } \sigma_{22} \text{ is compressive stress)} \quad (9) \\ \nu_{12} &= \nu_{\min} \end{aligned}$$

ここで，

e_f : 繊維破断の破壊判定パラメータ
 e_{mc} : マトリックスクラックの破壊判定パラメータ
 e_{mr} : マトリックス圧縮破壊の破壊判定パラメータ
 X_T : 繊維方向引張強度
 Y_T : 繊維直角方向の引張強度
 Y_C : 繊維直角方向の圧縮強度
 S_{12} : 繊維方向-繊維直角方向のせん断強度
 S_f : 繊維破断を伴うせん断強度
 S_{m23} : マトリックスクラックに対する厚さ方向-厚さ直角方向のせん断強度

$E_{\min}$, $G_{\min}$, $\nu_{\min}$ は各破壊モードで損傷したと判定された場合に更新される材料定数であり，適当に小さな値をとる． E_{polymer} は一度面内破壊と判定された要素が圧縮応力下にある場合に用いられる樹脂の剛性である．本論文では $E_{\min} = 10.0 \text{ MPa}$, $G_{\min} = 5.0 \text{ MPa}$, $\nu_{\min} = 1.0 \times 10^{-6}$, $E_{\text{polymer}} = 3.0 \text{ GPa}$ としたが，著者らの計算によると多少異なる値を用いても計算結果に与える影響は小さい．

また，1つの時間ステップで多くの点が一度に(4)式，(6)式，(8)式を満たす場合，広い範囲で急激に剛性が低下するため数値不安定を引き起こす可能性がある．そこで，数値不安定を避けるため以下の条件を考慮する．今，1つの時間ステップ内における全積分点での破壊判定パラメータの最大値を下式のように定義する．

$$\begin{aligned} e_f^{\max} &= \max\{e_f^i\}, \quad e_{mc}^{\max} = \max\{e_{mc}^i\}, \\ e_{mr}^{\max} &= \max\{e_{mr}^i\} \end{aligned} \quad (10)$$

ここで $i = 1 \sim NGI$ ， NGI は全要素の全積分点数であり，既に破壊した点は除く．次に，全積分点の中で破壊判定パラメータの高い積分点を下式により抽出する．

$$\begin{aligned} e_f^i &> 1.0 \text{ and } (e_f^i - 1.0)/(e_f^{\max} - 1.0) > (1.0 - de) \\ e_{mc}^i &> 1.0 \text{ and } (e_{mc}^i - 1.0)/(e_{mc}^{\max} - 1.0) > (1.0 - de) \\ e_{mr}^i &> 1.0 \text{ and } (e_{mr}^i - 1.0)/(e_{mr}^{\max} - 1.0) > (1.0 - de) \end{aligned} \quad (11)$$

ここで， de は面内破壊とみなす範囲を定める定数で，本論文では 0.3 とした．(11) 式はある時間ステップで最も破壊の可能性が高い点及びその de の範囲にある点（本論文では最大破壊判定パラメータから 30% の範囲にある点）の剛性だけをまず低下させ，次の時間ステップで応力の再分配を考慮するためのものである．また中央差分法においては $\omega_{\max}$ を損傷前の最大角振動数とすると，時間ステップは $\Delta t = 2/\omega_{\max}$ で与えられ，一般に $1 \times 10^{-7} \text{ sec}$ 以下と極めて小さい．従って破壊判定パラメータが 1 を越えたにも

第 2 図 コヒーシブ要素

かわらず (11) 式によって損傷を除外された点についても，次の時間ステップで応力を再分配され再度損傷の判定が行われるので，面内破壊の進展を阻害する可能性は小さい．これによって，すべての積分点で同時に破壊し計算が中断するという現象を防ぐとともに面内破壊進展中の応力の再分配を考慮することができ，安定かつ精度よく面内破壊をシミュレーションできる．

