圧電アクチュエータ・センサを用いた CFRP 積層板の単一モード振動制御^{*1} Single Modal Vibration Control of CFRP Laminated Plates Using a Pair of a Piezoelectric Actuator and a Sensor

亀 山 正 樹^{*2}・和 田 理 男^{*2}・福 永 久 雄^{*2}
Masaki KAMEYAMA, Yoshio WADA and Hisao FUKUNAGA

Key Words: Vibration Control, Modal Sensor/Actuator, Optimal Placement, Band-Pass Filter, Composite Materials

Abstract: The present paper treats a structural vibration control for a specific lower-order or higher-order single mode using the modal sensor and the modal actuator. In this paper, we examine the validity of modal sensor in the vibration measurement and control of CFRP cantilevered plates. A modal sensor system for identifying the specific vibration mode, which is mechanically simple, is developed by one accelerometer and one band-pass filter so as to be easily equipped to the structures. Here, the location of accelerometer is optimized based on the minimization criterion of observation spillover. Moreover, a modal actuator system to generate a modal control force for controlling the specific vibration mode is also developed by one piezoelectric patch. The location of PZT piezoelectric patch is also optimized and the independent modal space control based on the LQR control theory is applied in this research. The numerical and experimental results show that the proposed vibration control system is effective for suppression of single modal vibration regardless of a lower-order or higher-order modal vibration.

1. 緒 言

近年、宇宙用アンテナや人工衛星の太陽電池パドル等の宇宙構造物は、高性能化の要求からより一層の大型化・軽量化が求められている。その結果、宇宙構造物は軽量かつ柔軟となり、種々の外的要因により振動が生じやすくなる。なお、これらの振動は、構造物の性能や健全性等に影響をおよぼす可能性があることから、構造にセンサ・アクチュエータを組み込むことにより知的構造物を構成し、受動的あるいは能動的に振動を抑制するための研究が活発に行われている^{1, 2)}。本研究では、少数のセンサと帯域通過フィルタを併用した機械的に簡便なモード別振動計測系を構築し、それを応用した振動制御に関する検討を行う。

構造物の振動制御においては、多自由度系の振動をモード座標系へ射影することによって 1 自由度系の振動に帰着させて考え、多自由度系の振動に対して支配的な振動モードのみを制御する方法が多く用いられている。モードセンサ・モードアクチュエータ³⁾を構築することにより振動を各振動モードに分離して計測・制御を行う方法は、スピルオーバー不安定を生じにくい特徴を有するため、近年活発に研究が進められている。本研究では、特にモードセンサを用いた構造物の振動計測に注目する。

モードセンサ構築に関する従来の研究では、圧電素子を用いたモードセンサ構築方法に関する検討が多くなされている。例えば、はり・板に貼付する PVDF 圧電フィルム⁴⁾の形

状を最適化する方法³⁻⁶⁾や、構造の全面に貼付した PVDF 圧電フィルム上の電極配置を最適化する方法⁷⁾、PZT 圧電素子の大きさと配置箇所を最適化する方法⁸⁾等が提案されており、数値シミュレーションと実験の両面からその有効性を明らかにしている。しかし、従来提案されてきた方法では、大規模・複雑な構造への適用が困難であると考えられる。一方、著者らは、大規模・複雑な構造への拡張が容易な振動計測・制御方法として、加速度センサを用いたモードセンサと PZT 圧電素子を用いたモードアクチュエータに関する検討を行っている^{9, 10)}。すなわち、少数の加速度センサと PZT 圧電素子をそれぞれ最適配置することによりモードセンサ・モードアクチュエータを構築し、数値シミュレーション⁹⁾、および、実験¹⁰⁾を通じて、CFRP 積層板の振動計測・振動制御における有効性を示している。

以上のように、構造物の振動計測・振動制御に関する研究はこれまで活発に行われている。しかし、平板やシェル構造等を対象とした振動計測においては、多数の点計測センサや大面積を有する圧電センサを用いてモードセンサを構築しているのが現状であり、大型・複雑な構造物への適用に際してはさらに議論の余地がある。よって、より簡易な方法を用いた振動計測・制御系の実現が望まれている。

なお、モード別振動制御においては、制御対象モード以外の残余モードによるスピルオーバー不安定性を極力低減することが重要である。一般に、構造物は振動モードと固有振動数が一対一で対応しており、残余モードの固有振動数に対応する周波数領域を遮断することによりスピルオーバー不安定を回避することが可能であることから、周波数フィルタを用いたモード別振動制御に関する研究も行われてい

^{*1} © 2009 日本航空宇宙学会

平成 20 年 8 月 21 日原稿受理

^{*2} 東北大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻

る¹¹⁾。

本研究では、構造物への適用がより容易な振動計測系・制御系の構築を目的とし、必要とするセンサ個数の大幅な低減を可能にする点計測センサを用いた振動計測系の設計方法を提案する。

