層間はく離を有する積層板の超音速パネルフラッタ解析*¹ Supersonic Panel Flutter Analysis of Delaminated Plates

亀山 正樹*²・花輪 達也*²・胡 寧*²・福永 久雄*²
Masaki KAMEYAMA, Tatsuya HANAWA, Ning HU and Hisao FUKUNAGA

Key Words: Aeroelasticity, Composite Materials, Supersonic Panel Flutter, Delamination

Abstract: The present paper treats a supersonic panel flutter of simply-supported symmetrical laminates with a delamination. The panel flutter characteristics of composite laminates are obtained by a finite element method based on the Mindlin plate theory and a quasi-steady aerodynamics based on the linearized piston theory in this paper. The penalty function method is adopted to ensure the displacement continuity condition at the delamination front, and the linear spring model is also adopted to describe the effect between the delaminated surfaces. The panel flutter boundary is obtained by solving the eigenvalue equation as the flutter equation. The validity of the present method and the effects of the size and location of a delamination on the panel flutter characteristics of laminated plates are examined through the numerical results.

1. 緒 言

炭素繊維強化複合材料に代表される先進複合材料は、金属材料に比べて比強度・比剛性に優れた特性を有し、また設計に関する自由度が高いことから、近年、厳しい軽量化が要求される航空宇宙分野において主要構造部材への適用が拡大しつつある。しかし、積層複合材構造は、異物衝突による面外衝撃荷重を受けることによって層間はく離や繊維破断、母材き裂等の内部損傷を生じやすく、一度これらの損傷が発生すると剛性や強度が著しく低下する¹⁾。特に、運用中の航空機においては空気力や弾性力、慣性力が繰り返し作用するため、結果としてより重大な損傷や事故を誘発する危険性が指摘されている。よって、構造物の健全性を保証し安全に運用するためには、内部損傷を有する構造物が外力を受けた際の特性解析・挙動解析が重要となる。本論文では、航空機構造設計において重要な設計基準のひとつである空力弾性特性と複合材構造における内部損傷の関係について検討を行うこととする。

空力弾性不安定現象のひとつであるパネルフラッタは、超音速空気流に曝された航空宇宙機の外板（パネル）の自励振動現象であり²⁾、翼の曲げ・ねじりフラッタとは異なり短時間で直ちに破壊することは少ないものの、繰り返し応力によって疲労破壊を引き起こすことの多い危険な振動現象である。そのため、パネルフラッタ特性は高速飛翔体構造の設計上重要な基準のひとつとなっており、これまでに多くの研究がなされてきた³⁻⁵⁾。

損傷を有さない健全な複合材積層構造を対象とした場合、繊維配向角・境界条件・空気流入角度・面内荷重・熱荷重

等の種々の条件がパネルフラッタ特性におよぼす影響に関する検討⁶⁾を始めとして、パネルフラッタ動圧最大化を目的とした積層構成最適化⁷⁾、スマート材料を用いた能動パネルフラッタ抑制⁸⁾に関しても活発に検討されている。

一方、損傷を有する複合材積層構造を対象とした場合、内部損傷として母材き裂、あるいは、層間はく離を取り扱う研究例が多い。母材き裂を取り扱った研究として、例えば Pidaparti らは、層内き裂⁹⁾、あるいは、貫通き裂¹⁰⁾を有する積層板を対象として、き裂が固有振動数、および、パネルフラッタ限界におよぼす影響について検討を行う一方で、Strganac ら¹¹⁾は層内き裂を有する片持対称積層板の空力荷重下における損傷進展解析を行っている。また、層間はく離を取り扱った研究として、例えば Shiau¹²⁾は、層間はく離を有する2次元積層パネルを対象として、積層構成、層間はく離の位置・大きさがパネルフラッタ限界におよぼす影響について検討を行っている。他に、板中央面に層間はく離を有する片持対称積層板を対象として、はく離が曲げ・ねじりフラッタ速度におよぼす影響、および、積層板表面に貼付した圧電アクチュエータによる能動突風応答制御の有効性を検討した例¹³⁾もある。

ここで、層間はく離を有する積層板のフラッタ解析に着目すると、従来の研究^{12, 13)}では、はく離部の上下面が同じたわみ形状を示すように拘束条件を与えた上で固有値解析に基づいた安定性解析を行うことにより、フラッタ特性を簡便に得ることを可能にしている。ところが、Shen ら¹⁴⁾による片持積層はりの振動実験を通して明らかのように、例えば層間はく離がある程度の大きさを有した場合、あるいは、板中央面から離れた位置にある場合、解析においてははく離部の上下面の開口を併せて考慮する必要が生じる。このことは、はく離部の上下面の接触問題をより厳密に取り扱うとともに動的応答解析を行う^{15, 16)}ことによって積層板

