静止軌道の摂動の簡易理論^{*1}

Simple Theory of Geosynchronous-Orbit Perturbations

川 瀬 成 一 郎^{*2}
Sei-ichiro KAWASE

Key Words: Station Keeping, Solar Radiation Pressure, Solar Gravity, Lunar Gravity

Abstract: A simple perturbation theory is introduced for modeling geosynchronous orbits. The theory uses diagrammatic representations of orbits, and derives the perturbations in a direct manner without using differential equations. Perturbations of major importance are derived, including satellite-longitude changes due to the earth's asymmetric shape, orbital eccentricity increase due to the sun-radiation pressure, and orbital plane inclination due to the sun/moon attraction. The theory clarifies the physical/geometrical meaning of the perturbations while using minimal mathematical analysis.

1. は じ め に

静止軌道に衛星を投入した後，継続的に静止を保とうとすると，軌道を定期的に修正しなければならない．もしも衛星に働く力が理想的な力，すなわち地球の中心に向かう逆 2 乗則の力だけであったなら，いったん静止させた衛星は軌道を修正しなくても静止を保ち続ける．しかし現実には理想的な力のほかに，弱いながらも徐々に軌道を変える力が働く．そのような力を摂動力と呼び，静止軌道の衛星に働く摂動力としては，月や太陽による引力，太陽の光が及ぼす圧力，地球の質量分布が球対称でなく歪んでいることに伴う力，が代表的にあげられる．これらの力が軌道の変化，つまり摂動を引きおこし，それは時間の経過につれて増大していくことから，上記のように定期的な軌道の修正が必要になる．

衛星の軌道に生じる摂動については，理論的に解析する手法が追究されてきた^{1,2)}．その理論では，軌道を表す 6 要素をそれぞれ時間の関数とにおいて，関数が摂動力の作用でどのように変わっていくか解析する．解析には高度な数学手法が用いられ，それをたどるには専門的な修練をつまなければならない．もしも専門の違う分野，例えば通信や観測ミッションの方面において，軌道の摂動は何故，どのように生じるのかと問いが現れたようなとき，上記の理論をそのまま答えとするのは必ずしも適切といえないであろう．そういう問いに分かりやすく，定量的に，しかも物理的意味を明示して答える方法はないものであろうか．

本報告は，対象を静止軌道に限るなら，きわめて簡易な理論によって摂動を扱えることを示す．上に記した代表的な摂動力について，それぞれ軌道が変化する法則を簡易な

数学手法だけで導く．静止軌道における摂動を簡易に扱う試みには先例があるが³⁾，そこでは線型近似に基づく微分方程式を用いていた．本報告では，図式的な解法の助けをかりて，より一層の分かりやすさを目指す．本報告は，新しい理論内容を示すものではないが，既知の現象について可能なかぎり平易な解釈を試みる．

2. 準備：軌道の形とその変化

衛星軌道の長半径を a ，離心率を e とすると，衛星の公転角 θ に対する径 r は次の公式で与えられる．

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\theta} \quad (1)$$

静止軌道の離心率は小さいから， e の一次の項までをとれば，(1) 式を次のように近似できる．

$$r = a - ae\cos\theta \quad (2)$$

さて第 1 図では，半径 a の円周上の A に衛星があり，円の中心 O_1 は地心すなわち原点 O から ae だけ変位していて，その変位は小さいと仮にしていた．衛星から OO_1 を見こむ角を ε とおけば

$$r = a - ae\cos(\theta - \varepsilon) \quad (3)$$

が成り立つ．角 ε の大きさは e を越えないから，(3) 式において e の一次の項までをとれば $r = a - ae\cos\theta$ となつて，(2) 式に一致する．よって離心率が小さい軌道は，その形が円で，中心の位置が

$$D = ae \quad (4)$$

だけ変位したものと見なしてよい．つまり半径 a と，中心変位 D の大きさ及び方向を与えると，面内における軌道が規定される．(従って以下では軌道長半径を単に半径と

^{*1} © 2007 日本航空宇宙学会
平成 19 年 4 月 20 日原稿受理

^{*2} NICT 鹿島宇宙技術センター

第1図 近円軌道の形

第2図 進行方向増速の効果

呼ぶ.)