本論文の構成は次の通りである。初めに、最適配置された加速度センサと帯域通過フィルタを併用することにより機械的に簡便なモード別振動計測系を構築する。センサ最適配置においては観測スピルオーバー最小化規準に基づく定式化を示し、1 個の加速度センサによって高精度の単一モード計測を実現する。そして、片持支持された CFRP 対称積層板を対象とした振動計測の数値シミュレーションを行い、構築した振動計測系を用いた際のモード速度推定精度について検討する。次に、片持 CFRP 対称積層板を対象とし、構築したモードセンサを用いた振動計測実験を行い、その有効性を示す。さらに、モードセンサによって得られる推定モード速度および推定モード変位に基づいた、モード別状態フィードバック制御による振動制御について検討する。1 個の PZT 圧電アクチュエータを最適配置箇所に貼付した片持 CFRP 対称積層板を対象として振動制御実験を行い、特定の低次および高次振動モードの抑制が可能であることを示す。

2. 定 式 化

2.1 モードセンサ⁹⁾ 本研究では、構造物に貼付した 1 個の加速度センサおよび 1 個の帯域通過フィルタによってモードセンサを構築する。加速度センサによって得られた加速度応答を帯域通過フィルタに通すことにより特定の周波数帯域のみの加速度応答に変換し、モード変換を行うことによりモード加速度、モード加速度を時間に関して積分することによりモード速度を得る。以降、本節ではモード変換の詳細について説明し、帯域通過フィルタの詳細に関しては 3.1 節において説明する。

2.1.1 加速度計測に基づくモード速度推定法 ここでは、1 個の加速度センサを用いたモード速度推定法に関する定式化を示す。加速度センサは有限要素分割された平板の要素節点上に配置され、面外方向の加速度を計測するものとする。有限要素解析に基づく、加速度センサが配置された節点に関して、加速度 $\ddot{u}$ とモード加速度 $\{\ddot{\eta}\}$: $N_{\text{mall}} \times 1$ の関係は次式で与えられる。

$$\ddot{u} = \{\bar{\phi}\} \{\ddot{\eta}\} \quad (1)$$

ここで、 N_{mall} は有限要素解析において考慮するモード数を表し、 $\ddot{u}$ および $\{\bar{\phi}\}$: $1 \times N_{\text{mall}}$ はそれぞれ、全自由度に関する加速度ベクトル $\{\ddot{u}\}$ および固有振動モードマトリックス $[\bar{\phi}]$ のうちセンサ配置節点に関する成分を取り出したスカラー、ベクトルである。

次に、計測するモード数を N_m ($N_m < N_{\text{mall}}$) とし、(1) 式右边を計測対象モード、センサ配置時に考慮する残余モード、およびセンサ配置時に考慮しない残余モードに関する成分に分割する。

$$\ddot{u} = \{\bar{\phi}_m\} \{\ddot{\eta}_m\} + \{\bar{\phi}_{um}\} \{\ddot{\eta}_{um}\} + \{\bar{\phi}_{um2}\} \{\ddot{\eta}_{um2}\} \quad (2)$$

ここで、 $\{\bar{\phi}_m\}$: $1 \times N_m$, $\{\bar{\phi}_{um}\}$: $1 \times N_{um}$, $\{\bar{\phi}_{um2}\}$: $1 \times N_{um2}$ であり、 N_{um} はセンサ配置時に考慮する残余モードのモード数、 N_{um2} はセンサ配置時に考慮しない残余モードのモード数を表す。(2) 式右边第 3 項に対応する、センサ配置時に考慮しない残余モード成分は帯域通過フィルタによって完全に遮断されているものと仮定するとき、フィルタ通過後の加速度を $\hat{u}$ として、加速度-モード加速度関係式が次式で得られる。

$$\hat{u} = \{\bar{\phi}_m\} \{\ddot{\eta}_m\} + \{\bar{\phi}_{um}\} \{\ddot{\eta}_{um}\} \quad (3)$$

いま、センサ個数と計測対象モードの数が等しい、すなわち $N_m = 1$ であるとき、 $\{\bar{\phi}_m\}$ および $\{\ddot{\eta}_m\}$ はスカラー量となり、それぞれ $\bar{\phi}_m$ および $\ddot{\eta}_m$ と表すこととする。そして、(3) 式を $\ddot{\eta}_m$ に関して整理すると、次式のように計測対象モード加速度 $\ddot{\eta}_m$ を得る。

$$\ddot{\eta}_m = \frac{1}{\bar{\phi}_m} \hat{u} - \frac{1}{\bar{\phi}_m} \{\bar{\phi}_{um}\} \{\ddot{\eta}_{um}\} \quad (4)$$

(4) 式右边第 2 項が残余モード成分による誤差、すなわち観測スピルオーバーである。観測スピルオーバーが微小であり無視できるとき、(4) 式より推定モード加速度 $\ddot{\eta}'_m$ が次式で得られる。

$$\ddot{\eta}'_m = \frac{1}{\bar{\phi}_m} \hat{u} \quad (5)$$

なお、推定モード加速度を時間に関して積分することにより、推定モード速度を得ることが可能となる。さらに、推定モード速度を時間に関して積分することにより、推定モード変位が得られる。

2.1.2 加速度センサ最適配置規準 (4) 式における観測スピルオーバーが微小であるとき、(5) 式は計測対象モード加速度の精度の高い近似式となる。(4) 式右边第 2 項における $\{\ddot{\eta}_{um}\}$ は構造に作用する外力に依存するため未知の値となるが、 $\bar{\phi}_m$ や $\{\bar{\phi}_{um}\}$ はセンサの配置箇所によって決定される既知の値であるため、センサ配置を変化させることにより観測スピルオーバーの最小化が可能となる。