*1 © 2008 日本航空宇宙学会

平成 19 年 4 月 25 日原稿受理

*2 東北大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻

のフラッタ特性を得る必要があることを示し、計算コストの著しい増加をもたらすこととなる。よって、前述したような固有値解析に基づいた安定性解析の適用可能範囲に関して予め詳細に検討する必要があるが、これまでのところ、そのような報告はなされていない。

そこで、本論文では、周辺単純支持された層間はく離を有する対称積層板を対象として超音速パネルフラッタ解析を行い、はく離の大きさ・位置が積層板のパネルフラッタ特性におよぼす影響に関して検討を行う。パネルフラッタ特性を得るために、構造解析には1次せん断変形理論に基づく有限要素法、空力解析には線形ピストン理論に基づく準定常空気力¹⁷⁾を用いて安定性解析を行う。数値計算例を通じて、本解析方法の妥当性および適用可能範囲に関して検討を行う。

2. 基礎式

2.1 パネルフラッタ特性 第1図に示すように、周辺単純支持された板厚、および、密度の一樣な対称積層板の上面が一樣流速 V の x 軸に平行な超音速空気流に曝されている場合のパネルフラッタ特性に関する基礎式は、積層板上面に作用する空気力の算出に準定常空気力¹⁷⁾を適用するとき、有限要素法に基づいて次式で与えられる。

$$\begin{aligned} [M_S]\{\ddot{x}\} + [K_S]\{x\} \\ = -(\lambda[K_A]\{x\} + \mu[C_A]\{\dot{x}\}) \\ = -\left(\lambda[K_A]\{x\} + \frac{\mu}{\rho_m h}[M_S]\{\dot{x}\}\right) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 M_S は質量マトリックス、 K_S は剛性マトリックス、 K_A は空力マトリックス、 C_A は空力減衰マトリックス、 x は節点変位ベクトルである。 λ は動圧パラメータ、 μ は空力減衰パラメータを表し、一樣流動圧 q およびマッハ数 M ($\sqrt{2} < M < 5$) を用いて次式で与えられる。

$$\lambda = \frac{2q}{\sqrt{M^2 - 1}}, \quad \mu = \lambda \frac{1}{V} \frac{M^2 - 2}{M^2 - 1} \quad (2)$$

また、 ρ_m は板の密度、 h は板厚である。なお、 $\lambda = 0$ の場合は自由振動の解を与える。

(1) 式において、モード座標系 a を導入し、調和振動を仮定することにより次式が得られる。

$$([\Omega^2] + \lambda[\Phi]^T[K_A][\Phi])\{a_0\} = \kappa[I]\{a_0\} \quad (3)$$

ここで、 Ω は固有角振動数を対角成分にもつマトリックス、 Φ は固有振動モードマトリックス、 I は単位マトリックス、 a_0 は a の振幅を表す。(3) 式で与えられる複素固有値問題より、設定動圧に対する複素固有値 κ が求まる。

$$\begin{aligned} \kappa &= \kappa_R + i\kappa_I \\ &= -\left(\omega^2 + \frac{\mu}{\rho_m h}\omega\right) \\ &= (\omega_I^2 - \omega_R^2 - g_a\omega_R) + i(-g_a\omega_I - 2\omega_R\omega_I) \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、

第1図 対称積層板

第2図 はく離前縁部における変位の連続条件¹⁹⁾

$$\omega = \omega_R + i\omega_I$$

である。

ある設定動圧 λ において (3) 式の固有値問題を解き、得られた複素固有値 κ を用いることにより安定性の判別を行う。安定判別式は次式で与えられる¹⁸⁾。

$$\frac{\kappa_I^2}{\kappa_R} > g_a^2 = \left(\frac{\mu}{\rho_m h}\right)^2 \quad (5)$$

特に、空力減衰の影響を無視する場合 ($\mu = 0$) には、 $g_a = 0$ となることから、固有値 κ が実固有値から複素固有値に変化する際の λ が限界フラッタ動圧パラメータ λ_{cr} となる。本研究における数値計算例では、簡単のため空力減衰効果は無視する。なお、限界フラッタ動圧パラメータ λ_{cr} の決定に際しては、 λ を徐々に増加させて繰り返し (3) 式の固有値解析を行う。

2.2 はく離領域のモデル化 初めに、層間はく離を有する積層板の構造解析を行う場合、はく離前縁部において変位の連続条件を満足する必要がある。本研究では、ミンドリン板理論に基づく有限要素解析において、せん断変形の影響を考慮した9節点45自由度のアイソパラメトリック平面要素を用いる。第2図に示すように、はく離前縁部において変位の連続条件は次式で与えられる¹⁹⁾。

$$\begin{aligned} w_i &= w_0, & \phi_{xi} &= \phi_{x0}, & \phi_{yi} &= \phi_{y0}, \\ u_i &= u_0 + z_i\phi_{x0}, & v_i &= v_0 + z_i\phi_{y0} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、添字 i ($= 1, 2$) は、はく離領域の上層部分・下層部分を示し、0 ははく離の生じていない領域を示す。なお、本研究では、(6) 式を考慮するためにペナルティ関数法を適用した。

