ゲインスケジューリングを用いた高アスペクト比翼の能動フラッタ制御^{*1} Active Flutter Suppression of a High-Aspect-Ratio Aeroelastic Using Gain Scheduling

藤 森 篤^{*2}・三 浦 恭 平^{*3}・松 下 洸^{*4}

Atsushi FUJIMORI, Kyohei MIURA and Akira MATSUSHITA

Key Words: Active Flutter Suppression, Gain Scheduling, LMI

Abstract: This paper presents a control design of gain scheduling controllers for active flutter suppression (AFS) in which the closed loop system is stabilized in the operating region specified in advance. The AFS system of a high-aspect-ratio wing is represented by a linearly interpolated polytopic model whose varying parameter is the dynamic pressure. The gain scheduling controller in this paper consists of a regulator and a full-order observer which are scheduled by the varying parameter. Linear matrix inequalities for designing the gains of the regulator and the observer are separately derived in the frame of the $\mathcal{H}_2$ optimization. The control performance and the characteristics of the designed gain scheduling controllers are evaluated in comparison with fixed $\mathcal{H}_2$ controllers which are designed with the same design parameters. As the result, the gain scheduling controllers may be inferior to the fixed controller at local regions, but are superior to the fixed controllers for the entire operating region.

1. 緒 言

航空機における能動フラッタ抑止 (active flutter suppression: AFS) は、翼の構造剛性強化による重量増加を招くことなく、フラッタを抑止しようとするものであり、能動制御技術の 1 つとして以前から注目されている¹⁻¹⁰⁾。AFS は空力弾性と制御がかかわる境界的な問題であり、古くは空力弾性学のバイブル的な図書^{11, 12)} によってその概念が紹介され、空力、構造、制御などの多方面からこれまでに多くの研究がなされてきた。文献 5) では空力弾性翼のエネルギーに着目した定性的な検討、文献 6) ではデルタ翼に対して低次元で高精度なモデル構成法を示している。また、フラッタ抑止の制御方法に関する研究として、最適 (LQG) 制御、 $\mathcal{H}_\infty$ 制御、 μ などのロバスト制御による方法⁸⁾、リカレントニューラルネットワーク^{2-4, 8)}、可変構造モデル規範型適用制御⁹⁾ などの有効性を二次元断面翼や高アスペクト比翼を対象として、様々な飛行環境条件下で検討されている。さらに文献 10) では、パイロンなどが付加された翼に発生する Wing/Store フラッタに対する能動制御が扱われている。

著者らもこれまで、矩形翼や高アスペクト比翼を対象としてモデル同定¹³⁾、フラッタ振動解析¹⁴⁾、AFS 制御系設計^{2, 13-16)} などの検討を試みてきた。以前の研究¹³⁾ では、高アスペクト比翼の遷音速域の AFS に関して、空気力のモデ

ル表現を風洞実験を介することにより改善を図り、それに基づいて動圧変化によるモデル化誤差に対してロバストとなる制御器を $\mathcal{H}_\infty$ 制御法によって設計して、その制御効果を数値計算および風洞実験で検証した。その結果、フラッタ動圧を上昇することは可能であるが、その上昇量は数値計算では 22%、風洞実験では 12% に留まった。これは、設計された制御器が流れの動圧の上昇に対して安定余裕が少ないことにより、流れの動圧が制御器を設計した動圧 (設計点) よりも大きくなるとすぐに不安定化してしまうことが 1 つの原因であった。逆に、設計点を高めに設定して設計した制御器はハイゲイン化する傾向があった。ハイゲイン化した制御器の使用においては、防ぎきれない微小なノイズや外乱が制御ループに混入することによって操舵面の発振を誘発してしまうため、実際には AFS 制御に用いることができなかった¹³⁾。このことは、制御器ゲインに実質的な制約があることを意味している。したがって、制御器設計の設計点を高めに設定すれば見込めるフラッタ動圧の上昇は高まるが操舵面が発振するリスクが高まる、一方、設計点を低めに設定すれば発振は回避されるであろうがフラッタ動圧の上昇は見込めない。すなわち、フラッタ動圧を向上させるために制御器の設計点をどこに設定したらより効果があるのかが明確になっていない。

そこで、本論文は上記のジレンマを軽減する AFS 制御系として、予め設定した動圧変動範囲に対して安定性と性能を保証するゲインスケジューリング制御について検討する。ゲインスケジューリング制御で設定する動圧範囲は固定ゲイン制御での設計点ほど直接制御結果に影響してこないであろうことが予想される。なぜなら、動圧の変動に応じて