第2図において、半径 a の円軌道を衛星が速度 v で周回しているとする。衛星が A 点にきた瞬間に、進行方向へ小さい増速 Δv を与えると、軌道はどう変わるであろうか。増速にともない衛星の運動エネルギーは

$$\Delta E = \Delta \left(\frac{v^2}{2} \right) = v \Delta v \quad (5)$$

だけ増す。ただしエネルギーとは衛星の単位質量あたりのエネルギーを指し、この扱いは以下でも同様とする。一方、半径 a の軌道に固有のエネルギーは

$$E = -\frac{\mu}{2a}$$

で与えられる (μ は万有引力定数 $\times$ 地球質量)。軌道の半径が Δa 増せば、エネルギーは

$$\Delta E = \frac{\mu}{2a^2} \Delta a \quad (6)$$

だけ増す。よって (5) 式と (6) 式を等しいとおけば

$$\Delta a = 2a \frac{\Delta v}{v} \quad (7)$$

となって、増速 Δv は半径を Δa だけ増大させる。新しい軌道は点 A を通るから、その中心は O から O1 へ Δa だけ変位していなければならない。つまり変位量 OO_1 は

$$D = 2a \frac{\Delta v}{v} \quad (8)$$

と表せる。半径 O_1A は速度 v に垂直でなければならないから、 O_1 は直線 AO 上にある。

次に第3図では、半径 a の円軌道を衛星が速度 v で周

第3図 半径方向増速の効果

回しているとして、衛星が A 点にきた瞬間に半径方向への増速 Δv を与えたとする。増速が小さければ、速度の大きさは変わらずに方向だけが変わる。従って運動エネルギーは変わらないから、軌道の半径も変わらない。中心は O_1 へ変位して、 OO_1 は AO に垂直になる。増速直後の速度 v_1 の向きは、半径 O_1A に垂直でなければならないから、変位量 OO_1 は

$$D = a \frac{\Delta v}{v} \quad (9)$$

に等しい。

以上で、軌道面内の摂動を導く準備ができた。

3. 地球の形による摂動

地球を赤道面に沿って輪切りにすると、切り口の形はわずかに真円から歪んで、楕円形を示す。切り口に対して衛星が第4図のような配置にあるとすると、衛星に働く地球の引力の向きは、張り出した B 部の質量の作用によって、地心 O からわずかに逸れる。その結果、衛星には進行方向に力 F が働く。もしも衛星が B 部の真上にあれば F は零になるが、日本付近では東経 162 度がそれに該当する。または衛星が B 部から 90 度はなれた所の真上にある場合にも F は零になる。このように力 F は衛星が静止する場所に応じて定まり、衛星が静止を保つなら F の大きさも一定としてよい。ここで注意として、力 F は衛星の単位質量あたりに働く力を指し、数値としては加速度に相当する。この扱いは以下でも同様とする。

さて、ある正の値が力 F に与えられたとして、軌道の変化を第5図により調べよう。半径 a の円軌道を衛星が速度 v で周回しているとする。衛星が (1) の位置にあるとき、力 F が時間 Δt のあいだ働くと $F \Delta t = \Delta v$ という増速が生じるから、(8) 式に従って中心の変位 D が図中の (1') のように生じる。衛星が (2), (3) と進むにつれて、中心の変位は (2'), (3') のように積算されていって、その軌跡は破線のように円を描く (円は誇張されていて、実際には小さい)。衛星が 1 周回したときに、中心の位置は元にもどり、さらに周回が進むとき中心位置の動きは同じ円周をたどる。よって離心率は一定の限度内にとどまり、永年的に増大することはない。一方、軌道半径は (7) 式に従い、時間 Δt のあいだに