また、はく離面において接触問題を考慮する必要がある。本研究では、はく離上下面の対応する2節点間を z 軸方向

第3図 積層板における層間はく離の位置と大きさ

の仮想バネで接続することを考える²⁰⁾。節点間を接続する仮想バネが非常に剛な場合（以降、拘束モデル²¹⁾とする）、はく離部の上層と下層は開口せず、等しく振動する。なお、本研究では、仮想バネの剛性値は経験的に 10^8 とする。一方、節点間を仮想バネで接続しない場合（以降、自由モデル²²⁾とする）、はく離部の上層と下層の開口、および、食い込みを許容することとなる。

以降、層間はく離中心点の位置 (a_c, b_c, z_d) 、および、層間はく離の大きさ (a_d, b_d) を、第3図に示すように定義し、各々の値は基準長さにより無次元化して表示する。

2.3 はく離を有する積層板のパネルフラッタ解析 本研究において、層間はく離を有する積層板の超音速パネルフラッタ解析は、2.1 節および 2.2 節に基づいて行われるが、本数値解析におけるその他の留意点に関して以下に示す。

(1) 空力・空力減衰マトリックス K_A, C_A の算出¹²⁾：(1) 式に関して、層間はく離を有する積層板に作用する準定常空気力の算出にあたり、はく離領域においては超音速空気流に曝される上層部分の変位を用いて空気力を決定し、同じく上層部分に空気力を作用させる。

(2) 固有振動モードに関する仮定：層間はく離を有する積層板を対象として自由振動解析 ($\lambda = 0$) を行って得られる固有振動モードは、質量マトリックス M_S に関して正規直交化される。よって、限界フラッタ動圧パラメータ λ_{cr} は、2.1 節に示すように λ を徐々に増加させて繰り返し (3) 式の固有値解析を行うことにより決定できる。

(3) はく離面の開口・接触の取り扱い：層間はく離を有する積層板の振動において、層間はく離の位置と大きさによっては、はく離面が開口と接触を繰り返すことが知られている¹⁶⁾。本研究において、パネルフラッタ特性は開口（本研究では食い込みも許容）と接触（本研究では開口しない状態に対応）を自由モデル・拘束モデルとして個別に取り扱い、(3) 式の固有値解析に基づいた安定性解析を行うことにより得られ、両者を同時には考慮していない。

3. 数値計算例および考察

3.1 基本検証 初めに、周辺単純支持されたアスペクト比 $a/b = 1$ の等方性板について超音速パネルフラッタ解析を行うことにより、その妥当性に関する検討を行う。ここで、対象とする等方性板のポアソン比 ν は 0.3 とした。なお、構造解析において、解析対象となる等方性板を主流方

第1表 Sander ら¹⁸⁾ との固有角振動数・フラッタ限界の比較

	Natural frequencies		Flutter bound	
	First	Second	λ_{cr}^*	κ_{cr}^*
Present	389.56	2434.13	512.33	1846.62
Ref. 18) Exact	389.636	2435.23	512.651	1848.21
Ref. 18) Comp.	389.7	2438	512.2	1844

第4図 はく離を有する片持対称積層はり ($a = 2a_c = 127$ mm, $b = b_d = 12.7$ mm, $h = 1.02$ mm)

向に 30 分割、板幅方向に 30 分割したモデルを用いる。(3) 式において採用モード次数は 1~50 次とし、(5) 式により安定性判別の対象となるモード次数は 1~20 次とした。

第1表は、Sander ら¹⁸⁾ の有限要素解析で得られた固有角振動数、および、フラッタ限界とそれらの厳密解との比較を示す。なお、動圧パラメータ、および、角振動数は次式に示すように無次元化している。

$$\lambda^* = \frac{a^3}{D} \lambda, \quad \kappa_R^* = \frac{\rho_m h a^4}{D} \kappa_R = \frac{\rho_m h a^4}{D} \omega_I^2 \quad (7)$$

ここで、 D は板の曲げ剛性を示す。これより、本研究で得られた固有角振動数、および、フラッタ限界は既存の結果と非常に良い一致を示している。

次に、第4図に示すような層間はく離を有する $[0/90]_{2s}$ 片持 CFRP 積層はりについて振動解析を行うことにより、その妥当性に関する検討を行う。第2表は、CFRP 一方向材の材料定数を示す。なお、構造解析において、解析対象となる積層はりを長手方向に 50 分割したモデルを用いる。