^{*1} © 2007 日本航空宇宙学会

平成 18 年 4 月 11 日原稿受理

^{*2} 山梨大学大学院医学工学総合研究部機械システム工学専攻

^{*3} 静岡大学大学院理工学研究科機械工学専攻

^{*4} 福井大学大学院工学研究科機械工学専攻

設計された制御器特性は滑らかに変化するからである．本研究の制御対象である高アスペクト比翼においては，制御器をゲインスケジューリング化することにより，動圧が低い箇所では低ゲインで動圧が大きくなるにしたがって高ゲインとなるような制御器特性となるであろうことが予想され，その結果，固定ゲイン制御よりもフラッタマージンが確保し易くなると期待できる．本論文では，制御対象は遷音速域での高アスペクト比翼を動圧を可変パラメータとする線形パラメータ可変（linear varying parameter : LPV）システムとみなし，これを予め定めた動圧範囲を安定化する出力フィードバック制御器を， $\mathcal{H}_2$ コストを最小化する線形行列不等式（linear matrix inequality : LMI）⁷⁾ に基づいたゲインスケジューリング法によって設計する．同じ設計仕様を使って $\mathcal{H}_2$ 制御法¹⁸⁾ によって設計された固定ゲイン制御器との比較を通じて，ゲインスケジューリング制御の有効性をフラッタ動圧の上昇量，制御性能コスト，モデル化誤差などによって評価する．AFS 制御問題に対するゲインスケジューリング制御法の適用例としては，文献 19, 20) などに見られる．そこでは，線形分数表現（linear fractional transformation : LFT）を用いた LPV システムとして低次元近似された制御対象を表現して， μ 設計およびパラメータ依存型の $\mathcal{L}_2$ ゲインを評価関数とするゲインスケジューリング制御器を設計している．本論文では，より厳密な高次元制御対象モデルを用いて制御器設計を試みる．制御器設計においては線形補間型のポリトープモデルで近似表現したモデルを用いているが，そのモデル誤差を ν ギャップ距離²¹⁾ によって評価しながらモデルの妥当性およびロバスト安定性を評価している．また本論文では，同一次元オブザーバをベースとしたゲインスケジューリング制御器構造を採用することにより一度に解くべき LMI 変数の数を大幅に低減し，高次元系に対する LMI の求解性を改善している．

2. 高アスペクト比翼の線形モデル

本研究で考える高アスペクト比翼を第 1 図に示す．この翼は民間航空機の翼形状をスケールダウンさせたもので，翼スパン長は 1043 [mm]，翼根でのコード長が 369 [mm]，翼端では 101 [mm]，約 17 [deg] の後退角が付けられている．翼の状態を測定するセンサは，曲げや捩りを計測するために 7 個所に歪ゲージが張られている．また，4 箇所に加速度計を取り付けている．制御舵面として，前縁舵面 δ_1 と後縁舵面 δ_2 を装備しており，翼に内蔵されている 2 つの高性能の AC サーボモータによりそれぞれ独立に駆動することができる．本研究では，制御舵面として後縁舵面のみを用いる．また，AFS 制御器設計では加速度計 a_2 を翼の出力として使用する．

翼の弾性変形を N 個の振動モード $\xi \in \mathcal{R}^N$ と後縁舵面 δ_2 によって表現すると，高アスペクト比翼の空力弾性方程式は

$$M\ddot{\xi}(t) + D\dot{\xi}(t) + K\xi(t) + S\ddot{\delta}_2(t) = F(q) \quad (1)$$

と表せる^{2, 22)}．ただし， $M, D, K \in \mathcal{R}^{N \times N}$ は主翼部

第 1 図 高アスペクト比翼

の質量行列，減衰行列および剛性行列である． $S \in \mathcal{R}^{N \times 1}$ は制御舵面の質量行列， $F(q) \in \mathcal{R}^N$ は翼の運動に伴う非定常空気力ベクトルで動圧 q の関数である．

高アスペクト比翼の線形モデルを得るためには，式 (1) 右辺の空気力 $F(q)$ を， ξ や δ_2 に関して線形となるように近似しなければならない．本研究は DPM (Doublet Point Method)²³⁾ で求めた空気力を次式によって近似する．

$$F(q) = A_{2\xi}\ddot{\xi} + A_{2\delta}\ddot{\delta}_2 + \sqrt{q}A_{1\xi}\dot{\xi} + \sqrt{q}A_{1\delta}\dot{\delta}_2 + qA_{0\xi}\xi + qA_{0\delta}\delta_2 + d \quad (2)$$

$$\dot{d} = \Lambda d + q^{3/2}B_{0\xi}\xi + q^{3/2}B_{0\delta}\delta_2 \quad (3)$$

$A_{i\xi}, A_{i\delta}, B_{0\xi}, B_{0\delta}$ は空気力係数行列， $d \in \mathcal{R}^N$ は非定常空気力の遅れを表す補助変数， $\Lambda \in \mathcal{R}^{N \times N}$ はその時定数を集めた行列である．

舵面の駆動系のダイナミクスは次の 2 次系モデル

$$\ddot{\delta}_2 + 2\zeta\omega_n\dot{\delta}_2 + \omega_n^2\delta_2 = \omega_n^2\delta_c \quad (4)$$

で与えられる．また，加速度計の出力に対するアンチ・エリアッシング・フィルタと A/D 変換の時間遅れのダイナミクスを考慮する必要がある．それらを 1 次系モデル

$$G_f(s) = \frac{\omega_f}{s + \omega_f} \quad (5)$$

$$G_d(s) = \frac{s - \omega_d}{s + \omega_d} \quad (6)$$

で与える．式 (1) ~ (6) をまとめると，高アスペクト比翼は

動圧 q を可変パラメータとする 1 入力 1 出力 $3N + 4$ 次元の LPV システム

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_p(t) \\ a_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p(q) & B_p(q) \\ C_p(q) & D_p(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p(t) \\ \delta_c(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$x_p(t) \triangleq [\xi^T \ \delta \ \dot{\xi}^T \ \dot{\delta} \ d^T \ \eta^T]^T \in \mathcal{R}^{3N+4}$$

と表現できる． $\eta \in \mathcal{R}^2$ は $G_f(s)$ と $G_d(s)$ を状態空間で表現した際の状態変数である．より詳細な状態空間表現モデル導出の説明は，文献 22) を参照されたい．