$$\Delta a = \frac{2a}{v} \Delta v = \frac{2a}{v} F \Delta t \quad (10)$$

だけ増大する．よって軌道半径 a は一定の率

$$\dot{a} = \frac{2a}{v} F$$

で増大していく (第 6 図; 実線の a). 半径が Δa 増すと, 衛星の公転角速度 ω は

$$\Delta\omega = -\frac{3\omega}{2} \frac{\Delta a}{a} \quad (11)$$

だけ変わる．地球上で衛星の東経を測って λ と記すと, $\Delta\omega$ は $\dot{\lambda}$ に生じる変化にほかならない．つまり

$$\Delta\dot{\lambda} = \Delta\omega$$

とおけるから, (11) 式と (10) 式によって

$$\Delta\dot{\lambda} = -\frac{3\omega}{v} F \Delta t$$

さらに $v = a\omega$ を用いて

第 4 図 地球の形による摂動力

第 5 図 進行方向増速の効果

第 6 図 衛星経度の摂動

$$\ddot{\lambda} = -\frac{3}{a} F$$

となる．この式の中で, 半径 a は時間とともに変わるが, その変わる範囲は, 静止を保っている衛星では高々 10 km 程度にすぎないから, 公称値として $a = 42165$ km においても誤差は無視できる．よって経度 λ は, 時間とともに 2 次カーブを描いて動く (第 6 図; 実線の λ). 例として, 日本付近では東経 120 度付近において F の大きさが最大の $0.065 \times 10^{-3} \text{ mm/s}^2$ になり, このとき $\ddot{\lambda}$ の大きさは 0.0020 deg/day^2 に等しい．

4. 太陽光の圧力による摂動

第 7 図に描くように, 半径 a の円軌道を衛星が速度 v で周回しているとする．向かって右側のほうに太陽があるとすると, その光の圧力は衛星に F という力を及ぼす．はじめに仮定として, 力 F は大きさも方向も変わらないと置く．

力 F が時間 Δt のあいだ働くと $F \Delta t$ という増速を生じるが, その半径方向の成分についてはじめに考える．図中で衛星が (1) の位置にあるとき, 半径方向の増速成分は

$$\Delta v = F \Delta t \cos \theta$$

に等しい．(便宜上, 衛星の公転角 θ を, 力 F が働く方向を延長した先から測った．) すると第 3 図に見たと同じメカニズムによって, 中心は O から O_1 に変位し, その変位の発生量は

$$\Delta D = a \frac{\Delta v}{v} = \frac{aF}{v} \cos \theta \Delta t$$

に等しい．定数を

$$K = \frac{aF}{v}$$

と記すと, 変位 D の時間ともなう成長率を

第 7 図 太陽光圧力 (半径成分) の効果

第 8 図 中心変位の成長率

第9図 成長率ベクトルの分解

第10図 太陽光圧力（進行成分）の効果

$$\dot{D} = K \cos \theta$$

と表せる．この成長率を，向きをもつベクトルとして表すと第8図の(1)に相当し，ベクトルの先端は，長さ K の線分 OP を直径とした円の周上にある．第7図にて衛星の位置が(2)，(3)，(4)と進むと，第8図にてベクトルの先端は(2)，(3)，(4)と進む．(注意として，衛星位置が(2)から(3)へ移るさいには増速 Δv の符号が変わるので，成長率ベクトルは第8図で(2)から(3)のように変わる．) 衛星が軌道を半周したとき，ベクトルの先端は円周上を1周する．第8図の成長率ベクトルについては，第9図のように“一定ベクトル”と“旋回ベクトル”に分解すると考えやすい．一定ベクトルは長さ $K/2$ をもち，その先端を起点とする旋回ベクトルは，(1)，(2)，(3)，(4)のように円周をなぞって動く．一定ベクトルが表す成長率によって生じる中心の変位は，時間とともに様に増していく．これを永年成長と呼ぶことにすれば，永年成長率は $K/2$ に等しい．一方，旋回ベクトルが表す成長率によって生じる中心の変位は，円を描いて動く．その動きは，衛星が軌道を半周するごとに，同じ円をくり返し描く．よってその動きは一定の限度内にとどまるから，長期的なふるまいを調べる際には考えなくてよい．