いま、次式のように、観測スピルオーバーを誤差 Δ とおく。

$$\Delta = \frac{1}{\bar{\phi}_m} \{\bar{\phi}_{um}\} \{\ddot{\eta}_{um}\} \quad (6)$$

本研究では、観測スピルオーバー、すなわち (6) 式で定義した誤差を最小にするように加速度センサの配置箇所を最適化する。(6) 式より誤差の 2 乗を求める。

$$|\Delta|^2 = \frac{1}{\bar{\phi}_m^2} \{\ddot{\eta}_{um}\}^T \{\bar{\phi}_{um}\}^T \{\bar{\phi}_{um}\} \{\ddot{\eta}_{um}\} \quad (7)$$

なお、任意の $\{\ddot{\eta}_{um}\}$ に対して次の不等式が成り立つ。

$$\lambda_{\min} \left(\frac{\{\bar{\Phi}_{\text{um}}\}^T \{\bar{\Phi}_{\text{um}}\}}{\bar{\phi}_{\text{m}}^2} \right) \leq \frac{\{\ddot{\eta}_{\text{um}}\}^T \frac{\{\bar{\Phi}_{\text{um}}\}^T \{\bar{\Phi}_{\text{um}}\}}{\bar{\phi}_{\text{m}}^2} \{\ddot{\eta}_{\text{um}}\}}{\{\ddot{\eta}_{\text{um}}\}^T \{\ddot{\eta}_{\text{um}}\}} \leq \lambda_{\max} \left(\frac{\{\bar{\Phi}_{\text{um}}\}^T \{\bar{\Phi}_{\text{um}}\}}{\bar{\phi}_{\text{m}}^2} \right) \quad (8)$$

ここで, $\lambda_{\min}$ および $\lambda_{\max}$ はそれぞれマトリックスの最小・最大固有値を表す.

(8) 式の右辺は誤差の最大値であるから, これを最小化することで観測スピルオーバーが最小となる. このときの加速度センサ最適配置の目的関数を次式で定義する⁸⁾.

$$J_s = \min \lambda_{\max} \left(\frac{\{\bar{\Phi}_{\text{um}}\}^T \{\bar{\Phi}_{\text{um}}\}}{\bar{\phi}_{\text{m}}^2} \right) \quad (9)$$

(9) 式を最小にする配置箇所がセンサ最適配置箇所となり, 最適配置箇所に配置された加速度センサからの応答を帯域通過フィルタに通し, 帯域通過フィルタ通過後の加速度応答より, (5) 式を用いて推定モード加速度を得る.

2.2 モードアクチュエータ 本研究では, 1 個の PZT 圧電アクチュエータを最適配置することによってモードアクチュエータを構築し, モードセンサによって得られる推定モード速度および推定モード変位を状態変数としたモード別状態フィードバック制御による振動制御を行う. 本節では, 初めに有限要素解析に基づいたモード座標系での運動方程式を示し, モード別振動制御におけるアクチュエータ最適配置のための目的関数を定式化する. 次に, LQR 制御則に基づいて, フィードバックゲインを決定するための定式化を行う.

2.2.1 アクチュエータ最適配置規準 有限要素解析に基づき, 1 個の PZT 圧電アクチュエータを貼付した平板の振動制御において, 制御対象となる i 次振動モードに関する運動方程式は次式のように表される.

$$\ddot{\eta}_i + 2\zeta_i\omega_i\dot{\eta}_i + \omega_i^2\eta_i = \{\Phi_i\}^T \{D\} V \equiv f_{\text{mci}} \quad (10)$$

ここで, η_i は i 次モード変位, $\{\Phi_i\}$ は i 次固有振動モードベクトルであり, ζ_i , ω_i は i 次モードの減衰比および固有角振動数である. また, f_{mci} は i 次モードに対する制御力, V は圧電アクチュエータ印加電圧, $\{D\}$ は圧電アクチュエータに単位電圧を印加したときの各節点での制御力を表すベクトルである. ここで, $B_i = \{\Phi_i\}^T \{D\}$ とおき, (10) 式を次式のように書き改める.

$$f_{\text{mci}} = B_i V \quad (11)$$

(11) 式は i 次モード制御力-制御入力関係式であり, B_i はそれを関係づける係数である. B_i はアクチュエータ配置箇所をパラメータとした変数であり, その値の絶対値が大きいほど i 次モードに対する制御効果は高い. 本研究では, アクチュエータを最適配置することにより, 効果的なモード別振動制御を実現する. そこで, i 次モード制御におけ

るアクチュエータ最適配置のための目的関数を次式で定義する.

$$J_a = \max |B_i| \quad (12)$$

以上の定式化より, (12) 式を最大にする配置箇所が, アクチュエータ最適配置箇所となる.

2.2.2 最適フィードバック制御則を適用したモード別振動制御 本研究では, モードセンサによって計測されるモード速度およびモード変位を状態変数としたモード別状態フィードバック制御による振動制御を行う. 制御対象となる i 次モードに対するフィードバック制御力 f_{mci} は, i 次モード変位 η_i およびモード速度 $\dot{\eta}_i$ を用いて次式で与えられる.

$$f_{\text{mci}} = - \left\{ \begin{matrix} G_{\text{mpi}} & G_{\text{mvi}} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \eta_i \\ \dot{\eta}_i \end{matrix} \right\} \quad (13)$$

ここで, G_{mpi} および G_{mvi} はそれぞれ i 次モード変位および i 次モード速度に対するフィードバックゲインである.

