確率過程を利用した最適化手法によるシステム設計支援^{*1}

System Design Support by Optimization Method Using Stochastic Process

吉 田 洋 明^{*2}・山 口 雄 仁^{*3}・石 川 芳 男^{*2}
Hiroaki YOSHIDA, Katsuhito YAMAGUCHI and Yoshio ISHIKAWA

Key Words: System Design, Optimum Design Methodology, Stochastic Process, Flight Trajectory

Abstract: We proposed the new optimization method based on stochastic process. The characteristics of this method are to obtain the approximate solution of the optimum solution as an expected value. In numerical calculation, a kind of Monte Carlo method is used to obtain the solution because of stochastic process. Then, it can obtain the probability distribution of the design variable because it is generated in the probability that design variables were in proportion to the evaluation function value. This probability distribution shows the influence of design variables on the evaluation function value. This probability distribution is the information which is very useful for the system design. In this paper, it is shown the proposed method is useful for not only the optimization but also the system design. The flight trajectory optimization problem for the hang-glider is shown as an example of the numerical calculation.

記 号 の 説 明

A : 規格化定数
 A_1 : 主翼アスペクト比, 36.0
 A_1^* : 地面効果を考慮した主翼のアスペクト比
 b_1 : 主翼翼幅, 22.9 m
 C_D^* : 地面効果を考慮した抗力係数
 C_{D0} : 有害抗力係数
 C_{Df} : 胴体抗力係数, 0.06
 C_{Di}^* : 地面効果を考慮した誘導抗力係数
 C_{DW0} : 主翼最小抗力係数, 0.011
 C_{DfW0} : 水平尾翼最小抗力係数, 0.01
 C_L : 揚力係数
 E : ハンググライダーの持つ全エネルギー
 e : 飛行機効率, 0.85
 g : 重力加速度, 9.8 m/s^2
 h : 揺らぎの幅を与えるパラメータ
 I : 評価関数
 m : 質量, 95 kg
 n : 荷重倍数
 S_1 : 主翼面積, 14.6 m^2
 S_2 : 水平尾翼面積, 2.3 m^2
 S_f : 胴体代表断面積, $0.25\pi \text{ m}^2$
 t : 時間
 V : 速度
 x : 水平方向距離

x_i : i 番目の設計変数, もしくは時刻 t_i における設計変数値

$\langle x_i \rangle$: x_i の期待値

$\mathbf{x}$: 設計変数ベクトル

z : 高度

γ : 経路角

ρ : 大気密度, 1.225 kg/m^3

1. は じ め に

新しいシステムを設計する場合には、システムが目的を達成するために必要な構成要素を新たに組み合わせる必要がある。このとき、構成要素がシステムを成立させるために必要な能力を備えていることは勿論であるが、コストの面からは必要以上の能力を持たないことも要求される。これは、システムを設計する初期の段階から最適化が必要であることを意味している。また、システムの性能向上を目的として構成要素の開発を行う場合には、システムの全体性能に最も大きい影響を与える構成要素の性能改善を行えば効率がよい。つまり、システムの性能に対する各構成要素の感度が分かれば便利である。しかしながら、設計の初期段階では構成要素の詳細な仕様が定まってはならず、厳密な最適解があまり意味を持たないことも多い。また、解析のために多くの時間やコストをかけることも難しい。したがって、手軽に最適解の近似解を得られる手法は、システムの設計に非常に有効である。

我々は、確率過程を用いた新しい最適化手法を提案してきた¹⁻³⁾。これは、本来確定論的である最適化問題を確率問題に置き換えることによって、最適解の近似解を確率平均である期待値として求める手法である。つまり、従来の最