3. ゲインスケジューリング制御系設計

本節では，AFS のためのゲインスケジューリング出力フィードバック制御器の設計を示す．制御器設計の拘束条件が LMI で表現されれば，内点法などを用いた LMI ソルバを用いることにより原理的には解が求められる¹⁷⁾．しかしながら，LMI 変数の数の増加にともなって解の探索領域が拡大することにより計算時間が増大し，結果的に求解が困難なケースが起こり易くなる．前節で示したように，AFS システムは一般に高次元となり易い．そこで本研究では，同一次元オブザーバをベースとしたゲインスケジューリング制御器構造を用いる．設計すべき制御器パラメータは制御ゲインとフィルタゲインであり，それぞれ独立な LMI 条件によって設計できる． $\mathcal{H}_\infty$ 制御など^{24, 25)} に比べて，一度に解くべき LMI 変数の数を大幅に低減できる．なお，制御ゲインとフィルタゲインの設計では，固定ゲイン制御における最適レギュレータおよび最適オブザーバの簡単な設計プロセスを利用するため， $\mathcal{H}_2$ コストの最適化問題の LMI 条件を考える．ただし，本研究での $\mathcal{H}_2$ コストは動圧に依存するため，最適化においては $\mathcal{H}_2$ コストを動作範囲に渡る積分値を考える．これはすなわち，動作範囲全体に渡る最適化を考慮したゲインを求めることを意味している．

3.1 制御対象とゲインスケジューリング制御器 AFS 制御器設計のための制御対象を次式の LPV システムとして与える．

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ z(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(q(t)) & B_1(q(t)) & B_2(q(t)) \\ C_1(q(t)) & 0 & D_{12}(q(t)) \\ C_2(q(t)) & D_{21}(q(t)) & D_{22}(q(t)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$x \in \mathcal{R}^{n_x}$ は状態変数， $z \in \mathcal{R}^{n_z}$ は制御量， $y \in \mathcal{R}^{n_y}$ は観測出力， $w \in \mathcal{R}^{n_w}$ は外部信号， $u \in \mathcal{R}^{n_u}$ は制御入力である．式 (8) は高アスペクト比翼モデル (7) のほかに，周波数整形のための周波数依存重み，設計パラメータなどを含んで構成されている．動圧 $q(t)$ は時間 t に依存する．その動作範囲は

$$q(t) \in [\underline{q}, \bar{q}], \quad \dot{q}(t) \in [\underline{\omega}, \bar{\omega}] \quad (9)$$

である．LPV システム (8) においては，動作範囲 (9) において，(i) $(A(q), B_2(q))$ は可安定， $(C_2(q), A(q))$ は可検出であること，(ii) $\text{rank } D_{12}(q) = n_u$ ， $\text{rank } D_{21}(q) = n_y$ が

成立するものとする．

一方，式 (8) に対するゲインスケジューリング制御器を次式で与える．

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c(t) \\ u(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_c(q) & H(q) \\ -F(q) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c(t) \\ y(t) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$A_c(q) \triangleq A(q) - B_2(q)F(q) - H(q)(C_2(q) - D_{22}(q)F(q)) \quad (11)$$

$F(q)$ は制御ゲイン， $H(q)$ はフィルタゲイン， $x_c \in \mathcal{R}^{n_x}$ は制御器の状態変数で x の推定値をも意味する．

制御系設計目的は，LPV システム (8) を動作範囲 (9) において安定化するゲインスケジューリング制御器 (10) を設計することである．このことは， $A(q) - B_2(q)F(q)$ と $A(q) - H(q)C_2(q)$ が安定行列であれば，式 (10) を式 (8) に代入した閉ループ系の安定性は保証される．よって， $F(q)$ と $H(q)$ は独立して設計できる．3.3, 3.4 節では， $\mathcal{H}_2$ コスト最適化をベースとした LMI 条件を満たすように $F(q)$ と $H(q)$ をそれぞれ設計する．

3.2 制御対象のポリトープモデル LPV システム (8) の各行列には，動圧 q に関して $q^{1/2}$ ， q ， $q^{3/2}$ に依存した項が含まれているので q に関してアフィンになっていない． $q^{1/2}$ ， q ， $q^{3/2}$ をそれぞれ独立な可変パラメータとみなして LFT 表現を用いるなどしてゲインスケジューリング制御器を設計することも考えられるが，ここではより簡単な方法として複数の線形時不変 (linear time invariant: LTI) モデルを用いた補間によって式 (8) の各行列を近似表現したポリトープモデルを構成することを考える．動作範囲 (9) において r 個の固定した動作点を次式のように選択する．

$$\underline{q} \leq q_1 < \cdots < q_r \leq \bar{q} \quad (12)$$

$q = q_i$ を式 (8) に代入したものは， i 番目の動作点近傍を表す局所的な LTI モデルである．これらの局所 LTI モデル間を線形補間することによって，可変パラメータの動作範囲全体を表すモデルを構成する．すなわち，式 (8) の各行列を次式のように与える．

$$\begin{bmatrix} A(q) & B_1(q) & B_2(q) \\ C_1(q) & 0 & D_{12}(q) \\ C_2(q) & D_{21}(q) & D_{22}(q) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^r \mu_i(q) \begin{bmatrix} A_i & B_{1i} & B_{2i} \\ C_{1i} & 0 & D_{12i} \\ C_{2i} & D_{21i} & D_{22i} \end{bmatrix} \quad (13)$$

ただし， $\mu_i(q)$ は補間関数であり，次式で与える．

$$\mu_1(q) = \begin{cases} 1 & (q \in [\underline{q}, q_1]) \\ \phi(q; q_2, q_1) & (q \in [q_1, q_2]) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (14a)$$

$$\mu_i(q) = \begin{cases} \phi(q; q_{i-1}, q_i) & (q \in [q_{i-1}, q_i]) \\ \phi(q; q_{i+1}, q_i) & (q \in [q_i, q_{i+1}]) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (14b)$$

$$(i = 2, \dots, r-1)$$

$$\mu_r(q) = \begin{cases} \phi(q; q_{r-1}, q_r) & (q \in [q_{r-1}, q_r]) \\ 1 & (q \in [q_r, \bar{q}]) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (14c)$$

$$\phi(x; a, b) \triangleq \frac{x-a}{b-a} \quad (15)$$

この $\mu_i(q)$ は,

$$0 \leq \mu_i(q) \leq 1 \quad (i = 1, \dots, r) \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^r \mu_i(q) = 1 \quad (17)$$