本研究では, LQR 制御則に基づいて (13) 式におけるフィードバックゲインを決定する. i 次モードに対する 2 次形式評価関数 J_{ci} を次式で定義する.

$$J_{ci} = \int_0^\infty \left(\{x_i\}^T [Q_i] \{x_i\} + \{f_{\text{mci}}\}^T [R_i] \{f_{\text{mci}}\} \right) dt \quad (14)$$

ここで, $\{x_i\} = \{\eta_i \ \dot{\eta}_i\}^T$ は状態変数ベクトルであり, モード変位 η_i とモード速度 $\dot{\eta}_i$ を状態変数とする. また, $\{f_{\text{mci}}\}$ はモード制御力ベクトルを表し, $[Q_i] = \text{diag}[\omega_i^2 \ 1]$, $[R_i] = r_i$ は制御入力に対する重み係数を表している. (14) 式において積分内第 1 項は状態コストであり, 振動抑制の指標となる. また, 第 2 項は制御コストであり, 制御入力の大きさの指標となる. J_{ci} を最小化するフィードバックゲインは次式で与えられるリカッチ方程式を解くことによって得られる¹²⁾.

$$[P_i][A_i] + [A_i]^T[P_i] - [P_i]\{B_i\}\{R_i\}^{-1}\{B_i\}^T[P_i] + [Q_i] = [0] \quad (15)$$

ここで,

$$[A_i] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_i^2 & -2\zeta_i\omega_i \end{bmatrix}, \quad \{B_i\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

であり, $[P_i]$ は対角項にフィードバックゲインを有するマトリックスである. (15) 式はモードごとに独立しているため簡単に解くことができ, 最終的に制御対象となる i 次モードに対するフィードバックゲインが次式のように求められる.

$$G_{\text{mpi}} = \omega_i \sqrt{\omega_i^2 + r_i^{-1}} - \omega_i^2 \quad (17)$$

$$G_{\text{mvi}} = \sqrt{(2\zeta_i\omega_i)^2 + 2G_{\text{mpi}} + r_i^{-1}} - 2\zeta_i\omega_i \quad (18)$$

これらのゲインを用いることにより, (13) 式から i 次モードに対する制御力 f_{mci} が求められる. 以上の定式化により, i 次モード変位およびモード速度をモードセンサによって計測することで, モード別に独立にフィードバック制御することが可能となる.

第 1 表 CFRP 積層板の材料定数

E_{11}	E_{22}	G_{12}	ν_{12}	ρ	Thickness	Damping	
[GPa]	[GPa]	[GPa]		[kg/m ³]	[mm]	α	β
130.7	9.0	5.0	0.35	1,613	0.86	1.0	5.0×10^{-6}

第 1 図 片持対称積層板

3. 数値計算例および考察

以降では、本研究において提案する設計方法に基づいて構築したモードセンサの振動計測・振動制御における有効性に関して、数値シミュレーション・実験の両面から検討を行う。初めに、本章では、片持支持された CFRP 対称積層板を対象とした振動計測の数値シミュレーションを行い、構築した振動計測系を用いた際のモード速度推定精度について検討する。

3.1 数値計算モデル 本研究で対象とする片持平板の有限要素モデルを第 1 図に示す。平板は $[0/45/-45/90]_s$ の積層構成を有する CFRP 対称積層板によって構成され、CFRP 一方向材の材料定数、積層板の板厚および比例減衰係数を第 1 表に示す。構造解析において、古典積層理論に基づく有限要素解析に用いる要素は、4 節点 12 自由度四辺形板曲げ要素とする。構造物が有する減衰は比例減衰を仮定し、減衰マトリックス $[C]$ は $[C] = \alpha[M] + \beta[K]$ とする。ここで、 $[M]$ は質量マトリックス、 $[K]$ は剛性マトリックスであり、減衰係数 α, β は振動実験結果に基づきパラメトリックに変動させて決定している。また、第 1 図において、黒塗りされた部分が固定支持部分を示しており、 $y = 0$ において全自由度固定、 $y = 30$ において z 軸方向変位および y 軸周りの回転固定であり、 θ は積層板の繊維角を表す。なお、数値シミュレーションによる時間履歴計算はデュアメル積分によって行う。

本研究では、加速度センサを用いることによりモードセンサを構築する。数値シミュレーションにおいて、加速度センサは有限要素節点上に配置され、配置箇所における面外方向 (z 方向) 加速度を計測する。平板に貼付するセンサの質量・剛性は共に微小であり、平板の振動特性に影響を与えないものと仮定し、センサの質量・剛性は無視して数値シミュレーションを行う。また、平板の片面のみに貼付された PZT 圧電素子をアクチュエータとして用いる。PZT 圧電素子の寸法および材料定数を第 2 表に示す。ここで、圧電