2.3 コヒーシブ要素 層間はく離をシミュレーションするために，第 2 図に示すような層間に初期厚さゼロの 8 節点コヒーシブ要素を配置し，はく離進展とともに剛性を低下させるモデルを用いる⁶⁾．このコヒーシブ要素の構成方程式は層間に生ずる変位と伝達荷重の関係から導かれ，以下のように考える．

変形の全くない状態から荷重を負荷すると，初期厚さがゼロであったコヒーシブ要素に変形が生じる．このときコヒーシブ要素内の上面・下面の相対変位を水平面内に分解した変位を δ_1 , δ_2 ，それに直交する方向に分解した変位を δ_3 とすると， δ_3 はモード I 方向の開口変位， δ_2 , δ_1 はモード II, III 方向の変位を表す（これらを有効変位と呼ぶ）．また，モードが混合している状態での有効変位は次式で表される．

$$\delta_m = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2} \quad (12)$$

ここで，

$$\langle x \rangle = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases}$$

また，はく離による破壊パラメータ d を下式のように定義する．

$$d = \frac{\delta_m^f (\delta_m^{\max} - \delta_m^0)}{\delta_m^{\max} (\delta_m^f - \delta_m^0)}, \quad d \in [0, 1] \quad (13)$$

ここで， $\delta_m^{\max}$ は時間経路上の最大の混合モード有効変位， δ_m^0 は軟化が始まる有効変位， δ_m^f は完全にはく離する有効変位で，それぞれモード I～モード III の層間強度 N , S , T と破壊靱性 $G_{IC} \sim G_{IIIC}$ ，及び初期剛性を表すパラメータ K によって決まる値である．コヒーシブ要素の特性は，モード I のみ，またはモード II・III のみの場合，それぞれ第 3 図に示すような双一次の関係がある．混合モードにおけるコヒーシブ要素の剛性 k は，ひずみ-変位マトリックス B ，応力-ひずみマトリックス D ，その成分を D_{ij} とす

ると下式で表される．

$$k = \int B^T D B d\Gamma \quad (14)$$

$$D_{ij} = \begin{cases} \bar{\delta}_{ij} K & (\delta_m^{\max} \leq \delta_m^0) \\ \bar{\delta}_{ij} \left[(1-d)K + K d \bar{\delta}_{i3} \frac{\langle -\delta_3 \rangle}{-\delta_3} \right] & (\delta_m^0 < \delta_m^{\max} < \delta_m^f) \\ \bar{\delta}_{i3} \bar{\delta}_{3j} \frac{\langle -\delta_3 \rangle}{-\delta_3} K & (\delta_m^{\max} \geq \delta_m^f) \end{cases} \quad (15)$$

$\bar{\delta}_{ij}$: Kronecker delta for $(i, j = 1 \sim 3)$

2.4 変位抑制による数値不安定の軽減 はく離進展時に数値不安定になるとき，はく離進展とともにコヒーシブ要素の剛性が急速に低下して伝達荷重が突然解放されることにより，コヒーシブ要素の節点が急激に変位する．そこでこの急激な節点変位を抑制することで数値不安定を防ぐ．簡単にモード I における変位抑制モデルを第 4 図に示す．コヒーシブ要素の節点が図に示す固定壁を越える場合は強制的に節点を固定壁まで戻すこととし，この固定壁の幅の半分 Q^i は下式のように定義する．

$$Q^i = \alpha V_L \Delta t \quad (16)$$

ここで， i は 3 つの軸方向を示し， V_L は荷重条件として与えた節点の変位速度である． α は変位制限幅を制御する変位抑制パラメータである．なお，既に完全にはく離したコヒーシブ要素については固定壁を設定しない．

第 3 図 コヒーシブ要素の材料特性

第 4 図 変位抑制効果

また，計算が安定する条件は 1 つの時間ステップで外力のなす仕事のコヒーシブ要素で解放されるエネルギーより大きい場合であり，これを定式化すると次式となる．

$$\sum_{i=1}^{NF} F_i V_L \Delta t \geq \sum_{i=1}^{NEC} \left(\frac{1}{2} \Delta u_1^2 K + \frac{1}{2} \Delta u_2^2 K + \frac{1}{2} \Delta u_3^2 K \right) A_i \quad (17)$$