を満たす．本論文では，式 (13) を用いた式 (8) を線形補間型ポリトープモデルと呼ぶ．

3.3 $F(q)$ の設計 $F(q)$ は状態フィードバックゲインとして設計することができる．したがって，式 (8) において $y = x$ ($C_2 = I$, $D_{21} = 0$, $D_{22} = 0$) とし，

$$u(t) = -F(q)x(t) \quad (18)$$

を式 (8) に代入した閉ループ系

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_F(q) & B_1(q) \\ C_F(q) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$A_F(q) \triangleq A(q) - B_2(q)F(q),$$

$$C_F(q) \triangleq C_1(q) - D_{12}(q)F(q)$$

の $\mathcal{H}_2$ コストを全動作範囲 (9) に渡って積分したものを最小化するように設計する．これを行列不等式で表現すると

$$\inf_{F, P, W} \int_{\underline{q}}^{\bar{q}} \text{tr} W(q) dq \quad \text{subject to}$$

$$\begin{bmatrix} P(q) & P(q)B_1(q) \\ (*) & W(q) \end{bmatrix} > 0, \quad (20a)$$

$$\begin{bmatrix} \text{He}(P(q)A_F(q)) + \dot{q} \frac{dP}{dq} & (*) \\ C_F(q) & -I_q \end{bmatrix} < 0 \quad (20b)$$

となる．ただし， $\text{He}(A) \triangleq A + A^T$ ， $(*)$ は対称要素の転置であることを意味する． $P(q) > 0$ はパラメータ依存の Lyapunov 変数である．行列不等式 (20) を有限個の LMI とするために，以下の操作を行う．まず， $X(q) \triangleq P^{-1}(q)$ ， $M(q) \triangleq F(q)X(q)$ と変数変換する． $A(q)$ ， $B_1(q)$ ， $B_2(q)$ ， $C_1(q)$ ， $D_{12}(q)$ は式 (13) を用いる．また， $X(q)$ ， $M(q)$ ， $W(q)$ も同様の線形補間によって与える．すなわち，

$$X(q) = \sum_{i=1}^r \mu_i(q) X_i \quad (21)$$

$$M(q) = \sum_{i=1}^r \mu_i(q) M_i \quad (22)$$

$$W(q) = \sum_{i=1}^r \mu_i(q) W_i \quad (23)$$

とする．さらに， dP/dq は

$$\frac{dP}{dq} = -X^{-1} \frac{dX}{dq} X^{-1} \quad (24)$$

$$\frac{dX}{dq} \simeq \frac{X_{i+1} - X_i}{q_{i+1} - q_i} \triangleq \frac{\Delta X_i}{\Delta q_i} \quad \text{for } q \in [q_i, q_{i+1}] \quad (25)$$

と近似できる．行列不等式 (20) の左右から $\text{diag}\{X, I\}$ を掛けて式 (13)，(21) ~ (23) の線形補間表現を用いると，行列不等式 (20) の十分条件として次の LMI 条件が導ける．

$$\inf_{M_i, X_i, W_i} \sum_{i=1}^{r-1} \text{tr}(W_i \Delta q_i) \quad \text{subject to} \quad \begin{bmatrix} X_i & B_{1i} \\ (*) & W_i \end{bmatrix} > 0 \quad (i = 1, \dots, r), \quad (26a)$$

$$\begin{bmatrix} \text{He}(A_i X_i - B_{2i} M_i) - \omega \frac{\Delta X_i}{\Delta q_i} & (*) \\ C_{1i} X_i D_{12i} M_i & -I_q \end{bmatrix} < 0, \quad (26b)$$

$$\begin{bmatrix} \text{He}(A_j X_j - B_{2j} M_j) - \omega \frac{\Delta X_j}{\Delta q_j} & (*) \\ C_{1j} X_j D_{12j} M_j & -I_q \end{bmatrix} < 0, \quad (26c)$$

$$\begin{bmatrix} \text{He}(A_i X_j - B_{2i} M_j + A_j X_i - B_{2j} M_i) - 2\omega \frac{\Delta X_i}{\Delta q_i} & (*) \\ C_{1i} X_j - D_{12i} M_j + C_{1j} X_i - D_{12j} M_i & -2I_q \end{bmatrix} < 0 \quad (i = 1, \dots, r-1, \quad j = i+1), \quad \omega = \underline{\omega}, \quad \bar{\omega} \quad (26d)$$

上記を満たす M_i ， X_i ， W_i ($i = 1, \dots, r$) が見つかったとき， $F(q)$ は次式で求められる．

$$F(q) = \left(\sum_{i=1}^r \mu_i(q) M_i \right) \left(\sum_{i=1}^r \mu_i(q) X_i \right)^{-1} \quad (27)$$