つぎに，力 F による増速の，進行方向への成分について考える．第10図において，衛星が(1)の位置にあるとすると，時間 Δt の間に

$$\Delta v = F \Delta t \cos \theta \quad (12)$$

という増速が進行方向に生じる（衛星の公転角 θ は，力 F に垂直な方向を基準として測った．）この増速は，(7)式に従って軌道半径を変化させる．その変化を，軌道1周回にわたって積算すれば，(12)式における $\cos \theta$ の周期性のために零になる．ゆえに軌道半径に永年的な変化は起きない．一方，第2図に見たメカニズムによって，中心は第10図の O から変位して O_1 に移り，その変位の発生量は

第11図 中心変位の成長率

第12図 太陽 S の位置

$$\Delta D = 2a \frac{\Delta v}{v} = \frac{2aF}{v} \cos \theta \Delta t$$

に等しい．よって変位 D の成長率を

$$\dot{D} = 2K \cos \theta$$

と表せる．この成長率をベクトルで表すと，第11図の(1)に相当し，その先端は長さ $2K$ の線分 OP を直径とした円の周上にある．第10図にて衛星の位置が(2)，(3)，(4)と進むと，第11図にてベクトルの先端は(2)，(3)，(4)と進む．衛星が軌道を半周したときベクトルの先端は円周上を1周する．ここでも成長率ベクトルを，一定ベクトルと旋回ベクトルに分解すると，一定ベクトルは長さ K をもち，従って永年成長率は K に等しい．

以上，中心の変位について見出した二つの永年成長率は，合計で $(3/2)K$ ，すなわち

$$\dot{D} = \frac{3aF}{2v} \quad (13)$$

となり，成長の向きは力 F の向きに垂直を指す．

ここまで，力 F は変わらないと仮定してきた．現実には，それは太陽の位置に依存して変わる．地心 O から見る太陽 S の位置を，第12図のように表す． $x-y$ 面は赤道面に相当し， z 軸は地球の北極を向き， x 軸は春分点を指す．太陽の方向は， $x-y$ 面からの離角 δ (赤緯)，および $x-y$ 面に沿って x 軸から測る方位 α (赤経) で表す． y 軸から z 軸にむかって角度 $\delta_0 = 23.5$ 度だけ傾いた軸 y' をとり， $x-y'$ 面上に半径 R の円を描くと，その上を太陽は1年かけて1周する．太陽は春分の日 x 軸から出発し，時間 t の後に周回角 ψt まで進む．図中で“*”を付した長さについて，次の関係が成り立つ．

第 13 図 中心変位の成長率

$$\cos \delta \cos \alpha = \cos \psi t \quad (14a)$$

$$\cos \delta \sin \alpha = \sin \psi t \cos \delta_0 \quad (14b)$$

$$\sin \delta = \sin \psi t \sin \delta_0 \quad (14c)$$

よって赤径 α と赤緯 δ は、周回角が進むにつれて (14) 式を介して変わる。このとき力 F の大きさは

$$F = F_0 \cos \delta; \quad F_0 = C \frac{A'}{M}$$

と表される。 C は太陽光の強さによって決まる定数 ($4.56 \times 10^{-6} [\text{N/m}^2]$), A' と M は衛星の断面積と質量を表す。ここで A' は、衛星が光を反射することを考慮に入れた等価的な断面積を表すもので、幾何学的な断面積 A に対して $A' = (1 + \eta) A$ という関係にある。もし衛星に入射した光がすべて吸収されるなら $\eta = 0$ で、光が反射されるときはその度合いに応じて η が大きくなるが 1 を超えることはない。実際の η は表面の材質や形状によって決まり、衛星に固有な量として比 A'/M が定まる。厳密にいうと A' は、衛星に入射する光の方向に依存して増減し得るが、ここでは近似的に A' が一定であるとおく。