第 2 表 PZT の材料定数

d_{31}	E	ν	ρ	Thickness
[pm/V]	[GPa]		[kg/m ³]	[mm]
-185	59.0	0.34	7,700	1.0

材料の剛性および圧電定数は面内等方性を仮定する。なお、PZT 圧電素子の寸法は平板の有限要素解析における 1 要素分の寸法に相当し、数値シミュレーションでは表面に貼付した圧電素子の質量・剛性を共に考慮する。また、PZT 圧電素子に対する印加電圧は、4 章において振動計測・制御実験で使用するピエゾドライバの出力電圧制限に合わせて ± 75 V までとしている。さらに、帯域通過フィルタとしてデジタルフィルタを構築し、フィルタ係数は MATLAB® の Filter Design Toolbox を用いて決定する。構築するデジタル帯域通過フィルタの特性および遮断周波数は、4 章において使用する帯域通過フィルタ ((株) 小野測器, バンドパスフィルタアンプ, AU-3100) の仕様¹³⁾ に準拠するものとし、4 次バターワース型帯域通過フィルタを構築する。本研究では、低域および高域の遮断周波数をそれぞれ f_{CL} , f_{CH} と定義し、計測・制御対象とした i 次モードが有する固有振動数 f_i を通過帯域に含むように設定する。

$$f_{CL} < f_i < f_{CH} \quad (19)$$

本研究では、平板に与える加振力¹⁴⁾ として以下の 3 種類を考える。

- ・ステップ波: 任意の 1 点に初期変位を与え、それを瞬間的に開放することで加振する。
- ・インパルス波: 短時間の打撃力を想定した半波正弦波を作用させることにより加振する。
- ・擬似ランダム波: 平板の任意の要素に貼付した PZT 圧電アクチュエータに対して、次式で表される電圧 $V_{rnd}(t)$ [V] を常時印加することにより定期的に加振する。

$$V_{rnd}(t) = A \times F(t) \quad (20)$$

ただし、

$$F(t) = \sum_{i=1}^n \{\sin(\omega_i t + 2\pi N_i)\},$$

$$A = \frac{50}{\max |F(t)|} \quad (21)$$

ここで、 N_i は Box-Muller 法により求められる正規分布乱数である。また、 n は擬似ランダム波を構成する最大モード次数であり、本研究では $n = 10$ として擬似ランダム波を生成する。なお、(21) 式において乱数を変数として用いているために、擬似ランダム波電圧の再現性はないことに注意を要する。

3.2 モードセンサによるモード速度計測 本節では, 低次および高次の単一振動モードのモード速度推定を行い, 主にセンサ最適配置の重要性, 帯域通過フィルタの効果, および加振力の相違が推定精度におよぼす影響について検討する.

3.2.1 1 次モード単一計測 計測対象モードを 1 次モード (1 次曲げモードに対応), スピルオーバーとして考慮する残余モードを 2 次および 2~3 次モードとし, (9) 式に基づく最適化により得られたセンサの最適配置箇所を, 振動計測におけるセンサ配置箇所の重要性を検討するために無作為に決定した配置箇所 (基準配置とする) と併せて第 2 図 (a) に示す. ここで, ●および■はそれぞれ残余モードとして 2 次および 2~3 次モードを考慮した場合に得られるセンサ最適配置箇所 (最適配置 I および II とする), ○はセンサ基準配置箇所を示す.

初めに, ステップ波で表される加振力が作用する場合を考える. 第 3 図中の A 点に与えた 2 mm の初期変位を瞬間的に開放することにより平板を励振した場合に関して, 第 2 図 (a) に示す最適配置 I (2 次モードを考慮) および基準配置に貼付された加速度センサを用いて 1 次モード速度を推定する. 帯域通過フィルタにおける遮断周波数を, 1 次固有振動数 (6.8 Hz) に対して $f_{CL} = 3 \text{ Hz}$, $f_{CH} = 15 \text{ Hz}$ および $f_{CL} = 3 \text{ Hz}$, $f_{CH} = 10 \text{ Hz}$ とした場合, それぞれの 1 次モード速度推定結果を第 4 図および第 5 図に示す. 両図において, 実線はモードセンサによるモード速度の推定値, 破線は有限要素解析により得られたモード速度 (正解値とする) をそれぞれ示している. これらの図より, センサを基準配置箇所に配置した場合, 帯域通過フィルタの遷移域に含まれる残余モードに対してフィルタの遮断効果が低下し, 観測スピルオーバーが生じることにより 1 次モード速度の推定精度が悪くなる一方, 最適配置箇所に配置す

第 2 図 センサ配置箇所

(a) 計測対象: 1 次モード, (b) 計測対象: 4 次モード.

第 3 図 加振力作用点

ることにより推定精度が大幅に改善されていることがわかる. また, 第 5 図より, 計測対象である 1 次モードに対して帯域通過フィルタの高域遮断周波数 f_{CH} を小さく設定した場合においても, センサ配置箇所の最適化による推定精度の向上が確認できる. しかし, 第 4 図 (b) および第 5 図 (b) の比較より, フィルタ高域遮断周波数 f_{CH} がモード

第 4 図 1 次モード速度計測結果 ($f_{CH} = 15 \text{ Hz}$, 加振力: ステップ波)

(a) 基準配置, (b) 最適配置 I.

第 5 図 1 次モード速度計測結果 ($f_{CH} = 10 \text{ Hz}$, 加振力: ステップ波)

(a) 基準配置, (b) 最適配置 I.

(a)

(b)

第 6 図 1 次モード速度計測結果 (加振力: インパルス波)
(a) 最適配置 I, (b) 最適配置 II.