3.4 $H(q)$ の設計 状態変数の推定誤差を e とする．すなわち，

$$e(t) \triangleq x(t) - x_c(t) \quad (28)$$

式 (8)，(10) より，誤差システムは次式で与えられる．

$$\dot{e}(t) = A_H(q)e(t) + B_H(q)w(t) \quad (29)$$

$$A_H(q) \triangleq A(q) - H(q)C_2(q),$$

$$B_H(q) \triangleq B_1(q) - H(q)D_{21}(q)$$

$H(q)$ の設計は，誤差システム (29) の $\mathcal{H}_2$ コストを動作範囲 (9) に渡って積分したものを最小化するように設計する．これを行列不等式で表現すると

$$\inf_{H, Q, V} \int_{\bar{q}}^q \text{tr} V(q) dq \quad \text{subject to} \quad \begin{bmatrix} Q(q) & (*) \\ Q(q) & V(q) \end{bmatrix} > 0, \quad (30a)$$

$$\begin{bmatrix} \text{He}(A_H(q)Q(q)) + \dot{q} \frac{dQ}{dq} & B_H(q) \\ (*) & -I_r \end{bmatrix} < 0 \quad (30b)$$

となる． $Q(q) > 0$ はパラメータ依存の Lyapunov 変数である． $F(q)$ の設計と同様に，行列不等式 (30) を有限個の LMI とするための操作を行う． $Y(q) \triangleq Q^{-1}(q)$ ， $N(q) \triangleq Y(q)H(q)$ と変数変換し， $Y(q)$ ， $N(q)$ ， $V(q)$ を次の線形補間によって与える．

$$Y(q) = \sum_{i=1}^r \mu_i(q) Y_i \quad (31)$$

$$N(q) = \sum_{i=1}^r \mu_i(q) N_i \quad (32)$$

$$V(q) = \sum_{i=1}^r \mu_i(q) V_i \quad (33)$$

dQ/dq の近似は，式 (24)，(25) と同様である．行列不等式 (30) の左右から $\text{diag}\{Y, I\}$ を掛けて式 (13)，(31) ~ (33) の線形補間表現を用いると，(30) の十分条件として次の LMI 条件が導ける．

$$\inf_{N_i, Y_i, V_i} \sum_{i=1}^{r-1} \text{tr}(V_i \Delta q_i) \quad \text{subject to} \quad \begin{bmatrix} Y_i & (*) \\ C_{1i} & V_i \end{bmatrix} > 0 \quad (i = 1, \dots, r), \quad (34a)$$

$$\begin{bmatrix} \text{He}(Y_i A_i - N_i C_{2i}) - \omega \frac{\Delta Y_i}{\Delta q_i} & Y_i B_{1i} - N_i D_{21i} \\ (*) & -I_r \end{bmatrix} < 0, \quad (34b)$$

$$\begin{bmatrix} \text{He}(Y_j A_j - N_j C_{2j}) - \omega \frac{\Delta Y_i}{\Delta q_i} & Y_j B_{1j} - N_j D_{21j} \\ (*) & -I_r \end{bmatrix} < 0, \quad (34c)$$

$$\begin{bmatrix} \text{He}(Y_i A_j - N_i C_{2j} + Y_j A_i - N_j C_{2i}) - 2\omega \frac{\Delta Y_i}{\Delta q_i} & Y_i B_{1j} - N_i D_{21j} + Y_j B_{1i} - N_j D_{21i} \\ (*) & -2I_r \end{bmatrix} < 0 \quad (i = 1, \dots, r-1, \quad j = i+1), \quad \omega = \underline{\omega}, \quad \bar{\omega} \quad (34d)$$

上記を満たす N_i ， Y_i ， V_i ($i = 1, \dots, r$) が見つかったとき， $H(q)$ は次式で求められる．

$$H(q) = \left(\sum_{i=1}^r \mu_i(q) Y_i \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^r \mu_i(q) N_i \right) \quad (35)$$

4. 数値シミュレーション

前節で示したゲインスケジューリング制御器設計を，高アスペクト比翼の数値モデルに適用する．同様の設計パラメータを用いて $\mathcal{H}_2$ 制御法で設計した固定ゲイン制御器の性能と比較する．

4.1 AFS システムと設計パラメータ 高アスペクト比翼の弾性変形は，低周波から 4 つの振動モードを考慮した．その固有振動数を第 1 表に示す．AFS システム (7) は，したがって $3N+4 = 16$ 次元となる．アクチュエータ (4) の特性パラメータは， $\omega_n = 50\pi$ [rad/s]， $\zeta = 0.7$ ，式 (5)，(6) の遮断周波数をそれぞれ $\omega_f = 75\pi$ [rad/s]， $\omega_d = 1000\pi$ [rad/s] と与えた．

制御器設計のための LPV システム (8) を，以下のようにして構成した．まず，ノイズや非モデル化弾性モードの影響が低減するため，閉ループ系の周波数特性に -40 [dB/dec] 以上のロールオフ特性を持たせるように，次式の 2 次系の周波数依存重みを付加した．

$$W_o(s) = \frac{\omega_o^2}{(s + \omega_o)^2}, \quad \omega_o = 20\pi \text{ [rad/s]} \quad (36)$$

また，式 (8) の設計パラメータに関する行列を次式で与えた．

$$C_1(q) = \begin{bmatrix} I_{n_x} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_{12}(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ I_{n_u} \end{bmatrix}, \quad B_1(q) = \begin{bmatrix} 10I_{n_x} & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{21}(q) = \begin{bmatrix} 0 & I_{n_y} \end{bmatrix} \quad (37)$$

よって，LPV システム (8) の次元は， $n_x = 18$ ， $n_y = 1$ ， $n_u = 1$ ， $n_z = n_x + n_u = 19$ ， $n_w = n_x + n_y = 19$ となる．