ここで， K はコヒーシブ要素の剛性パラメータ， F_i は外力， Δu_i は 1 つの時間ステップでのコヒーシブ要素の各節点の変位量， NF は外力を加えた節点の総数で， NEC はコヒーシブ要素の総数である．簡単のため 3 つの方向の相対変位が同一である場合を考えると，

$$\Delta u = \Delta u_1 = \Delta u_2 = \Delta u_3 \quad (18)$$

さらに，コヒーシブ要素の上下面の絶対変位が符号対称で同一であると仮定し，その量の絶対値を $\Delta u_c = \alpha V_L \Delta t$ とすると，

$$\Delta u = 2 \Delta u_c = 2 \alpha V_L \Delta t \quad (19)$$

となる．(17) ~ (19) 式より， α は次式のように定義できる．

$$\alpha = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{NF} F_i V_L \Delta t / \sum_{i=1}^{NE} 6 K A_i}}{V_L \Delta t} \quad (20)$$

なお上記で導いた α においては，現在の時間ステップ内における構造のひずみエネルギーと運動エネルギーの増分の影響は小さいものとして無視している．

(20) 式で定めた変位抑制幅は，数値不安定時の物理的の意味を持たない急激な変位増加を抑制しつつ，かつ，はく離進展による変位増加に対しては何ら拘束しない効果を持つ．本手法が十分な数値安定効果を発揮できるとともに，はく離進展を妨げないことについては文献 12) にて検証している．

3. 板の計算結果

第 5 図に示す板を対象に，数値計算と文献 5) の実験値との比較を行う．90 mm × 90 mm の GFRP 積層板， $[0_{10}/90_{10}]_S$ の単純支持板に集中荷重を載荷した．解析モデルは対称性を考慮し 1/4 モデルとした．また，集中荷重は貫通を防ぐため中央 0.5 mm 角の範囲で載荷する．要素サイ

第 5 図 GFRP 板解析モデル

ズは荷重点近傍で $0.5\text{ mm} \times 0.5\text{ mm}$ 、中央部から 35 mm 角の範囲は $2.0\text{ mm} \times 2.0\text{ mm}$ 、その外側は 5 mm 刻み、厚さ方向には各層で1分割である。積層材の弾性定数、及びコヒーシブ要素の材料定数、面内破壊パラメータは第1表に示す。弾性定数については初期勾配を実験値⁵⁾と整合させるため多少の調整を行っている。コヒーシブ要素の破壊靱性については文献5)の解析で使用した混合モードのエネルギー解放率は $G_C = 0.4\text{ kJ/m}^2$ であり、また過去の研究^{17, 18)}から得られている $0.2 \sim 0.9\text{ kJ/m}^2$ という値を考慮し、本計算例では $G_{IC} = 0.2\text{ kJ/m}^2$ 、 $G_{IIC} = G_{IIIC} = 0.6\text{ kJ/m}^2$ とした。モード I~III の層間強度⁷⁾は $N = 20.0\text{ MPa}$ 、 $S = T = 35.5\text{ MPa}$ とし、面内破壊パラメータは Hou らの文献²⁾の値を引用したが、繊維破断に関するパラメータ X_T 、 S_f についてのみ、本モデルの材質が GFRP であることを考慮して調整を行っている。

荷重点の変位と荷重の関係を実験値⁵⁾とともに第6図に示す。まず、荷重が 1200 N のとき荷重点直下に小さい繊維破断が発生し荷重が若干低下する(A点)。それとともに荷重点側の層間及び荷重反対側の層間に小さいはく離が発生