さて、上記の力 F が引き起こす中心変位の成長率は、(13) 式から

$$\dot{D} = K \cos \delta \quad (15)$$

となる。ただし定数を改めて

$$K = \frac{3aF_0}{2v} = \frac{3F_0}{2\omega}$$

とおいた。力 F によって生じる成長率の向きは、第 13 図に描くように太陽の赤径 α に依存する。成長率 (15) を x , y 成分に分けて表し、(14) 式を適用すれば

$$\dot{D}_x = K \cos \delta \sin \alpha = K \cos \delta_0 \sin \psi t$$

$$\dot{D}_y = -K \cos \delta \cos \alpha = -K \cos \psi t$$

となって、これが中心の動きを定める。春分の日には中心は原点にあったとすると、その後の動きは次式に従う。

$$D_x = D_0 \cos \delta_0 (1 - \cos \psi t)$$

$$D_y = -D_0 \sin \psi t \quad \text{ただし} \quad D_0 = \frac{K}{\psi} = \frac{3}{2\psi\omega} C \frac{A'}{M}$$

中心の動きは 1 年間で第 14 図のように楕円を描く。定数として $\psi = 1.99 \times 10^{-7} \text{ rad/s}$, $\omega = 7.29 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$ を与え、衛星の一例として $A'/M = 0.01 \text{ m}^2/\text{kg}$ とすると、楕円の長径は $2D_0 = 9.4 \text{ km}$ となる。長径に比べて短径は $\cos \delta_0 = 0.92$ 倍に縮む。

第 14 図 中心変位の 1 年間の動き

5. 太陽と月の引力による摂動

前節まで、軌道面内でおきる摂動を見てきた。一方では、軌道面の向きを変える摂動が太陽と月の引力によって生じる。まず太陽の引力について調べるために、地心 O から見た太陽 S の位置を第 15 図のように表す。 z 軸は地球の北極を向き、ここでは太陽が $x-z$ 面にあるように x 軸をとる。衛星は $x-y$ 面上の位置 (x, y) にあるものとして、衛星から太陽に向かう引力の z 成分を F とおけば、これが軌道面を変える摂動力として働く。太陽の位置を $x = X$, $z = Z$ とすると、 F は

$$F = \frac{\mu}{(X-x)^2 + y^2 + Z^2} \cdot \frac{Z}{\sqrt{(X-x)^2 + y^2 + Z^2}} \quad (16)$$

と表せる (μ は万有引力定数 $\times$ 太陽質量)。 O から S への距離 $R = \sqrt{X^2 + Z^2}$ は、 x と y に比べて十分に大きいから、(16) 式にて x/R と y/R の 1 次の項までとれば、次の近似が成り立つ。

$$F = \frac{\mu Z}{R^3} + \frac{\mu Z}{R^3} \cdot \frac{3Xx}{R^2}$$

右辺の第 1 項を F_0 と記すと、 F_0 は地心 O が受ける力の z 成分を表す。その地心を軌道面は通っていないから、よって軌道面をまわそうとするトルクを

$$T = (F - F_0) \cdot x$$

とおけば、これは第 15 図にて T と記したように、 y 軸まわりのトルクを表す。(以下、トルクおよび角運動量は、衛星の単位質量あたりの値を指すものとして扱う。) 衛星は半径 a の円軌道を角速度 ω で周回するものとして、 $x = a \cos \omega t$ とおけば、トルクの大きさは

$$T = \frac{\mu Z}{R^3} \frac{3X}{R^2} a^2 \cos^2 \omega t$$

に等しい。このトルクを衛星の軌道 1 周回にわたって平均し、赤緯 δ を用いて $Z = R \sin \delta$, $X = R \cos \delta$ と記すと、次のように表せる。

$$T = \frac{3\mu}{2R^3} a^2 \sin \delta \cos \delta$$

一方、 x 軸まわりに生じるトルクは、軌道 1 周回にわたり平均すると対称性によって零になる。

さて衛星は角速度 ω で円運動するから、軌道面は角運動

第15図 太陽引力が引きおこすトルク

第16図 トルクによる軌道面の傾き

第17図 軌道面傾斜の成長率

量 $H = a^2 \omega$ をもつ．その軌道面にトルク T が働くと，第16図に描くように軌道面の傾きが生じる．軌道面に設けた単位法線の先端が変位する量 U によって，軌道面の傾きを表すことにすれば， U の成長率は