(a)

(b)

第 7 図 4 次モード速度計測結果 (加振力: 擬似ランダム波)
(a) 基準配置, (b) 最適配置.

推定結果に生じる位相差の大きさに影響することがわかる。これは、帯域通過フィルタが有する位相対周波数特性によるものであり、計測対象モードに生じる位相差はフィルタの遮断周波数に依存する。よって、モードセンサの設計において、計測対象モードおよび残余モードの固有振動数と帯域通過フィルタの遮断周波数の関係を十分に考慮する必要がある。

次に、インパルス波で表される加振力によって振動が生じた際の 1 次モード速度推定について検討する。ここでは、第 3 図中の B 点に、100 Hz の周波数成分を有するピーク値 10 N の半波正弦波を作用させることにより平板を励振する。なお、加振周波数 100 Hz は、片持支持された $[0/45/-45/90]_s$ 積層板の 5 次モードと 6 次モードの間の周波数である。このとき、帯域通過フィルタの遮断周波数と 1 次固有振動数 (6.8 Hz) との関係を $3 \text{ Hz} < 6.8 \text{ Hz} < 10 \text{ Hz}$ とし、第 2 図 (a) に示す最適配置 I (2 次モードを考慮) および最適配置 II (2~3 次モードを考慮) の箇所に貼付したセンサを用いた場合の 1 次モード速度推定結果を第 6 図に示す。この図からわかるように、高次モードが励起されるような加振力が作用する場合には、より高次の残余モードをも考慮して得られた最適配置箇所へセンサを配置する必要があるものの、適切な箇所にセンサを配置することにより、精度良い 1 次モード速度推定が可能となっている。なお、1 個のセンサによって考慮できる残余モードの数は限られ、センサ最適配置の際には注意を要する¹⁵⁾。

3.2.2 高次モード単一計測 ここでは、高次モードとして 4 次モード (2 次ねじりモードに対応) を対象としたモード計測を行う。計測対象モードを 4 次モード、スピルオーバーとして考慮する残余モードを 3, 5 次モードとして求め

たセンサ最適配置箇所をセンサ基準配置箇所および加振用アクチュエータ配置箇所と併せて第 2 図 (b) に示す。ここで、●はセンサ最適配置箇所 (最適配置とする)、○はセンサ基準配置箇所、V は加振用アクチュエータ配置箇所を示す。平板に貼付した加振用アクチュエータに対して、(20) 式で定義した擬似ランダム波電圧を印加することによって平板を励振した場合に関して、4 次モード速度推定結果を第 7 図に示す。なお、このときの帯域通過フィルタの遮断周波数は $f_{CL} = 60 \text{ Hz}$, $f_{CH} = 80 \text{ Hz}$ とし、4 次モード (約 69.1 Hz) のみを通過させる設定とした ($f_{CL} < f_4 < f_{CH}$: $60 \text{ Hz} < \text{約 } 69.1 \text{ Hz} < 80 \text{ Hz}$)。この図から、センサを最適配置箇所に配置することにより、精度良い 4 次モード速度推定が可能となる一方、基準配置箇所に配置した場合には観測スピルオーバーが生じることにより推定精度が悪くなることがわかる。

以上のことから、1 組の観測スピルオーバー最小化規準に基づいて最適配置された加速度センサ・帯域通過フィルタによって構築したモードセンサを用いることにより、加振力に依存しない低次および高次の単一モードの高精度モード推定が可能となること、数値シミュレーションを通じて明らかとなった。

4. 実験による検証

前章では、片持支持された CFRP 対称積層板を対象とした振動計測の数値シミュレーションを行い、加速度センサ・帯域通過フィルタによって構築したモードセンサのモード速度推定精度について検討を行った。つづいて、本章では、片持 CFRP 対称積層板を対象とし、構築したモードセンサを用いた振動計測・制御実験を行い、特定の低次および

第8図 実験装置の概要

高次振動モードの計測・制御における有効性について検討する。

4.1 実験装置 本研究で用いる実験装置の概要を第8図に示す。片持支持された平板上に貼付された加速度センサを用い、平板に生じる面外方向加速度を計測し、チャージアンプによって電圧値に変換する。チャージアンプより出力された電圧は帯域通過フィルタへ入力され、指定した周波数帯域の成分のみを含む電圧に変換され、A/D変換器によって取得する。PC上に構築された制御コントローラによって制御力を求め、D/A変換器、 piezodriver によって増幅された制御信号が平板上に貼付された制御用 PZT アクチュエータに入力され振動を抑制する。本研究では、帯域通過フィルタとして4次バターワース型帯域通過フィルタを用いる。また、実験に用いる piezodriver の出力電圧制限は $\pm 75 \text{ V}$ となっている。

実験に用いる供試体を第1図に示す。平板は $[0/45/-45/90]_s$ の積層構成を有する CFRP 対称積層板によって構成され、CFRP 一方向材の材料定数、積層板の板厚および比例減衰係数を第1表に示す。構造物が有する減衰は比例減衰を仮定し、減衰係数 α, β は振動実験結果に基づきパラメトリックに変動させて決定している。また、第1図において、黒塗りされた部分が固定支持部分を示しており、固定治具により片持支持される。

4.2 モードセンサによる振動計測実験 初めに、低次および高次の単一振動モードのモード速度推定を行い、主にセンサ最適配置の重要性および加振力の相違が推定精度におよぼす影響について検討する。