第1表 GFRP 板モデルの材料特性

Elastic constants of lamina	
$E_1 = 37.9\text{ GPa}$, $E_2 = E_3 = 9.67\text{ GPa}$,	
$G_{12} = G_{13} = G_{23} = 3.72\text{ GPa}$,	
$\nu_{12} = 0.0855$, $\nu_{13} = 0.296$, $\nu_{23} = 0.40$, $\rho = 1620\text{ kg/m}^3$	
Material properties of cohesive element	
$N = 20.0\text{ MPa}$, $S = T = 35.5\text{ MPa}$, $K = 2.0 \times 10^4\text{ N/mm}^3$,	
$G_{IC} = 0.2\text{ kJ/m}^2$, $G_{IIC} = G_{IIIC} = 0.6\text{ kJ/m}^2$	
Damage parameters for in-plane failure	
$X_T = 900\text{ MPa}$, $Y_T = 74\text{ MPa}$, $Y_C = 237\text{ MPa}$,	
$S_{12} = 64\text{ MPa}$, $S_f = 190\text{ MPa}$, $S_{m23} = 64\text{ MPa}$	

(a) 荷重履歴

(b) はく離形状

第6図 GFRP 板解析結果

する。続いて、荷重点反対側の層にマトリックスき裂が繊維方向に沿って進展すると同時にゆっくりとコヒーシブ要素の軟化領域が大きくなるが、完全にはく離する領域が発生するまでははく離・軟化ともに急速に広がることはない。荷重が 2000 N に達すると、すでに軟化した領域の中で完全にはく離する部分が発生し、その後は比較的速くはく離領域が広がることによって荷重勾配もさらに緩やかになる。はく離形状について、図中 B 点では荷重反対側において約 1 cm 程度の小さなはく離が発生し、その後ははく離は徐々に速く進展していく。荷重 2500 N 付近の C 点ではピーナツ状のはく離が 0 度方向に約 4 cm 、 90 度方向に約 2 cm まで広がっており、実験値⁵⁾とほぼ一致する。

この結果から、変位抑制効果による数値安定化手法はモード I~III のはく離が混合するような場合でも適用できることが分かり、また本解析で用いた面内破壊とはく離を考慮した解析モデルが妥当であることが分かる。

4. シェルの計算結果

4.1 分布荷重下におけるシェルの損傷進展 第7図に示す CFRP 円筒に分布荷重を載荷したモデルを対象に、数値計算と実験値¹⁹⁾との比較を行う。積層構成は第2表に示す Case 1~3 の $[15_9/-15_9]_S$ 、 $[30_9/-30_9]_S$ 、 $[45_9/-45_9]_S$ とし、要素は円周方向に全周 200 分割、長手方向に 2 分割、厚さ方向には各層で 1 分割である。材料は T300/#2500 とし、各材料定数を第3表に示す。コヒーシブ要素の破壊靱性 $G_{IC} \sim G_{IIC}$ は板と同様の値を使用するものとし、面内破壊パラメータについては文献2)にある CFRP の値とした。荷重点の変位と荷重の関係を実験値¹⁹⁾とともに第8図に

第7図 CFRP シェル解析モデル

第2表 積層構成と荷重条件

Case No.	Fiber angle	Load type	L (mm)	r (mm)	t_1 (mm)	t_2 (mm)
1	$[15_9/-15_9]_S$	distributed	30.0	32.8	1.125	2.250
2	$[30_9/-30_9]_S$	distributed	30.0	32.8	1.125	2.250
3	$[45_9/-45_9]_S$	distributed	30.0	32.8	1.125	2.250
4	$[90_8/0_4]_S$	distributed	10.0	25.0	1.000	1.000
5	$[90_8/0_4]_S$	concentrated	68.4	35.0	1.000	1.000
6	$[0_8/90_4]_S$	concentrated	68.4	35.0	1.000	1.000