4.2 AFS 制御器の設計と評価方法 上記の設計パラメータを用いて，ゲインスケジューリング制御器および固定ゲイン制御器を設計した．第 2 表に示す 3 種類のケースを試みた． q_F は開ループ系のフラッタ動圧を意味し， $q_F = 25.4$ [kPa] である．表中の値は q_F で除した値を示している．ゲインスケジューリング制御器設計においては，第 2 表に示した動作点を選択して線形補間ポリトープモデルを構成し，3.3，3.4 節で示した LMI を数値的に解くことにより $F(q)$ ， $H(q)$ を設計し，ゲインスケジューリング制御器 (10) を構成した．一方，固定ゲイン制御器設計では，第 2 表に示す設計点 q_d で LTI モデルを構成し，式 (37) の仕様を用いて $\mathcal{H}_2$ 最適化法¹⁸⁾ によって制御器を設計した． q_d を動作範囲の上限値とした理由は，本制御対象は動圧の上昇に対する安定余裕が動圧の減少に対するそれよりも低くなる傾向がある¹³⁾ ので，与えられた動作範囲をできるだけ安定化する固定ゲイン制御器を得るための措置である．

制御器設計に使用したモデルの評価として，(i) LPV システムと設計モデルとの ν ギャップ距離，制御性能評価として，(ii) 動作範囲における閉ループ系の $\mathcal{H}_2$ コスト，(iii) 閉ループ系のフラッタ動圧を調べた．また，制御器の特性評価として，(iv) ロバスト安定余裕，(v) 制御器の周波数

第1表 高アスペクト比翼の固有振動モード

振動モード	固有振動数 [Hz]
1st	13.1
2nd	35.7
3rd	44.6
4th	85.0

第2表 設計ケース

	動作範囲 [$\bar{q}/q_F, \bar{q}/q_F$], $\dot{q}/q_F$	線形補間ポリトープ モデル動作点 $\{q_i/q_F\}$	LTI モデル 設計点 q_d/q_F
Case-1	[1.0, 1.15], 0.15	{1.0, 1.15}	1.15
Case-2	[1.0, 1.4], 0.2	{1.0, 1.2, 1.4}	1.4
Case-3	[1.0, 1.5], 0.1	{1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5}	1.5

表中の動圧値は開ループ系のフラッタ動圧 q_F に対する比である．ただし， $q_F = 25.4$ [kPa]．

応答について調べた．ただし， ν ギャップ距離とロバスト安定余裕の定義は以下のとおりである．2つの LTI プラントモデルを伝達関数表現で $P_1(s)$, $P_2(s)$ と表す．このとき，両者間の ν ギャップ距離 $\delta_\nu(P_1, P_2)$ ，すなわち“モデルのずれ（誤差）”は次式で与えられる²¹⁾．

$$\delta_\nu(P_1, P_2) \triangleq \|(I + P_2 P_2^*)^{1/2} (P_2 - P_1) (I + P_1 P_1^*)^{1/2}\|_\infty \quad (38)$$

$\delta_\nu(P_1, P_2) \in [0, 1]$ であり，大きいほどモデル誤差が大きいことを意味する．一方，プラントモデル $P_1(s)$ を安定化する LTI 制御器の集合を $\Omega(P_1)$ と表記する．制御器 $K(s) \in \Omega(P_1)$ の安定余裕（ゲイン余裕） $b(P_1, K)$ は，次式のように定義される²¹⁾．

$$b(P_1, K) \triangleq \left\| \begin{bmatrix} K \\ I \end{bmatrix} (I - P_1 K)^{-1} \begin{bmatrix} -P_1 & I \end{bmatrix} \right\|_\infty^{-1} \quad (39)$$

$b(P_1, K) \in [0, 1]$ であり大きいほど安定度が高いことを意味する．この安定余裕の定義は，制御対象と制御器の伝達関数を正規既約分解で表現し，多変数系のナイキストの安定判別を適用して定義されたものである^{21, 26)}．これらを用いると，制御器 $K \in \Omega(P_1)$ が $K \in \Omega(P_2)$ となるための十分条件の1つは，

$$b(P_1, K) > \delta_\nu(P_1, P_2) \quad (40)$$

を満たすことである²¹⁾．これを本研究に適用するには，

$$\begin{aligned} P_2(s) &\rightarrow P_{lpv}(s, q) \\ P_1(s) &\rightarrow \begin{cases} P_{ti}(s) & (\text{固定ゲイン制御}) \\ P_{poly}(s, q) & (\text{ゲインスケジューリング制御}) \end{cases} \\ K(s) &\rightarrow \begin{cases} K_{fix}(s) & (\text{固定ゲイン制御}) \\ K_{gs}(s, q) & (\text{ゲインスケジューリング制御}) \end{cases} \end{aligned}$$

と置き換えればよい．ただし， $P_{lpv}(s, q)$ は可変パラメータが q での LPV システム， $P_{ti}(s)$ は固定ゲイン制御では設計点での LTI モデル， $P_{poly}(s, q)$ は線形補間ポリトープモデル， $K_{fix}(s)$ は固定ゲイン制御器， $K_{gs}(s, q)$ はゲインスケジューリング制御器である．

4.3 設計結果および考察 第2～4図に，動圧の変化に伴う ν ギャップ距離を示す．閉ループ系の $\mathcal{H}_2$ コストの変化を示す．固定ゲイン制御器設計で用いた LTI モデルは，動圧が設計点を外れると ν ギャップ距離が急激に増大するが，線形補間型ポリトープモデルではどのケースでも最高

(a) 固定ゲイン制御

(b) ゲインスケジューリング制御

第2図 ν ギャップ距離と安定余裕，Case-1

0.11 未満に抑えられている．このことから，線形補間型ポリトープモデルは LPV システムの妥当な近似モデルであるといえる．同図には安定余裕も示されている．線形補間型ポリトープモデルを用いたゲインスケジューリング制御系は，動作範囲全体に渡ってロバスト安定条件 (40) が満たされている．