$$\dot{U} = \frac{T}{H} = L \sin \delta \cos \delta \quad (17)$$

に等しい．ただし定数を

$$L = \frac{3\mu}{2R^3\omega}$$

と記した．ここで座標軸のとりかたを第12図にならうように変更して， x 軸は春分点を指すようにする．その座標系で，(17) 式による傾きの成長率を表すと第17図のようになつて，成長率の x, y 成分を次のように表せる．

$$\dot{U}_x = L \sin \delta \cos \delta \sin \alpha$$

$$\dot{U}_y = -L \sin \delta \cos \delta \cos \alpha$$

これに (14) 式を適用して，次式を得る．

$$\dot{U}_x = L \sin \delta_0 \cos \delta_0 \left(\frac{1}{2} - \frac{\cos 2\psi t}{2} \right) \quad (18)$$

$$\dot{U}_y = -L \sin \delta_0 \frac{\sin 2\psi t}{2} \quad (19)$$

これから U の動きを求めると，2種類の動きが現れる．ひとつは (18) 式の右辺第1項から生じる永年成長

第18図 軌道面傾斜の種類別成長

第19図 軌道面傾斜の年間成長

$$U_x = (L/2) \sin \delta_0 \cos \delta_0 \times t \quad [\text{rad}] \quad (20)$$

で，第18図の (1) に相当する．定数として $\omega = 7.29 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$ ， $\psi = 1.99 \times 10^{-7} \text{ rad/s}$ ， $\delta_0 = 23.5^\circ$ ， $R = 1.50 \times 10^8 \text{ km}$ ， $\mu = 1.33 \times 10^{11} \text{ km}^3/\text{s}^2$ を与えると，1年間あたりの成長は0.27度に等しい．一方，(18) 式の右辺第2項および (19) 式からは，半年を周期とする動きが生じる．春分の日，軌道面の傾きは零であったとすると，その後の動きは次式に従う．

$$U_x = -U_0 \cos \delta_0 \sin 2\psi t$$

$$U_y = U_0 (\cos 2\psi t - 1) \quad \text{ただし} \quad U_0 = \frac{L}{4\psi} \sin \delta_0$$

この周期的な動きは，半年で第18図の (2) のように楕円を描く．以上，2種類の動きを重ねあわせると，1年間で第19図のような軌跡を描く．年間の永年成長 U_1 に対して，横の振れ幅 $2U_0$ が成す比率を次のように算出できる (1年を Y とおく)．

$$\begin{aligned} 2U_0/U_1 &= \frac{2U_0}{(L/2) \sin \delta_0 \cos \delta_0 \times Y} \\ &= \frac{1}{\psi Y \cos \delta_0} \\ &= \frac{1}{2\pi \cos \delta_0} \\ &= 0.17 \end{aligned} \quad (21)$$

月の引力についても，以上と同じ導出を適用できる．第12図と第15図において S を月と見なし，定数には $R = 3.84 \times 10^5 \text{ km}$ ， $\psi = 2.66 \times 10^{-6} \text{ rad/s}$ ， $\mu = 4.90 \times 10^3 \text{ km}^3/\text{s}^2$ を与える．そして月が赤道面を南から北へよぎった後，1か月間に描く軌跡が第19図に相当する．そのさい注意として，第12図における角度 δ_0 は月については一定でなく， 18.3° と 28.6° の間を周期18.6年で往き来する．よって (20) 式による永年成長は δ_0 に依存して変わり，1年間での成長は 0.48° と 0.67° の間にある．振れ幅の比率も (21) 式中の δ_0 に応じて変わる．さらに注意として，太陽の場合には，第12図にて赤道面をよぎる交点が必ず x 軸上にあ