^{*1} © 2007 日本航空宇宙学会
平成 18 年 11 月 6 日原稿受理

^{*2} 日本大学理工学部

^{*3} 日本大学短期大学部

適化手法が解空間内でよりよい解を求めて解の探索を行っていたのに対して、本手法はこのような探索を行わずに最適解の近似解を得ることができる。さらに、本手法は、数値計算を行うために設定すべきパラメータがただ 1 つのみであるうえ、このパラメータの値は、原理的には、得られる解に影響を及ぼさない。また、確率過程であることから、モンテカルロ法を利用した数値計算を行いやすいという特徴を持っている。そして、数値計算は期待値を求める計算であるため、解の振動や発散の心配がない。以上のような特徴から、本手法は最適解の近似解を容易に得ることができる。我々は、既に本手法をハンググライダーの機体形状と飛行経路の統合的最適化問題^{4, 5)}に適用し、本手法が一般的な工学的最適化問題に対して有効であることを示した。さらに本手法は、数値計算上の特徴から、最適解の近似解を得られるだけでなく、設計変数値の発生確率分布を得ることができるため、これを用いて設計変数の評価値への影響を知ることができる。したがって、本手法は最適化を行うためだけでなく、これらの情報を用いてシステムの設計を効率よく行うことができる。

ここでは、ハンググライダーの最適滑空問題⁶⁾を例題として、本手法が最適化手法であるだけでなく、工学システムの設計を効率よく行うためのツールとして有効であることを示す。

2. 設計変数値の確率分布を利用したシステムの設計支援

我々の提案する最適化手法を実際の問題に適用し、数値計算を実行する際には、モンテカルロ法的一种であるメトロポリス法を利用している。この数値計算においては、評価値に比例した確率で解を生成するメカニズムが利用されている。つまり、最適解の近似解を得る過程で、ある 1 つの設計変数に対して頻繁に発生する値とほとんど発生しない値があり、これらから設計変数値の発生頻度を得ることができる。設計変数値の発生頻度は評価値に比例しているから、これは設計変数値の重要度である。すなわち、この頻繁に発生する設計変数の値つまり発生確率の高い値とはよい評価値を持った解であり、逆に発生頻度の低い設計変数の値つまり発生確率の低い値とは評価値の悪い解である。したがって、もし、ある設計変数に対する解の相対発生頻度分布つまり発生確率分布が鋭いピークを持つ場合には、この設計変数は評価値に対して高い感度を持っている。逆に、なだらかなピークの確率分布を持つ設計変数は、評価値に対する感度が低いため、この設計変数値の変化は評価値つまりシステムの性能にあまり影響を及ぼさない。以上のように、本手法は、最適解を求める数値計算の途中で生成した解の発生頻度を記録しておくことで、設計変数値の発生確率分布を得ることができるため、これにより設計変数値と評価値の関係を掴むことができる。

このように、本手法は設計変数値の評価値への影響を発生確率分布の形で得られるため、システムの最適化にとどまらず、設計を支援するツールとしても使用することができる。

3. 確率過程を用いた最適化手法

ここでは、量子力学で使われる経路積分⁷⁾の概念に基づき、確率過程を用いた最適化手法の原理を示すとともに、それを数値計算によって実現するための数値計算アルゴリズムの一例を示す。

3.1 原理 N 個の設計変数を $x = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ 、評価関数を $I(x)$ とする。もし時間に依存する設計変数があれば、これを時間方向に分割してそれぞれを独立な設計変数として扱う。そして、次式のような確率分布 $P(x)$ を定義する、

$$P(x) = \frac{1}{A} \exp\left(-\frac{I(x)}{h}\right), \quad (1)$$

ここに、 A は確率の総和を 1 とするための規格化定数であり、 h は確率のゆらぎのパラメータである。解の発生確率分布をこのように定義することにより、評価値の最もよい解すなわち最適解で確率がピークになり、その他の解はその周辺に分布することになる。また、ゆらぎのパラメータ h は、確率分布 $P(x)$ の幅の大きさを定めるパラメータであり、本手法で唯一任意に与えるものである。確率分布 $P(x)$ は、この h が大きい場合は広く緩やかな分布を、小さい場合には鋭く急峻な分布となる。ただし、 h の大小は、原理的には得られる最終的な解に影響を及ぼさない。本手法は、式 (1) に示したように、設計変数値 x が評価関数値 $I(x)$ に比例した確率分布 $P(x)$ に従って発生するメカニズムを導入することにより、本来確定論的である最適化問題を確率問題として扱う。そして、式 (1) のような確率分布で解が存在するとき、期待値はこの確率分布のピークを与える設計変数値すなわち最適解のよい近似解を与えることが期待できる。本手法は、この期待値を求めることで最適解の近似解を求めるものである。