第5～7図に，動圧の変化に伴う閉ループ系の $\mathcal{H}_2$ コストの変化を示す．“Fix” は固定ゲイン制御系，“GS” はゲインスケジューリング制御系の場合を示す．Case-1 においては，どちらの制御器を用いても設定した動作範囲 $q \in [1.0q_F, 1.15q_F]$ に渡って有限値の $\mathcal{H}_2$ コストが求められており，全動作範囲において制御対象を安定化できていることを意味している． $q = 1.15q_F$ は，固定ゲイン制御器の設計点であり，固定ゲイン制御器のほうが $\mathcal{H}_2$ コストを小さくしている．しかし， $q \in [1.0q_F, 1.13q_F]$ においては，ゲインスケジューリング制御器のほうが低いコストを示している．Case-2, -3 においても，固定ゲイン制御器の設計点およびそれ以上の動圧範囲において固定ゲイン制御器の

(a) 固定ゲイン制御

(b) ゲインスケジューリング制御

第3図 νギャップ距離と安定余裕, Case-2

(a) 固定ゲイン制御

(b) ゲインスケジューリング制御

第4図 νギャップ距離と安定余裕, Case-3

第5図 閉ループ系の $\mathcal{H}_2$ コスト, Case-1 第6図 閉ループ系の $\mathcal{H}_2$ コスト, Case-2 第7図 閉ループ系の $\mathcal{H}_2$ コスト, Case-3

$\mathcal{H}_2$ コストが小さい。しかし、動作範囲の下限付近においては固定ゲイン制御ではコストの上昇が見られ、安定化できない領域(曲線が描かれていない q/q_F の範囲)もある。

第8~10図に、制御器の周波数応答を示す。周波数依存重みを付加して設計したことにより、どの制御器も高周波数域において -40 [dB/dec] のロールオフ特性を有している。以前の研究¹³⁾で示されたように、一般に設計点の動圧が上昇するにしたがって制御器がハイゲインになる傾向がある。ゲインスケジューリング制御器の場合、Case-1では動圧の増加に伴って制御器のゲインが全周波数領域に渡って徐々に上昇しているのに対して、Case-2, -3では $q \geq 1.3q_F$ において 10 [Hz] 以下の低周波で低下する代わりに 100 [Hz] 以上での高周波でゲインの上昇が見られる。すなわち、 $q = 1.3q_F$

(a) 固定ゲイン制御

(a) 固定ゲイン制御

(b) ゲインスケジューリング制御

(b) ゲインスケジューリング制御

第8図 制御器の周波数応答, Case-1

第3表 閉ループ系が安定である動圧範囲

	ゲインスケジュー リング制御	固定ゲイン 制御
	$[q/q_F, \bar{q}/q_F]$	$[q/q_F, \bar{q}/q_F]$
Case-1	[0, 1.19]	[0, 1.20]
Case-2	[0, 1.47]	[1.03, 1.53]
Case-3	[0, 1.56]	[1.24, 1.59]

表中の動圧値は開ループ系のフラッタ動圧 q_F に対する比である。ただし, $q_F = 25.4$ [kPa]。

付近を境にして、制御器特性が変わっている。一方、固定ゲイン制御器の設計点は動圧範囲の上限値に設定したのでゲインスケジューリング制御器の上限値でのゲインとほぼ同じレベルとなっている。ただし、50 [Hz] 以下の固定ゲイン制御器のゲインはゲインスケジューリング制御器よりも高くなる傾向が見られる。

第3表に、閉ループ系でのフラッタ動圧を示す。安定化範囲の上限は固定ゲイン制御のほうが若干良いものの、下限においてはゲインスケジューリング制御のほうが広い結果を示している。

以上の結果を総合的に考察する。 $\mathcal{H}_2$ 最適化によって設計した固定ゲイン制御器は、設計動圧において最適な $\mathcal{H}_2$ コストを示すが、動作範囲全体に対しては必ずしも妥当な制

第9図 制御器の周波数応答, Case-2

御器ではない。一方ゲインスケジューリング制御器は、特定の動圧点に対しては固定ゲイン制御器に劣ることもあるが、動作範囲全体について評価した場合は固定ゲイン制御器よりも好ましい性能を示している。また、ゲインスケジューリング制御器の周波数特性においても、動圧変化に応じてゲインが滑らかに調整取れている。このことは、操舵面の発振を回避しながら高めの設計点を選択するという固定ゲイン制御に比べて柔軟に設計範囲を選び易いことを意味している。ただし、第9、10図に示すように制御器の周波数特性は $q = (1.2 \sim 1.3)q_F$ 付近を境にして低周波領域でのゲインが低下し、その分高周波で高くなる傾向を示すので、制御ループでの発振等の観点から好ましくない。よって、本研究で扱った高アスペクト比翼の AFS 制御実験システムにおいては、これ以上の動圧に対してのフラッタ抑止は実質的には難しいと推測される。

5. 結 言

本論文は、能動フラッタ抑止のための制御系設計として、予め設定した動作範囲を安定化する AFS 制御系を設計する目的で、オブザーバベースのゲインスケジューリング制御器設計を LMI を用いて示し、高アスペクト比翼の AFS 数値モデルを用いてその設計例を示した。同様の設計仕様

第10図 制御器の周波数応答, Case-3

を用いて固定ゲイン制御器を設計し、制御性能および制御器の特性を比較評価した。その結果、固定ゲイン制御器は、設計動圧において最適な H_2 コストを示すが、動作範囲全体に対しては必ずしも妥当な制御器とはいえない。一方ゲインスケジューリング制御器は、特定の動圧に対しては固定ゲイン制御器よりも劣ることもあるが、動作範囲全体について評価すれば固定ゲイン制御器よりも好ましい性能を示した。