るが、月の場合にはその交点が x 軸から離れ、その離れ方は赤径で ± 13 度の範囲を周期 18.6 年で往き来する。このことを反映するとすれば、第 12 図の x - y 面上で、例えば x_1 軸と y_1 軸を改めて x 軸と y 軸とおくような座標軸の回転を施すとよく、回転の角度は ± 13 度の範囲内にある。対応して第 17 図、第 18 図、第 19 図の各表示もまた、同じ角度の回転を時計または反時計まわりに施したものが実際の現象を表す。

太陽引力による摂動と、月の引力による摂動は別々に求めて重ねあわせればよく、その結果、年間で 0.75 度ないし 0.94 度の永年成長が現れる。

6. 補 足

以上の議論から、地球の形、太陽光の圧力、太陽・月の引力によって摂動が生じる過程が明らかになった。これらの摂動は、衛星の静止を失わせるように働くから、静止を保つには対策を講じなければならない。第 6 図が表す経度の摂動への対策としては、図中の “*” のように軌道半径を変えることで、経度の動きを破線のように変えるとよく、そのような軌道制御を適切な頻度で行う。軌道半径を変えるには、第 2 図に示す Δv を与えるが、それは同時に中心の変位を引き起こす。その変位と、第 14 図が示す法則とを勘案すれば、離心率の増大を最小限におさえるような制御を工夫できる。第 19 図が表す永年成長に対しても、軌道面の傾きを永年成長の逆向きに引きもどすような制御を適切な頻度で行う。第 6 図、第 14 図、第 19 図が表すような摂動が存在するという事実は、静止衛星の関係方面に広く知られていよう。しかしそれらの摂動法則をまとめて解析的に、分かりやすく導いた資料は見あたらず、この点に本報告の意義があると思われる。

導出した摂動法則については、それぞれ数値積分と比較したところ、以下のような一致度であった。経度の摂動については、第 3 節の末尾に記した例にならい東経 120 度にある衛星を想定して、第 6 図に相当する経度の動きを数値積分で 20 日にわたり生成する。それに 2 次カーブを当て

はめて経度の加速度を読みとり、それを末尾に記した理論値と比べると、違いは $0.00001 \text{ deg/day}^2$ をこえない。太陽光の圧力については、第 14 図の表示に即した 1 年間の動きを、理論と数値積分でそれぞれ生成したとき、違いは 400 m をこえない。太陽の引力については、第 19 図に即して 1 年間の動きを生成したとき、理論と数値積分での違いは 0.003 度をこえない。月の引力については、第 12 図における“座標軸の回転”を考慮に入れた上で、第 19 図に即して 1 か月間の動きを生成したとき、理論と数値積分での違いは 0.001 度をこえない。これらの一致度が、理論の正しさの目安を示す。

第 3 節においては、衛星の位置が地球に対して固定されていることを前提とした。この前提は、第 4 節と第 5 節では必ずしも必要とされない。第 4 節と第 5 節に述べた導出は、衛星が円軌道にあり、その軌道面が赤道面に近いという場合について一般に適用できる。

7. む す び

静止軌道にある衛星に対し、静止を失わせるように働く摂動として代表的な、

- ・地球の形による衛星経度の変化
- ・太陽光の圧力による離心率の成長
- ・太陽と月の引力による軌道面の傾き

について、軌道変化の法則を簡易な理論によって導出した。導出には図式的な解法を用いた結果、摂動の物理的ないし幾何学的な意味が明らかになった。対象とした摂動はどれも、実際に静止衛星の軌道を保持するうえで考慮から欠かせない。本報告によれば、静止衛星の軌道保持の背景をなす摂動現象について、平易かつ定量的な解釈を提供できよう。

参 考 文 献

- 1) Brouwer, D. and Clemence, G. M.: Methods of Celestial Mechanics, Academic Press, New York, 1961.
- 2) 木下 宙: 天体と軌道の力学, 東京大学出版会, 東京, 1998, pp. 135–219.
- 3) 飯田尚志編著: 衛星通信, オーム社, 東京, 2003, pp. 56–65.