第3表は、Hu ら²⁰⁾ の有限要素解析で得られた 1 次固有振動数との比較を示す。これより、本研究で得られた 1 次固有振動数は既存の結果と非常に良い一致を示している。

以降、積層はり、および、積層板を対象としたパネルフラッタ特性の検討において、動圧パラメータ、および、複素固有値の実部・虚部は次式に示すように無次元化する。

$$\lambda^* = \frac{a^3}{D} \lambda, \quad (\omega^*)^2 = \kappa_R^* = \frac{\rho_m h a^4}{\pi^4 D} \kappa_R, \quad (\alpha^*)^2 = \kappa_I^* = \frac{\rho_m h a^4}{\pi^4 D} \kappa_I$$

$$D = \frac{E_1 h^3}{12(1 - \nu_{12}\nu_{21})} \quad (8)$$

3.2 層間はく離を有する積層はりの超音速パネルフラッタ特性 数値計算例として第5図に示す $[0/90]_s$ 両端単純

第2表 CFRP 一方向材の材料定数

E_1	E_2	$G_{12} = G_{13}$	G_{23}	ν_{12}	ρ_m
[GPa]	[GPa]	[GPa]	[GPa]		[kg/m ³]
134	10.3	5.00	3.28	0.33	1480

第3表 Hu ら²⁰⁾ との1次固有振動数の比較

a_d	z_d	Present [Hz]		Ref. 20) [Hz]	
		Free*	Cons.**	Free*	Cons.**
0	0	82.21		81.87	
50.8	0	76.821	76.821	76.522	76.522
	0.3825	80.924	80.942	80.620	80.637
101.6	0	56.960	56.960	56.556	56.556
	0.3825	73.295	74.030	72.717	73.778

*自由モデルによる解析結果, **拘束モデルによる解析結果.

第5図 はく離を有する両端単純支持対称積層はり ($a/b = 200$)

第4表 CFRP 一方向材の材料定数

E_1/E_2	G_{12}/E_2	ν_{12}
13.643	0.493	0.32

第6図 はく離の大きさがフラッタ動圧におよぼす影響 ($a_c/a = 0.5$)

支持CFRP積層はりを考え、その一方向材の材料定数として文献12)と同じ第4表の値を用いた。なお、はく離領域のモデル化において拘束モデルを適用した場合、要素分割数と採用モード次数、仮想バネの剛性値等の適切な設定を行えば、得られるパネルフラッタ限界は、幅方向に一樣な2次元問題を扱った文献12)の解析結果と非常に良く一致する。本解析において、解析対象となる積層はりを主流方向に100分割したモデルを用いる。また、(3)式において採用モード次数は1~50次とし、(5)式により安定性判別の対象となるモード次数は1~20次とした。

第6図に、両端単純支持積層はりの層間ははく離の大きさ

(a) ω^* の履歴 (b) α^* の履歴 (c) フラッタモード形状 ($\lambda_{cr}^* = 278.877$)第7図 A点 ($a_d/a = 0.14$) のパネルフラッタ特性 ($u_d = 0.5$, 自由モデル)

がフラッタ動圧パラメータの値におよぼす影響を示す。ここで、 $u_d (= z_d/(h/2))$ は板厚方向の無次元化した座標である。この図より、はく離の板厚方向の位置によらず、拘束モデル、および、自由モデルともにはく離が大きくなるにつれてフラッタ動圧パラメータの値が小さくなることがわかる。また、はく離の大きさが構造寸法と比較して十分小さい場合 ($a_d/a < 0.1$) には、拘束モデル、および、自由モデルの場合で得られるフラッタ動圧パラメータの値に差が生じないが、やや大きくなるとモデル間で差が生じることがわかる。第7図、第8図は、第6図上のA点 ($a_d/a = 0.14$)、および、B点 ($a_d/a = 0.16$) において、自由モデルを適用した場合に得られる ω^* 、 α^* の履歴、および、フラッタモード形状の比較を示す。ここで、第7図(c)、第8図(c)中の横軸上の太線ははく離を表している。第7図より、A点では x 軸方向に半波数1のモードと半波数2のモードの固有振動数 ω_1 が λ^* の増加に伴って徐々に近づき、 ω^* が共

第8図 B点 ($a_d/a = 0.16$) のパネルフラッタ特性 ($u_d = 0.5$, 自由モデル)

役解をもつと同時に α^* が正値となり, $\lambda_{cr}^* = 278.877$ においてパネルフラッタが生じていることがわかる. 一方, 第8図より, B点ではより高次の振動モードの固有振動数 ω_1 が λ^* の増加に伴って徐々に近づき, ω^* が共役解をもつと同時に α^* が正値となり, $\lambda_{cr}^* = 246.993$ においてパネルフラッタが生じていることがわかる. つまり, はく離が小さい場合には, モデルによらず, 第7図(c)に示すように, x 軸方向に半波数1のモードと半波数2のモードの固有振動モードの連成によって半波数2のフラッタモード形状を呈するパネルフラッタが生じる一方, はく離が大きい場合には, 第8図(c)に示すように, 自由モデルを用いた場合により高次の固有振動モードの連成による, はく離面が大きく開口するようなパネルフラッタが生じる. また, モデル間のフラッタ動圧パラメータの値の相違は, パネルフラッタが生じる際に連成する固有振動モードのモード次数に起因する. なお, 自由モデルの場合は, 低次の固有振動モー