本研究では、数値モデルを用いて AFS のための制御器としてゲインスケジューリング制御のメリットを示したものであったが、実用的な観点から制御器の低次元化（簡単化）が必要であり、今後の検討課題である。

参 考 文 献

- 1) Bennet, R. M., Eckstrom, C. V., Rivera, J. A., Jr., Dansberry, B. E., Farmer, M. G. and Durham, M. H.: The Benchmark Aeroelastic Models Program—Description and Highlights of Initial Results, NASA TM-104180, 1991.
- 2) Saitoh, K., Matsushita, H., Hashidate, M. and Baldelli, D. H.: Active Flutter Suppression of a Flexible Wing in Transonic Region, Proc. of Int. Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, 1994, pp. 581–586.
- 3) 斉藤健一, 松下 洸, 外立政隆, 鈴木弘一, 安藤泰勝: 高アスペクト比翼遷音速フラッタのアクティブ制御, 第34回飛行機シンポジウム講演集, 1996, pp. 533–536.

- 4) Saitoh, K., Baldelli, D. H., Matsushita, H. and Hashidate, M.: Robust Controller Design and Its Experimental Validation for Active Transonic Flutter Suppression, Proc. of Int. Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, 1997, pp. 393–399.
- 5) Bendiksen, O. O.: Energy Approach to Flutter Suppression and Aeroelastic Control, J. Guid. Control Dynam., **24** (2001), pp. 176–184.
- 6) Rule, J. A., Richard, R. E. and Clark, R. L.: Design of an Aeroelastic Delta Wing Model for Active Flutter Control, J. Guid. Control Dynam., **24** (2001), pp. 918–924.
- 7) Waszak, M. R.: Robust Multivariable Flutter Suppression for Benchmark Active Control Technology Wind-Tunnel Model, J. Guid. Control Dynam., **24** (2001), pp. 147–153.
- 8) Bernelli-Zazzera, F., Mantegazza, P., Mazzoni, G. and Rendina, M.: Active Flutter Suppression Using Recurrent Neural Network, J. Guid. Control Dynam., **23** (2000), pp. 1030–1036.
- 9) Zeng, Y. and Singh, S. N.: Output Feedback Variable Structure Adaptive Control of an Aeroelastic System, J. Guid. Control Dynam., **21** (1998), pp. 830–837.
- 10) Gade, P. V. N. and Inman, D. I.: Two-Dimensional Active Wing/Store Flutter Suppression Using H_∞ Theory, J. Guid. Control Dynam., **20** (1997), pp. 949–955.
- 11) Fung, Y. C.: An Introduction to the Theory of Aeroelasticity, Wiley, New York, 1955.
- 12) Bisplinghoff, R. L. and Ashley, H.: Aeroelasticity, Addison-Wesley, Cambridge, Mass., 1955.
- 13) 藤森 篤, 松下 洸, 斉藤健一, 安藤泰勝: 高アスペクト比翼のモデル修正と能動フラッタ抑止, 日本航空宇宙学会論文集, **48** (2000), pp. 329–335.
- 14) Matsushita, H., Miyata, T. and Fujimori, A.: Possible Decrement of LOC Flutter Dynamic Pressure Due to Robust Controller, Proc. CD-ROM of 24th ICAS, 2004.
- 15) 藤森 篤: ロバスト安定性を考慮した補償器の低次元化と二次元翼能動フラッタ抑止系への応用, 日本航空宇宙学会誌, **41** (1993), pp. 88–95.
- 16) 藤森 篤, 中野准也, 太田裕文: 変動モデル表現に着目したロバストな能動フラッタ抑止系の設計, 日本航空宇宙学会誌, **44** (1996), pp. 720–728.
- 17) Boyd, S., Ghaoui, L. E., Feron, E. and Balakrishnan, V.: Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, Vol. 15, SIAM, Philadelphia, 1994.
- 18) 藤森 篤: ロバスト制御, コロナ社, 東京, 2001.
- 19) Barker, J. M., Balas, G. J. and Blue, P. A.: Gain-Scheduled Linear Fractional Control for Active Flutter Suppression, J. Guid. Control Dynam., **22** (1999), pp. 507–512.
- 20) Barker, J. M. and Balas, G. J.: Comparing Linear-Parameter-Varying Gain-Scheduled Control Techniques for Active Flutter Suppression, J. Guid. Control Dynam., **23** (2000), pp. 948–955.
- 21) Vinnicombe, G.: Uncertainty and Feedback (H_∞ Loop-Shaping and the ν -Gap Metric), Imperial College Press, London, 2001.
- 22) 松下 洸: 弾性航空機の有限次元モデリングとLQG制御, SICEセミナーテキスト(実システムのモデリングと制御), 1994, pp. 1–16.
- 23) Ueda, T. and Dowell, E. H.: A New Solution Method for Lifting Surfaces in Subsonic Flow, AIAA J., **20** (1982), pp. 348–355.
- 24) Scherer, C., Gahinet, P. and Chilali, M.: Multiobjective Output-Feedback Control via Optimization, IEEE Trans. Autom. Control, **AC-42** (1997), pp. 896–911.
- 25) Apkarian, P. and Adams, R. J.: Advanced Gain-Scheduling Techniques for Uncertain Systems, Advances in Linear Matrix Inequality Methods in Control, SIAM, Philadelphia, 2000, pp. 209–248.
- 26) McFarlane, D. C. and Glover, K.: Robust Controller Design Using Normalized Coprime Factor Plant Descriptions, Springer-Verlag, Berlin, 1990.