さて、 i 番目の設計変数 x_i の期待値 $\langle x_i \rangle$ つまり最適解の近似解は、次式のような多重積分によって求められる。

$$\langle x_i \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} x_i \cdot P(x) dx_1 dx_2 \dots dx_N, \quad (2)$$

ここでは、積分区間を $-\infty \sim \infty$ としているが、実際には、各設計変数の取り得る上下限値に限定することができる。

また、式 (2) に示したように、本手法では最適解が陽に書き表されていることも他の手法には見られない特徴の 1 つである。

3.2 数値計算アルゴリズム例 ごく限られた例では、最適解を式 (1) と式 (2) より、解析的に求めることができるが、一般的には、式 (2) の積分を解析的に実行することは困難であるため、これを数値計算によって求めることになる。しかし、式 (1) の規格化定数 A を事前に知ることは困難であるため、数値積分によって式 (2) の多重積分を直接実行することも難しい。そこで、モンテカルロ法的一种であるメトロポリス法⁸⁾を利用して、式 (2) の多重積分を実

第1図 フローチャート

行する。メトロポリス法によれば、式(1)の確率分布に従って解を生成することができる。その数値計算アルゴリズムの例を以下に示す。そして、この計算手順のフローチャートを第1図に示す。また、図中の番号は、以下の計算手順に付けられたステップ番号に対応している。

- Step 1. 初期解の生成。すべての設計変数値を乱数によって生成して1組の解を作り、これを初期解 x_{old} とする。また、このときの評価関数値を I_{old} とする。
- Step 2. 新しい解の生成。乱数によって新たな解 x_{new} を生成し、このときの評価値 I_{new} を算出する。
- Step 3. 確率分布に従う解の選択。メトロポリス法を用いて、解の発生確率が式(1)の確率分布に従うように解 x_{old} が x_{new} を選択する。具体的には、 $\Delta I = I_{new} - I_{old} \leq 0$ (新しい解によって評価値が改善された場合)であれば x_{new} を採用するが、 $\Delta I > 0$ (新しい解によって評価値が改悪された場合)であっても $\exp(-\Delta I/h)$ の確率で x_{new} を採用する。採用された解を x_{old} とする。

Step 4. 期待値の計算。

- Step 5. 終了判定。終了条件を満たしていれば終了し、満たしていなければ乱数による解の生成 (Step 2) に戻る。
- 以上の計算が終了したとき、得られた期待値は最適解の近似解となっている。今回、計算の終了条件は、単純に解の生成回数とした。もし、期待値が十分に収束していないと判断した場合には、さらに続けて計算を行えばよい。

上記のアルゴリズムで期待値を求めるに際しては、その計算過程において、その評価値に比例した確率で様々な解を生成している (式(1))。したがって、これらの解すなわち個々の設計変数値の生成回数を保存しておくことにより、設計変数値の発生頻度分布、すなわち設計変数値の発生確率分布を得ることができる。

4. ハンググライダーの最適滑空問題

本手法は最適化問題を解くための手段を提供するものであるが、同時にその計算過程を通じて設計変数値の発生確率分布を与えることができるため、システムの設計ツール

第2図 ハンググライダーの滑空問題

第3図 機体平面図

第4図 機体の揚抗比

としても利用できる。その有効性を示すために、例題としてハンググライダーの最適滑空問題を取り上げる。

まず、ある1つの初期条件の下で、この問題における唯一の設計変数である迎角の操縦操作 (操縦履歴) の最適化を行う。そして、3.2節の数値計算過程で生成された各時刻における迎角の相対発生頻度から迎角の発生確率分布を得ることで、各時刻の迎角が評価値に与える影響度を知ることができることを示す。次に、いくつかの異なる初期条件の下で同じ問題を解くことにより、これらの初期条件が最適解へ及ぼす影響を調べる。それにより、システムの最適設計解の定性的な吟味が可能となることを示す。