第3表 CFRP 円筒モデルの材料特性

Elastic constants of lamina	
$E_1 = 118.0 \text{ GPa}$, $E_2 = E_3 = 8.35 \text{ GPa}$,	
$G_{12} = G_{13} = 4.0 \text{ GPa}$, $G_{23} = 3.0 \text{ Pa}$,	
$\nu_{12} = 0.0183$, $\nu_{13} = 0.25$, $\nu_{23} = 0.45$, $\rho = 1444 \text{ kg/m}^3$	
Damage parameters for in-plane failure	
$X_T = 2070 \text{ MPa}$, $Y_T = 74 \text{ MPa}$, $Y_C = 237 \text{ MPa}$,	
$S_{12} = 64 \text{ MPa}$, $S_f = 120 \text{ MPa}$, $S_{m23} = 64 \text{ MPa}$	

第8図 CFRP シェル解析結果, Case 1~3

第9図 CFRP シェル結果, 分布荷重 $[90_8/0_4]_S$ Case 4)

示す。図中には面内破壊と、はく離の初期段階である軟化の開始点を記した。各積層構成において、荷重点の内側において軽微なマトリックスクラックが発生し、その付近の層間が軟化を始める。マトリックスクラック及び層間のはく離は急速に進展するのではなく、荷重点付近から徐々に軟化領域を拡大しながらコヒーシブ要素の剛性も徐々に低下し荷重勾配が緩やかになる。また、繊維配向角が大きく剛性の高い円筒ほど、より小さい変形ではく離が発生する傾向がある。そこで、第9図には Case 4, $[90_8/0_4]_S$ の円筒に同様の分布荷重を載荷した結果を示す。この場合、剛性が緩やかに低下するのではなく面内破壊が生じる前に A 点で層間のはく離が発生し、かつはく離は内側の層間に急速に広がる (B 点)。これは実験値において繊維配向角が大きいモデルでは面内破壊が生じる前にはく離が発生したとする考察と同様の傾向である。なお、この結果から、数値安定

(a) 荷重履歴

(b) はく離形状 (B 点)

(c) はく離形状 (C 点)

第10図 CFRP シェル結果, 集中荷重 $[90_8/0_4]_S$ Case 5)

化のために導入した変位抑制効果は緩やかにはく離進展する場合だけでなく、急激に進展するはく離についても損傷を妨げることなく適用できることが分かる。

4.2 集中荷重下の損傷進展解析 次に集中荷重下を載荷した場合の CFRP 円筒の解析例を示す。第7図に示したモデルに対し、積層構成は第2表の Case 5, 6 の $[90_8/0_4]_S$ 及び $[0_8/90_4]_S$ 、対称性を考慮して 1/8 モデルで解析を行う。要素サイズは荷重点から 45° の範囲で周方向約 1.8 mm, 45° 以降で約 3.6 mm, Z 方向は荷重点から 18 mm の範囲で 1.8 mm, それ以降は 5.4 mm, いずれも厚さ方向には各層で 1 分割である。各材料定数は第3表と同様とする。また、面内破壊が層間のはく離に及ぼす影響を見るため、層間のはく離と面内破壊すべての破壊モードを考慮した解析と、層間のはく離だけを考慮した解析を行った。

$[90_8/0_4]_S$, Case 5 の結果を第10図に示す。図中に示した各破壊モードはその損傷が生じ始めた箇所を示しており、一度損傷が生じるとその後は断続的に発生する。面内破壊を考慮した場合、最初に荷重点で小さな繊維破断が生じ外側の層間が緩やかに軟化を始める。この損傷によって剛性が低下し、荷重勾配は緩やかになる。次にマトリックスクラックが荷重点の内側に少しずつ生じ始めると、内側の層間にもはく離が発生する。約 1100 N に到達するまでは外側及び内側の層間ともにはく離の進展は緩やかであるが、A 点を過ぎると面内破壊を繰り返しながら急速にはく離面積を拡大し、荷重勾配もさらに緩やかになる。また、同じ荷重点変位 (B・C 点) においては面内破壊を考慮しない方

(a) 荷重履歴

(b) はく離形状 (B 点)