第9図 はく離の主流方向位置がフラッタ動圧におよぼす影響 ($a_d/a = 0.10$)

ドの連成によってパネルフラッタが生じる範囲内では, 低次の固有振動モードの直接的な連成以外に, より高次ののはく離面が開口する固有振動モードが関与するため, その影響を受けることにより拘束モデルの場合と比較してフラッタ動圧パラメータが高くなる.

第9図, 第10図に, 両端単純支持積層はりの層間はく離の主流方向 (x 軸方向) の位置がフラッタ動圧パラメータの値におよぼす影響を示す. 第9図は, はく離の大きさ a_d/a が0.10の場合のフラッタ動圧パラメータの値を示している. 第9図(a)と第9図(b)の比較により, はく離の大きさ a_d/a が0.10程度では, はく離の板厚方向の位置がフラッタ動圧パラメータにおよぼす影響は小さいことがわかる. また, この図より, フラッタ動圧パラメータの値は, はく離が構造の中央に存在する場合に最も低く, 構造の境界に近づくにつれ大きくなり, $a_c/a = 0.25, 0.75$ 近傍に極大値を有することがわかる. ここで, 第11図に, 層間はく離の主流方向の位置が固有角振動数におよぼす影響を示す. この図において, 縦軸の値は次式に示すようにパネルフラッタが生じる際に連成する1次固有振動モードおよび2次固有振動モードの固有角振動数の差を表すパラメータの値である.

$$R = \frac{(\omega_2^*)_d - (\omega_1^*)_d}{(\omega_2^*)_i - (\omega_1^*)_i} \quad (9)$$

ここで, $(\omega_j^*)_d, (\omega_j^*)_i$ ($j = 1, 2$) はそれぞれ, はく離を有する積層はり, はく離を有さない積層はりの j 次の固有角振動数である. 第9図(b)との比較により, 第9図(b)中

(a) $u_d = 0.5$ (b) $u_d = 0$ 第 10 図 はく離の主流方向位置がフラッタ動圧におよぼす影響 ($a_d/a = 0.12$) 第 11 図 はく離の主流方向位置が固有角振動数におよぼす影響 ($a_d/a = 0.10$, $u_d = 0$, 自由モデル)

のフラッタ動圧パラメータの極大値近傍では、連成する 2 つの固有振動モードの固有振動数の差がはく離を有さない場合と比較して大きくなり、結果としてフラッタ動圧パラメータの値が大きくなっていることがわかる。一方、第 10 図は、はく離の大きさ a_d/a が 0.12 の場合のフラッタ動圧パラメータの値を示している。この図より、自由モデルを用いて得られたフラッタ動圧パラメータの値が急激に変化する点が存在することがわかる。第 12 図は、第 10 図 (b) 上の C 点 ($a_c/a = 0.1$) および D 点 ($a_c/a = 0.15$) において、自由モデルを適用した場合に得られるフラッタモード形状の比較を示す。ここで、図中横軸上の太線ははく離を表している。この図より、C 点では、第 7 図 (a) と同様に低次の固有振動モードの連成によるパネルフラッタが生じていることがわかる。一方、D 点では、第 7 図 (b) と同

(a) C 点 ($a_c/a = 0.1$) (b) D 点 ($a_c/a = 0.15$)第 12 図 フラッタモード形状の比較 ($u_d = 0$, 自由モデル) 第 13 図 はく離の主流方向位置が固有角振動数におよぼす影響 ($a_d/a = 0.12$, $u_d = 0$, 自由モデル)

様により高次の固有振動モードの連成によるパネルフラッタが生じていることがわかる。ここで、第 13 図に、層間 はく離の主流方向の位置が 1 次・2 次、および、7 次・8 次固有振動モードの固有角振動数におよぼす影響を示す。第 10 図 (b) との比較により、自由モデルを用いて得られたフラッタ動圧パラメータの値の急変は、7 次固有振動モード、および、8 次固有振動モードの固有振動数が他のモードと比較して非常に近接しており、これらの振動モードが連成してパネルフラッタが生じることによってフラッタモードの跳び移りが生じることに起因することがわかる。

以上のように、 $[0/90]_s$ 両端単純支持積層はりを対象として、層間 はく離の大きさ、および、位置が超音速パネルフラッタ特性におよぼす影響に関して検討した結果、はく離の大きさが構造寸法と比較して十分小さい場合 ($a_d/a < 0.1$) には、拘束モデル、および、自由モデルの場合で得られる