4.1 問題設定と運動方程式 今回取り上げるハンググライダーの最適滑空問題は、第2図に示すように、高度12mから滑空を開始した機体が高度2mまで降下する間の飛行距離 (down range) を最大化する迎角の時間履歴を求める問題である。使用した機体を第3図に示す。そして、この機体の揚抗比を第4図に示す。ただし、横軸の迎角はゼロ揚力角 (-6.8 度) を0度として表示してある。なお、こ

第1表 各ケースの初期条件と計算回数

	Initial conditions		Number of solution
	V [m/s]	γ [deg]	
Case 1 (Nml)	5.0	-3.5	9,000,000
Case 2 (Nml10)	5.0	-3.5	90,000,000
Case 3 (V75)	7.5	-3.5	9,000,000
Case 4 (G15)	5.0	-15.0	9,000,000
Case 5 (V75G15)	7.5	-15.0	9,000,000

の機体の主翼翼型には EPPLER560⁹⁾，水平尾翼翼型には NACA0012⁹⁾ を用いた．

評価関数の主要な部分は，飛行距離の逆数であり，最小値問題として定式化されている．また，拘束条件として荷重倍数の最大値を設けており，滑空中にこの制限を超えた場合には評価値にペナルティを加えている．よって，評価関数は次式となり，

$$I = 1/x_f + \sum_{n_i \geq n_{\max}} n_i/x_f \text{ m}^{-1}, \quad (3)$$

ただし， x_f は終端での飛行距離， n_i は時間方向に離散化した時の t_i における荷重倍数である．

運動方程式は以下の通りである．

$$\dot{V} = -(1/2m)\rho V^2 S_1 C_D^* - g \sin \gamma, \quad (4a)$$

$$\dot{\gamma} = (1/2m)\rho V S_1 C_L - (g/V) \cos \gamma, \quad (4b)$$

$$\dot{x} = V \cos \gamma, \quad (4c)$$

$$\dot{z} = V \sin \gamma. \quad (4d)$$

ただし，

$$C_D^* = C_{D0} + C_{Di}^*, \quad (5a)$$

$$C_{D0} = C_{DW0} + C_{Df} \cdot \frac{S_f}{S_1} + C_{DrW0} \cdot \frac{S_2}{S_1}, \quad (5b)$$

$$C_{Di}^* = C_L^2 / \pi e A_1^*, \quad (5c)$$

$$A_1^* = \frac{33(z/b_1)^{3/2} + 1}{33(z/b_1)^{3/2}} A_1. \quad (5d)$$

ここに， A_1^* は地面効果を考慮した主翼のアスペクト比である¹⁰⁾．

以下に，すべてのケースについて共通である，初期条件と拘束条件を示す．

初期条件：高度 $z_0 = 12 \text{ m}$ ，

終端条件：高度 $z_f = 2 \text{ m}$ ，

拘束条件：荷重倍数 $n_{\max} = 2$ ．

また，ケースごとの条件を第1表に示す．Case 1 (Nml) が今回の数値計算における基準であり，数値計算の終了条件である解の生成回数は900万回である．Case 2 (Nml10) は，Case 1 と同じ初期条件であるが，解の生成回数のみ10倍の9000万回としたものである．Case 3 (V75) はCase 1 (Nml) を基準として初速度を増やしたもので，Case 4 (G15) は初期経路角を減らしたものであり，そしてCase 5 (V75G15) は初速度を増やし初期経路角を減らしたものである．

第5図 解の生成回数の異なる最適解

第6図 解の生成回数の異なる最適解による滑空経路

この問題では，最適化すべき設計変数は迎角の操縦操作（操縦履歴）であり，時間の関数である．したがって，迎角を0.5秒ごとに与えて，これらの時系列を設計変数としている．

4.2 設計変数の評価値への影響 第5図に，本手法によって得られたCase 1 (Nml) の最適解（迎角）と，生成回数をその10倍にしたCase 2 (Nml10) の最適解を重ねて示す．横軸は，滑空距離である．Case 1 では得られた迎角の操作に振動が見られるが，解の生成回数をその10倍にしたCase 2 では，滑らかな解が得られている．しかしながら，解の生成回数の少ないCase 1 の結果においても，定性的な解の振る舞いは十分に表されている．また第6図は，Case 1 とCase 2 における滑空距離に対する高度のグラフである．これら2つのケースにおける滑空経路は，第5図における両者の迎角操作の違いと比べて，非常によく一致しており，評価値である滑空距離もほぼ一致していることがわかる．高い周波数の迎角操作を行っても，有限の慣性を有するハンググライダーの運動への影響は小さく，したがって経路の変化もほとんど無いためである．以上より，この例では解の定性的な振る舞いを調べるのであれば，解の生成回数は900万回で十分であることが分かる．