(c) はく離形状 (C 点)

第 11 図 CFRP シェル結果, 集中荷重 ($[0_8/90_4]_S$ Case 6)

が外側のはく離面積は大きく, 内側のはく離はほとんど発生しない。これは, 面内破壊による剛性低下がないため荷重が大きいため, 及び内側にマトリックスクラックが生じないと内側のはく離は発生しにくく, 主に外側の層間にはく離に対して仕事が費やされるためと考えられる。

$[0_8/90_4]_S$, Case 6 の結果を第 11 図に示す。面内破壊を考慮した場合, まず荷重点内側にマトリックスクラックが生じ, 続いて外側及び内側の層間で小さいはく離が発生する。その後荷重点で小さい繊維破断を生じながら, ゆっくりとはく離が進展する。荷重が 1200 N (A 点) に到達するまでは, はく離の進展が緩やかなため荷重勾配の低下も緩やかであるが, それを過ぎると主に内側の層間で急速にはく離面積を拡大し荷重勾配はさらに緩やかになる。また, 同じ荷重点変位 (B・C 点) においては, はく離の形状はいずれも板モデルとほぼ同様のピーナツ状に近いはく離形状であるが, 面内破壊を考慮した方が考慮しない場合に比べて特に内側のはく離面積が大きい。これは, $[0_8/90_4]_S$ のモデルでは構造全体の変形が大きく, 一番内側の 0° 層に曲げによるマトリックスクラックが進展しやすいことが要因と考えられる。一番内側の 0° (繊維方向は Z 軸方向) の層には, 曲げによるマトリックスクラックが, 中央から繊維方向に沿って円筒端部にまで到達する直線状に発生している。この内側 0° 層の曲げクラックによって一番内側の層は大きく曲げ変形を生じ, 中央 90° 層と一番内側 0° 層の相対変位が増加するため, 内側の層間ではく離が大きく進展している。

これらの結果から, はく離形状やはく離の大きさは面内破壊の発生が大きく寄与していることが分かる。はく離は面内破壊が生じなくても発生, 進展するが, 面内破壊によってはく離が誘発あるいは進展が早まること分かる。これは面内破壊による剛性の低下によって, 付近のコヒーシブ要素の有効変位が大きくなり, より低い荷重でもはく離が進展しやすくなるためと考えられる。また, 本解析モデルによって面内破壊と層間にはく離が相互に及ぼす影響も再現できていることが分かる。

5. 結 言

本研究では, 繊維破断, マトリックスクラック, マトリックス圧縮破壊などの面内破壊と層間にはく離といった積層構造の主要な破壊モードをすべて考慮した三次元解析モデルを提案した。面内破壊については応力破壊基準を用い, 中央差分法に適用するための詳細な手法を示した。また, 層間にはく離についてはコヒーシブ要素を用いる上で問題となる数値不安定性に対して, 既に筆者らが提案した変位抑制効果を採用し, この手法が面内破壊とともに混合モードではく離する場合においても適用できることを示した。

これによって, 従来要素サイズを非常に細くしなければ対応できなかった損傷進展解析を, 計算コストを増大させることなく安定して解析することが可能となり, 板及びシェルといった様々な構造形状に対し全破壊モードを考慮した複雑な損傷進展を予測することが可能となった。

なお, 本研究では準静的問題での損傷進展予測について検討したが, 運動エネルギーの増分を考慮した適切な変位抑制幅の見積りは困難であるため, 準静的に限らず衝撃荷重下で適用可能な数値安定化手法に発展させることが今後の課題である。