4.2.1 1次モード単一計測 計測対象モードを1次モード（1次曲げモードに対応）、スピルオーバーとして考慮する残余モードを2～3次モードとし、(9)式に基づく最適化により得られたセンサ最適配置箇所（■：最適配置 II）を、振

 第9図 1次モード速度計測結果（加振力：ステップ波）
(a) 基準配置, (b) 最適配置。

動計測におけるセンサ配置箇所の重要性を検討するために無作為に決定した配置箇所（基準配置）と併せて第2図(a)に示す。ここでは、センサ応答に対して適用する帯域通過フィルタにおける遮断周波数を $f_{CL} = 3 \text{ Hz}$, $f_{CH} = 10 \text{ Hz}$ とし、1次モード（6.8 Hz）のみを通過させる設定とした（ $f_{CL} < f_1 < f_{CH}$: $3 \text{ Hz} < 6.8 \text{ Hz} < 10 \text{ Hz}$ ）。また、本実験ではステップ波で表される加振力が平板に作用する場合を考える。第3図中のA点に与えた2 mmの初期変位を瞬間的に開放することにより平板を励振した場合に関して、第2図(a)に示す最適配置箇所（最適配置 II）および基準配置箇所に貼付された加速度センサを用いて1次モード速度を推定する。このときの1次モード速度推定結果を第9図に示す。第9図に示した1次モード速度推定結果において、実線はモードセンサによるモード速度の推定値を、破線は有限要素解析によって得られたモード速度（正解値とする）をそれぞれ示している。この図より、センサを最適配置箇所に配置することによって推定精度の大幅な改善が可能であり、センサ配置箇所を最適化することの重要性がわかる。ただし、第9図より、実験による推定値と有限要素解析に基づく正解値との間に大きな位相差が確認できる。この位相差の原因として、モードセンサとして用いている帯域通過フィルタ、および大まかな雑音を除去するためにPC内で用いているデジタル高域通過フィルタが有する位相対周波数特性の影響が考えられる。しかし、第9図における推定値と正解値とを比較すると、両者の1次モード速度の周期および振幅はほぼ等しく、精度良い1次モード推定が実現できている。なお、この位相差に関しては、推定モード速度・モード変位を用いたモード別振動制御の際に制御効果を低下させる原因となり得るが、帯域通過フィルタの位

第 10 図 4 次モード速度計測結果 (加振力: 擬似ランダム波, センサ基準配置)
(a) 4 次モード速度の時間履歴, (b) 4 次モード速度の FFT 解析.

第 11 図 4 次モード速度計測結果 (加振力: 擬似ランダム波, センサ最適配置)
(a) 4 次モード速度の時間履歴, (b) 4 次モード速度の FFT 解析.

相対周波数特性に基づいて調整可能である。以上のことから、センサ最適配置に基づき構築したモードセンサを用いることにより加振力に依存しない高精度 1 次モード推定が可能であることを、実験によって確認できた。

4.2.2 高次モード単一計測 ここでは、高次モードとして 4 次モード (2 次ねじりモードに対応) を対象とした単一モード計測を行う。計測対象モードを 4 次モード、スピルオーバーとして考慮する残余モードを 3, 5 次モードとして求めたセンサ最適配置箇所をセンサ基準配置箇所および加振用アクチュエータ配置箇所と併せて第 2 図 (b) に示す。平板に貼付した加振用アクチュエータに対して、(20) 式で定義した擬似ランダム波電圧を印加することによって平板を励振した場合に関して、4 次モード速度推定結果を、推定された 4 次モード速度の FFT 解析結果と併せて第 10 図および第 11 図に示す。なお、このときの帯域通過フィルタの遮断周波数と 4 次固有振動数 (約 67.7 Hz) との関係は、 $60 \text{ Hz} < \text{約 } 67.7 \text{ Hz} < 80 \text{ Hz}$ としている。第 10 図より、センサを基準配置箇所に配置した場合においては、計測対象ではない 5 次モード成分を強く含む推定結果が得られており、推定精度は低いことがわかる。一方、第 11 図より、センサを最適配置箇所に配置することにより残余モード成分は低減され 4 次モード速度の推定精度は大幅に改善することがわかる。特に、計測対象である 4 次モードを主成分とするモード速度推定結果が得られており、高精度モード推定が可能となっていることがわかる。以上のことから、高次振動モードを対象とした振動計測実験においても、センサ配置箇所を最適化したモードセンサを用いることにより、比較的精度良いモード推定が可能であることが明らかとなった。

以上の検討により、観測スピルオーバー最小化規準に基づ

いて最適配置された 1 個の加速度センサを用いることで高精度の低次および高次の単一モード推定が実現でき、本研究で提案した、センサ個数の大幅な低減を可能にするモードセンサ設計法の有効性が実験により確認できた。

4.3 モードセンサ・アクチュエータによる振動制御実験 次に、前節で構築したモードセンサを用いて、モード別状態フィードバック制御による低次および高次の単一振動モード制御を行い、主にセンサ最適配置の重要性および加振力の相違が制御効果におよぼす影響について検討する。