第7図は，横軸の時間に対して，Case 1 についての最適解を示したものである．第8図が，このとき得られた時間に対する迎角のヒストグラムつまり迎角の発生確率分布である．平面を成す一方の軸が時間，もう片方の軸は迎角である．高さ方向は，解の全生成回数に対する各設計変数値

第7図 迎角の時間履歴

第8図 迎角のヒストグラム

の生成回数のパーセンテージである。各設計変数値の生成回数とは、各時刻において迎角があるきざみ幅に入った回数である。ここでは、1度ごとの幅に入った迎角の回数である。つまり、高さが高い部分ほど解の全生成回数に対してその迎角が出現した回数が多いことを示している。本数値計算アルゴリズムは、式(1)に示したように評価値に比例した確率で解の生成を行っているから、このグラフは設計変数値の発生確率分布を示していると考えてよい。そして評価値のよい解ほど頻繁に発生しているから、このパーセンテージの高い迎角こそが、よい評価値を与える操作に他ならない。また、最適解の近似解は発生したすべての解の期待値として得られるから、この図の峰に沿った迎角の時間履歴がほぼ第7図に相当する。つまり、この確率分布のグラフは、設計変数(ここでは迎角)が評価値へ与える影響度を示しており、これは、システムの設計に対して非常に有用な情報となる。

第7図の迎角の時間履歴と第8図のヒストグラムから、得られた解の解析を行う。第7図のスタート直後の大きな迎角操作と終端寸前の操作に対応して、第8図のヒストグラムは高いピークを持っている。この高いピークは評価値に大きく貢献することを意味するから、このピークに相当する部分の迎角の値は最適解を得るために必須であり、高い精度の操縦操作が必要とされることを示している。すな

わち、この例においては、出発直後と終端直前の迎角操作が、飛行距離を最大化するために重要である。他方、ピークの低い中間部分の迎角操作の変化が飛行距離に及ぼす影響はそれほど大きくないことが分かる。

ここで再び第5図を見直すと、第8図に示したヒストグラムで高いピークを持つ滑空開始直後と終端直前では、解の生成回数が900万回であるCase1の場合でも迎角の振動は見られず、解の生成回数が9000万回であるCase2の場合と非常によく一致している。これは、評価値のよい解ほど頻繁に発生しているため、この部分では期待値が十分収束したためである。また、計算回数9000万回のCase2の場合でも、滑空距離50~200mでは僅かに迎角の振動が見られる。これは、第8図のヒストグラムの高さが低いことから分かるように、迎角の変化に対する評価値の変化が小さいためである。つまり、第7図を見るだけでも、得られた期待値の滑らかさから、滑空開始直後と終端直前の迎角操作が評価値へ与える影響が大きく、それ以外の迎角に振動が見られる部分の操作は小さいことを推定できる。

また、今回の計算では、設計変数である迎角の時間履歴を $0^\circ \leq \alpha \leq 16^\circ$ の幅でランダムに与えている。これは、0.5秒の間に最大16度の迎角変化を許すものである。しかし、今回の問題では、このような急激な操作は不要である。したがって、迎角の時間変化に制限を付けることで、現実的なより滑らかな解をより少ない解の生成回数で求められる可能性がある。しかしながら、今回は本手法の能力を示すため、あえて生成する解に対する人為的な操作をすべて排除している。

このように、本手法は最適解の近似解と共に設計変数が評価値に与える影響についての情報も得ることができる。今回の例題では、迎角の操縦履歴という時間関数に対する最適化を行った。その際、分割された時間ステップごとに乱数で与えられた迎角のひと連なりとして表現された静的な独立変数の1組を、迎角の時間履歴とみなした。したがって、翼幅のようなもともと静的な設計変数の場合でも、今回と同様にヒストグラムを作成することで、最適化を行うと同時に設計変数の評価値への影響を知ることができる。