フラッタ動圧パラメータの値に差が生じないことから、固有値解析に基づいて簡便に得られるパネルフラッタ特性の妥当性が確認できた。一方、より大きいはく離を有する場合、はく離の板厚方向、および、主流方向の位置変化によるモデル間のフラッタ動圧パラメータの相違が大きく、より厳密なパネルフラッタ特性解析の必要性が確認できた。

3.3 層間はく離を有する積層板の超音速パネルフラッタ特性 数値計算例として第1図に示す $[0/90]_s$ 周辺単純支持 CFRP 積層板を考え、その一方向材の材料定数として第5表の値を用いた。ここで、アスペクト比 $a/b = 1$ の積層板を対象とし、積層板内に存在する層間はく離は正方形形状 ($a_d/b_d = 1$) を仮定した。本解析において、解析対象となる積層板を主流方向に30分割、板幅方向に30分割したモデルを用いる。また、(3)式において採用モード次数は1～50次とし、(5)式により安定性判別の対象となるモード次数は1～20次とした。

第14図に、周辺単純支持積層板の層間はく離の大きさがフラッタ動圧パラメータの値におよぼす影響を示す。この図より、はく離の板厚方向の位置によらず、拘束モデル、および、自由モデルともにはく離が大きくなるにつれてフラッタ動圧パラメータの値が小さくなることがわかる。また、はく離の大きさが構造寸法と比較して十分小さい場合 ($a_d/a < 0.13$) には、拘束モデル、および、自由モデルの場合で得られるフラッタ動圧パラメータの値に差が生じないが、やや大きくなるとモデル間で差が生じることがわかる。第15図は、第14図上のE点 ($a_d/a = 0.13$)、および、F点 ($a_d/a = 0.2$) において、自由モデルを適用した場合に得られるフラッタモード形状の比較を示す。ここで、E点では、はく離面の開口が生じないことから、積層板上面のモード形状のみを示している。また、第15図(a)において、太線ははく離を表している。この図より、はく離が小さい場合には、モデルによらず、第15図(a)に示すように x 軸・ y 軸方向に半波数 $m = 1$, $n = 1$ のモード ((1, 1) モード) と $m = 2$, $n = 1$ のモード ((2, 1) モード) の固有振動モードの連成によって半波数 $m = 2$, $n = 1$ のモード ((2, 1) モード) のフラッタモード形状を呈するパネルフラッタが生じることがわかる。一方、第15図(b)と第15図(c)の比較により、はく離が大きい場合には、自由モデルを用いた場合により高次の固有振動モードの連成による、はく離面が大きく開口するようなパネルフラッタが生じることがわかる。よって、モデル間のフラッタ動圧パラメータの値の相違は、パネルフラッタが生じる際に連成する固有振動モードのモード次数に起因する。

第16図は、周辺単純支持積層板の層間はく離の主流方向 (x 軸方向) の位置がフラッタ動圧パラメータの値におよぼす影響を示す。なお、この図は、はく離の大きさ a_d/a が0.13の場合のフラッタ動圧パラメータの値を示している。第16図(a)と第16図(b)の比較により、はく離の大きさ a_d/a が0.13程度では、はく離の板厚方向の位置がフ

(b) F点 ($a_d/a = 0.2$) における積層板上面のモード形状

(c) F点 ($a_d/a = 0.2$) における積層板下面のモード形状

第5表 CFRP 一方向材の材料定数

E_1/E_2	$G_{12}/E_2 = G_{13}/E_2 = G_{23}/E_2$	ν_{12}
13.643	0.493	0.32

第14図 はく離の大きさがフラッタ動圧におよぼす影響 ($a_c/a = b_c/b = 0.5$)

第15図 フラッタモード形状の比較 ($u_d = 0.5$, 自由モデル)

(a) $u_d = 0.5$ (b) $u_d = 0$ 第 16 図 はく離の主流方向位置がフラッタ動圧におよぼす影響 ($b_c/b = 0.5$, $a_d/a = 0.13$) (a) $u_d = 0.5$ (b) $u_d = 0$ 第 17 図 はく離の板幅方向位置がフラッタ動圧におよぼす影響 ($a_c/a = 0.5$, $a_d/a = 0.13$)

ラッタ動圧パラメータにおよぼす影響は小さいことがわかる。また、この図より、フラッタ動圧パラメータの値は、変動幅は 2% 未満となっているものの、第 9 図、第 10 図と同様にはく離が構造の中央に存在する場合に最も低く、構造の境界に近づくにつれ大きくなり、 $a_c/a = 0.25$, 0.75 近傍に極大値を有することがわかる。