参 考 文 献

- 1) Chang, F. and Chang, K.: A Progressive Damage Model for Laminated Composites Containing Stress Concentrations, J. Compos. Mater., **24** (1987), pp. 834–855.
- 2) Hou, J. P., Petrinic, N., Ruiz, C. and Hallett, S. R.: Prediction of Impact Damage in Composite Plates, Compos. Sci. Technol., **60** (2000), pp. 273–281.
- 3) Brewer, J. C. and Lagace, P. A.: Quadratic Stress Criterion for Initiation of Delamination, J. Compos. Mater., **22** (1988), pp. 1141–1155.
- 4) Davies, G. A. O. and Zhang, X.: Impact Damage Prediction in Carbon Composite Structures, Int. J. Impact Eng., **16** (1995), pp. 149–170.
- 5) Kamiya, S., Sekine, H. and Yagishita, Y.: Computational Simulation of Interlaminar Crack Extension in Angle-Ply Laminates Due to Transverse Loading, J. Compos. Mater., **32** (1998), pp. 744–765.
- 6) Camanho, P. P. and Davila, C. G.: Mixed-Mode Decohesion Finite Elements for the Simulation of Delamination in Composite Materials, NASA/TM-2002-211737, 2002, pp. 1–37.
- 7) Goncalves, J. P., de Moura, M. F., de Castro, P. T. and Marques, A. T.: Interface Element Including Point-to-Surface Constraints for Three-Dimensional Problems with Damage Propagation, Eng. Comput., **17** (2000), pp. 28–47.
- 8) Mi, Y., Crisfield, M. A. and Davis, G. A. O.: Progressive Delamination Using Interface Element, J. Compos. Mater., **32** (1998), pp. 1246–1272.

- 9) 間島 理, 末益博志: 複合材料積層板中の多重層間はく離伝播挙動の非線形有限要素解析, 日本複合材料学会誌, **26** (2000), pp. 219–226.
- 10) Majima, O. and Suemasu, H.: An Interface Element with Continuous Traction to Analyze Delamination Propagation, *Adv. Compos. Mater.*, **14** (2005), pp. 165–179.
- 11) Gao, Y. F. and Bower, A. F.: A Simple Technique for Avoiding Convergence Problems in Finite Element Simulations of Crack Nucleation and Growth on Cohesive Interfaces, *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.*, **12** (2004), pp. 453–463.
- 12) 前場 豊, 胡 寧, 福永久雄: コヒーシブ要素を用いた層間はく離シミュレーションにおける数値安定化, 日本複合材料学会誌, **32** (2006), pp. 67–75.
- 13) Zuo, Q. H., Addessio, F. L., Dienes, J. K. and LewisReddy, M. W.: A Rate-Dependent Damage Model for Brittle Materials Based on the Dominant Crack, *Int. J. Solid Struct.*, **31** (1997), pp. 812–831.
- 14) Soo, A. L., Aspinwall, D. K. and Dewesa, R. C.: 3D FE Modelling of the Cutting of Inconel 718, *J. Mater. Proc. Technol.*, **150** (2004), pp. 116–123.
- 15) Reddy, Jr. E. D., Mello, F. J. and Guess, T. R.: Modeling the Initiation and Growth of Delaminations in Composite Structures, *J. Compos. Mater.*, **31** (1997), pp. 812–831.
- 16) Cao, Y. P., Hu, N., Lu, J., Fukunaga, H. and Yao, Z. H.: A 3D Brick Element Based on Hu-Washizu Variational Principle for Mesh Distortion, *Int. J. Numer. Eng.*, **53** (2002), pp. 2529–2548.
- 17) Shi, Y. B., Hull, D. and Price, J. N.: Mode II Fracture of $+\theta/-\theta$ Angled Laminate Interfaces, *Compos. Sci. Technol.*, **47** (1993), pp. 173–184.
- 18) Hwu, C., Kao, C. J. and Chang, L. E.: Delamination Fracture Criteria for Composite Laminates, *J. Compos. Mater.*, **29** (1995), pp. 1962–1987.
- 19) Nishiwaki, T., Yokoyama, A., Maekawa, Z., Hamada, H. and Mori, S.: A Quasi-Three-Dimensional Lateral Compressive Analysis Method for a Composite Cylinder, *Compos. Struct.*, **32** (1995), pp. 293–298.