4.3 最適解の性質 つぎに、複数の異なる初期条件の下で最適化計算を行い、これらの結果から最適解の性質を調べる。

第9図、第10図および第11図に、Case1、Case3~Case5の異なる4つの初期条件に対して最適化を行った結果を示す。第9図は滑空距離に対する迎角のグラフであり、第10図は、滑空距離に対する高度のグラフである。そして、第11図は滑空距離に対する荷重倍数のグラフである。

迎角の操縦操作を比較した第9図を見ると、初期速度の同じケースでは、スタート直後を除いて互いの解の傾向が非常によく一致している。また、高度を比較した第10図でも、スタート直後にいったん高度を下げてから再び高度を回復した後は、初期速度の同じケースでは、互いの滑空経路がほとんど一致し、滑空距離に対する初期経路角の影響は見られないことが分かる。これらの計算結果から、最適

第 9 図 異なる初期条件における最適解の比較

第 10 図 異なる初期条件における滑空経路の比較

第 11 図 距離に対する荷重倍数の変化

な迎角の操縦操作には、初期経路角の影響を打ち消す操作が含まれていると考えられる。そして、全飛行区間に亘って最適な操縦操作が行われた場合には、滑空距離は初期速度のみによって決まることを示している。また、滑空中の荷重倍数を示した第 11 図を見ると、すべてのケースで荷重倍数の制限 ($n \leq 2$) を十分に満たしていることから、今回の荷重倍数制限は、最適解に影響を及ぼしていないことが分かる。

通常、滑空距離を最大とする航空機の飛行は、揚抗比が最大となる迎角を保つ操縦操作である。第 9 図と第 10 図を比較すると、いったん高度を下げてから再び高度を回復した後、飛行距離 70~150 m の間はすべてのケースで迎角がほぼ一定でよく一致している。これは、第 4 図の揚抗比

第 12 図 式 (8) 括弧内の値の距離に対する変化

のグラフから最大揚抗比での飛行を行っているものと推定される。ただし、地面効果がある場合には、迎角 10.5 度では、高度 8 m で約 5%、高度 6 m で約 7.4% 程度の揚抗比の向上が見られる。しかしそれ以降は最大揚抗比を保つ操作ではなくなり、長く緩やかな引き起こし操作を行った後、最後に急激な頭下げを行っている。

この原因を調べるために、ハンググライダーのエネルギーに注目する。ハンググライダーの全エネルギー E は、次式のように表すことができる、

$$E = mgz + \frac{1}{2}m\dot{z}^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2. \quad (6)$$

上式を滑空経路 s で微分すると、経路に沿ったエネルギーの変化率は次式のように求められる、

$$\frac{dE}{ds} = \frac{d}{Vdt} \left(mgz + \frac{1}{2}m\dot{z}^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 \right) = -\frac{1}{2}\rho V^2 S_1 C_D^*. \quad (7)$$

式 (7) は、滑空経路に沿ったエネルギーの減少率が抗力に等しいことを示している。さらに、エネルギーの変化率が極値を採る条件は次式のようになる、

$$\frac{d^2E}{ds^2} = -\frac{1}{2}\rho S_1 \left(2\frac{dV}{dt} C_D^* + V \frac{dC_D^*}{dt} \right) = 0. \quad (8)$$

これをさらに滑空経路 s で微分して、 d^2V/dt^2 と $d^2C_D^*/dt^2$ が十分小さいとしてこれを無視すれば、式 (8) を満たす極値が極小値であることが確かめられる。

第 12 図に、Case 2 における、飛行距離に関する式 (8) の括弧内の各項と括弧内の全体の値を示す。このグラフから、迎角を徐々に増やしてゆく後半の操作に入ると、式 (8) の括弧内の値が 0 に近づいていることが分かる。したがって、高度約 4 m 以下ではエネルギーの減少率（すなわち抵抗）を最小とする操縦操作が行われていると推定できる。

以上のことから、ハンググライダーの滑空距離を最大とする操縦操作とは、まず急激なダイブと引き起こしを伴う初期経路角の影響を打ち消す操作を行った後、つぎに揚抗比が最大となる迎角での滑空を行い、そして最後に高度約 4 m で抵抗を最小とする滑空へと切り替える操縦操作であることが推定される。