第 17 図は、周辺単純支持積層板の層間にはく離の板幅方向 (y 軸方向) の位置がフラッタ動圧パラメータの値におよぼす影響を示す。この図は、はく離の大きさ a_d/a が 0.13 の場合のフラッタ動圧パラメータの値を示している。なお、パネルフラッタ解析は、対称性を考慮し $b_c/b \geq 0.5$ の場合のみ行っている。第 17 図 (a) と第 17 図 (b) の比較により、第 16 図と同様にはく離の大きさ a_d/a が 0.13 程度では、はく離の板厚方向の位置がフラッタ動圧パラメータにおよぼす影響は小さいことがわかる。また、この図より、構造の境界近傍においてフラッタ動圧パラメータの値が $2/3$ 程度まで急激に低下していることがわかる。第 18 図は、拘束モデルを適用した場合の層間にはく離の板幅方向の位置が固有角振動数、および、フラッタ角振動数におよぼす影響を示す。この図より、構造の境界近傍において 4 次固有振動モード、および、5 次固有振動モードの固有振動数が近づき、これらの振動モードが連成してパネルフラッタが生じることによって、第 17 図に見られるようなフラッタ動圧パラメータの不連続変化が生じることをわかる。第 19 図は、第 17 図 (b) 上の G 点 ($b_c/b = 0.9$)、および、H 点 ($b_c/b = 0.8$) において、拘束モデルを適用した場合に得られるフラッタ

第 18 図 はく離の板幅方向位置がフラッタ角振動数におよぼす影響 ($a_d/a = 0.13$, $u_d = 0$, 拘束モデル)

モード形状の比較を示す。ここで、図中の太線ははく離を表している。この図より、G 点では、第 19 図 (a) に示すように (1, 1) モードと (2, 1) モードの固有振動モードの連成によって (2, 1) モードのフラッタモード形状を呈するパネルフラッタが生じる一方、H 点では、第 19 図 (b) に示すように (1, 3) モードと (2, 2) モードの固有振動モードの連成によって (1, 3) モードのフラッタモード形状を呈する高次のパネルフラッタが生じることをわかる。なお、本研究で対象とした $[0/90]_s$ 積層板の場合、積層構成の効果により、はく離の主流方向の位置と比べて板幅方向の位置がパネルフラッタ特性におよぼす影響が大きくなっていることがわかる。

以上のように、 $[0/90]_s$ 周辺単純支持積層板を対象として、層間にはく離の大きさ、および、位置が超音速パネルフ

第19図 フラッタモード形状の比較 ($u_d = 0$, 拘束モデル)

ラッタ特性におよぼす影響に関して検討した結果, 両端単純支持積層はりの場合と同様に, はく離の大きさが構造寸法と比較して十分小さい場合 ($a_d/a < 0.13$) には, 拘束モデル, および, 自由モデルの場合で得られるフラッタ動圧パラメータの値に差が生じないことから, 固有値解析に基づいて簡便に得られるパネルフラッタ特性の妥当性が確認できた. 一方, より大きいはく離を有する場合, 積層はりと同様に, はく離の板厚方向の位置変化によりモデル間のフラッタ動圧パラメータの相違が大きく, 固有値解析に基づいた安定性解析の妥当性が失われる. つまり, Shiau¹²⁾が言及しているように, 拘束モデルを適用して得られたパネルフラッタ限界は参考値にとどまるものであり, 自由モデルを適用した場合についても同様であることから, より厳密なパネルフラッタ特性解析の必要性が確認できた.

4. 結 言

本論文では, 層間はく離を有する対称積層はり, および, 対称積層板を対象として超音速パネルフラッタ解析を行い, はく離の大きさ・位置が積層はり・積層板のパネルフラッタ特性におよぼす影響について検討した. 本論文において得られた主要な知見は以下の通りである.

1) $[0/90]_s$ 両端単純支持積層はり, および, 周辺単純支持積層板を対象とした場合, 構造寸法の 10%程度以下の大きさのはく離を有する積層構造のパネルフラッタ特性は, はく離領域のモデル化に依存せず, 固有値解析に基づいた安定性解析が妥当であると考えられることから, 効率的な特性解析が可能である.

2) 一方, 構造寸法の 10%程度以上の大きさのはく離を有する積層構造を対象としたパネルフラッタ特性解析では, 得られるパネルフラッタ特性にモデル依存性が見られ, 固有値解析に基づいた安定性解析の妥当性が失われる. より正確なパネルフラッタ特性を得るためには, 例えば, はく離面の接触問題をより厳密に考慮した上での動的応答解析に基づく特性解析が必須となる.

3) $[0/90]_s$ 周辺単純支持積層板を対象とした場合, 構造寸法の高々 10%程度の大きさのはく離を有する場合であっても, はく離の板幅方向の位置によってはフラッタモードの跳び移りにより大幅なパネルフラッタ動圧の低下が生じる.

4) はく離を有する積層構造の超音速パネルフラッタ解析において, はく離面の接触問題を考慮するために仮想バネの導入に基づいた拘束・自由モデルを適用する場合, 低次の固有振動モードの連成によってパネルフラッタが生じる範囲内では, 自由モデルを適用して得られるフラッタ動圧の方が高くなる.

なお, 今後の課題として, はく離領域を含めた構造モデル, および, 空力モデルにおいて減衰・非線形性を考慮した厳密なパネルフラッタ解析, 実験との比較検討を行うことが挙げられる.

参 考 文 献

- 1) Abrate, S.: Impact on Composite Structures, Cambridge University Press, New York, 1998.
- 2) 小林繁夫: 超音速パネルフラッター, 日本航空学会誌, **11** (1963), pp. 10-20.
- 3) Dowell, E. H.: Panel Flutter: A Review of the Aeroelastic Stability of Plates and Shells, AIAA J., **8** (1970), pp. 385-399.
- 4) Bismarck-Nasr, M. N.: Finite Element Analysis of Aeroelasticity of Plates and Shells, Appl. Mech. Rev., **45** (1992), pp. 461-482.
- 5) Bismarck-Nasr, M. N.: Finite Element in Aeroelasticity of Plates and Shells, Appl. Mech. Rev., **49** (1996), pp. S17-S24.
- 6) 例えば, Pidaparti, R. M. V. and Yang, H. T. Y.: Supersonic Flutter Analysis of Composite Plates and Shells, AIAA J., **31** (1993), pp. 1109-1117.
- 7) 佐藤正喜, 福永久雄, 関根英樹: 積層パラメータによる対称積層板のパネルフラッタ設計, 日本機械学会論文集 C 編, **64** (1998), pp. 1013-1020.
- 8) Scott, R. C. and Weisshaar, T. A.: Panel Flutter Suppression Using Adaptive Material Actuators, J. Aircraft, **31** (1994), pp. 213-222.
- 9) Pidaparti, R. M. V.: Free Vibration and Flutter of Damaged Composite Panels, Compos. Struct., **38** (1997), pp. 477-481.
- 10) Pidaparti, R. M. V. and Chang, C. C.: Finite Element Supersonic Flutter Analysis of Skewed and Cracked Composite Panels, Comput. Struct., **69** (1998), pp. 265-270.
- 11) Strganac, T. W. and Kim, Y. I.: Aeroelastic Behavior of Composite Plates Subject to Damage Growth, J. Aircraft, **33** (1996), pp. 68-73.
- 12) Shiau, L. C.: Flutter of Composite Laminated Beam Plates with Delamination, AIAA J., **30** (1992), pp. 2504-2511.
- 13) Nam, C., Chattopadhyay, A. and Kim, Y.: Aeroelastic Control of Smart Composite Plate with Delaminations, J. Intell. Mater. Syst. Struct., **11** (2000), pp. 868-876.
- 14) Shen, M. H. H. and Grady, J. E.: Free Vibration of Delaminated Beams, AIAA J., **30** (1992), pp. 1361-1370.
- 15) Sekine, H., Hu, N., Fukunaga, H. and Natsume, T.: Low Velocity Impact Response of Composite Laminates with a

- Delamination, *Mech. Compos. Mater. Struct.*, **5** (1998), pp. 257–278.
- 16) Perel, V. Y.: Finite Element Analysis of Vibration of Delaminated Composite Beam with an Account of Contact of the Delamination Crack Faces, Based on the First-Order Shear Deformation Theory, *J. Compos. Mater.*, **39** (2005), pp. 1843–1876.
- 17) Ashley, H. and Zartarian, G.: Piston Theory—A New Aerodynamic Tool for the Aeroelastician, *J. Aeronaut. Sci.*, **23** (1956), pp. 1109–1118.
- 18) Sander, G., Bon, C. and Geradin, M.: Finite Element Analysis of Supersonic Panel Flutter, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, **7** (1973), pp. 379–394.
- 19) Hu, N.: Buckling Analysis of Delaminated Laminates with Consideration of Contact in Buckling Mode, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, **44** (1999), pp. 1457–1479.
- 20) Hu, N., Fukunaga, H., Kameyama, M., Aramaki, Y. and Chang, F. K.: Vibration Analysis of Delaminated Composite Beams and Plates Using Higher-Order Finite Element, *Int. J. Mech. Sci.*, **44** (2002), pp. 1479–1503.
- 21) Mujumdar, P. M. and Suryanarayan, S.: Flexural Vibrations of Beams with Delaminations, *J. Sound Vib.*, **125** (1988), pp. 441–461.
- 22) Wang, J. T. S., Liu, Y. Y. and Gibby, J. A.: Vibrations of Split Beams, *J. Sound Vib.*, **84** (1982), pp. 491–502.