今回の各ケースの計算に要した計算時間は、Pentium4 (3.2 GHz) を CPU として持つパーソナルコンピュータで約 17 時間であった。また、解の生成回数を 10 倍にした場合、計算時間は約 167 時間であり、計算時間も約 10 倍となった。

4.4 本手法によって得られた知見 以上のように本最適化手法を設計ツールとして利用した計算結果から、ハンググライダーの滑空距離を最大とするための迎角の操縦操作について、以下のような知見が得られた。

滑空開始直後には、初期経路角の影響を打ち消すために、初期経路角に応じた高い精度の迎角操作が要求される。そして、高い高度では揚抗比最大となる迎角を維持する必要があるが、滑空開始直後と終端直前に比べると評価値に対する感度は低い。また、高度約 4 m 以下の低高度ではエネルギーの減少率 (抵抗) が最小となるような高い精度の迎角操作が必要である。すなわち、滑空開始直後と終端寸前の迎角操作が、滑空距離の最大化に大きな影響を及ぼすことが分かった。

5. お わ り に

確率過程を利用した最適化手法を用いて、ハンググライダーの最適滑空問題の高近似解を得た。本手法によれば、最適滑空を行うための迎角操作が得られるだけでなく、各時間ごとの迎角の発生確率分布を知ることができる。この迎角の確率分布は評価値に比例するため、このグラフを利用すれば最適飛行を実現する上での操縦操作の重要度を知ることができる。その結果、滑空開始直後と終端直前の操作が滑空距離の最大化に大きな影響を与えることが示された。

以上のように、本手法は最適解の近似解と同時に設計変

数が評価値へ与える影響度を解の発生確率分布として知ることができる。したがって、これを利用して評価値への影響が大きい設計変数に対して優先的に改善を行うなど、システムの設計を支援するための有用なツールとして本手法を利用できることを示した。

参 考 文 献

- 1) 近藤理良, 石川芳男, 山口雄仁, 吉田洋明: 確率過程を用いた工学的問題の近似解法, 第 6 回計算工学講演会論文集, 2001, pp. 139–140.
- 2) 吉田洋明, 石川芳男, 山口雄仁, 近藤理良: 経路積分の概念に基づいた工学的最適化問題における新たな最適化手法, 第 5 回最適化シンポジウム講演論文集, 2002, pp. 189–194.
- 3) 吉田洋明, 今野友和, 山口雄仁, 石川芳男: 経路積分の概念に基づく確率過程を利用した新たな最適化手法の提案, 計算数理工学論文集, 5 (2005), pp. 145–150.
- 4) Terasaki, M., Kondo, M., Yoshida, H., Yamaguchi, K. and Ishikawa, Y.: Integrated Optimization of Airplane Design and Flight Trajectory by New Optimization Method Using a Stochastic Process, Computational Mechanics WCCM VI in Conjunction with APCOM'04, Tsinghua University Press & Springer-Verlag, Beijing, 2004, Minisymposia Sessions #MS053, Paper#328, pp. 1–9.
- 5) 吉田洋明, 山口雄仁, 石川芳男: 新たな最適化手法を用いた工学システム設計ツールの提案, 日本航空宇宙学会論文集, 53 (2005), pp. 398–407.
- 6) Suzuki, S. and Kawamura, N.: Simultaneous Optimization of Sailplane Design and Its Flight Trajectory, J. Aircraft, 33 (1996), pp. 567–571.
- 7) Feynman, R. P. and Hibbs, A. R.: Quantum Mechanics and Path Integrals, McGraw-Hill Inc., New York, 1965.
- 8) 神山真一, 佐藤 明: モンテカルロ・シミュレーション, 朝倉書店, 東京, 1997, pp. 28–66.
- 9) Eppler, R.: Airfoil Design and Data, Springer-Verlag, Tokyo, 1990, pp. 378–379, 488–489.
- 10) Hoerner, S. F. and Borst, H. V.: Fluid-Dynamic Lift, Published by Mrs. Liselotte A. Hoerner, 1985.