なお、前節において述べた通り、振動計測実験においてモードセンサによって得られたモード推定値に位相差が生じることが明らかとなった。そこで、本振動制御実験においては、モードセンサ内で用いている帯域通過フィルタおよび PC 内で用いているデジタル高域通過フィルタが有している位相対周波数特性が制御効果におよぼす影響の低減を目的とし、予め得られるフィルタの位相対周波数特性に基づいてフィードバック制御力の位相を PC 内にて調整する。つまり、(13) 式で与えられた i 次モードに対する制御力 f_{mci} を次式のように修正する。

$$f_{mci}(t) = - \left\{ G_{mpi} \quad G_{mvi} \right\} \begin{Bmatrix} \eta_i(t - \tau) \\ \dot{\eta}_i(t - \tau) \end{Bmatrix} \quad (22)$$

ここで、 τ は遅れ時間であり、モード速度推定に用いる帯域通過フィルタおよび PC 内の高域通過フィルタの有する位相対周波数特性のみにより予め決定される定数である。

4.3.1 1 次モード単一制御 初めに、1 次モードを対象とした振動制御について検討を行う。制御対象モードを 1 次モードとし、(12) 式に基づく最適化により得られたアクチュエータ最適配置箇所を、センサ配置箇所と併せて第 12 図 (a) に示す。ここで、C はアクチュエータ最適配置箇所を

第 12 図 アクチュエータ配置箇所

(a) 制御対象：1 次モード，(b) 制御対象：4 次モード．

第 13 図 1 次モード制御結果 (加振力：ステップ波，センサ最適配置)

(a) 面外変位の時間履歴，(b) アクチュエータ印加電圧の時間履歴．

示す．また，センサからの加速度応答に対して適用する帯域通過フィルタの遮断周波数を $f_{CL} = 3 \text{ Hz}$ ， $f_{CH} = 10 \text{ Hz}$ とし，1 次モード (約 6.8 Hz) のみを通過させる設定とする ($f_{CL} < f_1 < f_{CH}$: $3 \text{ Hz} < \text{約 } 6.8 \text{ Hz} < 10 \text{ Hz}$)．ここでは，ステップ波で表される加振力が平板に作用する場合を考える．平板の振動は，第 3 図中の A 点に与えた 2 mm の初期変位を瞬間的に開放することにより励起する．

LQR 制御則の制御入力に対する重み係数 r_1 を 10^{-2} とした場合に，第 12 図 (a) に示すセンサ最適配置および基準配置にセンサを貼付した際の振動制御結果を第 13 図および第 14 図にそれぞれ示す．両図 (a) は，初期変位を与えた節点 (第 3 図中の A 点) における面外変位の時間履歴であり，灰色の実線は開ループ系の場合，黒色の実線は閉ループ系の場合を表している．また，両図 (b) は閉ループ系の場合におけるアクチュエータ印加電圧の時間履歴である．これらの図より，配置箇所の最適化に基づき構築したモードセンサ・アクチュエータを用いて 1 次モード制御を行うことにより，効果的な振動の抑制が可能であることがわかる．

第 14 図 1 次モード制御結果 (加振力：ステップ波，センサ基準配置)

(a) 面外変位の時間履歴，(b) アクチュエータ印加電圧の時間履歴．

また，アクチュエータ印加電圧は時間とともに収束しており，安定した振動制御が実現できている．一方，センサを基準配置箇所に配置した場合，振動はある程度抑制できているもののアクチュエータ印加電圧が発散していることから，振動制御が不安定になっていることがわかる．これは，センサが最適配置されていないためにモードセンサの計測精度が低く観測スビルオーバーが生じるためであると考えられる．したがって，効果的な振動制御を実現するには適切に設計されたモードセンサを用いる必要があり，センサの最適配置を行うことにより観測スビルオーバーを抑制することが重要であることがわかる．なお，第 13 図 (b) に示すように，アクチュエータ印加電圧は 1.5 秒付近以降において 0 となっている．これは，1 次モード速度を閾値に用いて，1 次モード速度の振幅が規定値 (ここでは 1 次モード速度の最大振幅の $1/20$) 以下となった時点で制御停止処理を行ったことによる．

4.3.2 高次モード単一制御 次に，4 次モードを対象とした振動制御について検討を行う．制御対象モードを 4 次モードとし，(12) 式に基づく最適化により得られた制御用アクチュエータ最適配置箇所を，センサ配置箇所および加振用アクチュエータ配置箇所と併せて第 12 図 (b) に示す．ここで，平板に貼付した加振用アクチュエータに対して，(20) 式で定義した擬似ランダム波電圧を入力することにより，平板を励振する．また，加速度センサから直接得られる加速度応答に対して適用する帯域通過フィルタの遮断周波数と 4 次固有振動数 (約 67.7 Hz) との関係を $60 \text{ Hz} < \text{約 } 67.7 \text{ Hz} < 80 \text{ Hz}$ とする．

LQR 制御則の制御入力に対する重み係数 r_4 を 10^{-2} と

第 15 図 積層板の振動特性 (加振力: 擬似ランダム波)
(a) 面外変位の時間履歴, (b) 面外変位の FFT 解析.

第 16 図 4 次モード制御結果 (加振力: 擬似ランダム波, $r_4 = 10^{-2}$, センサ最適配置)
(a) 面外変位の時間履歴, (b) 面外変位の FFT 解析, (c) アクチュエータ印加電圧の時間履歴.

第 17 図 4 次モード制御結果 (加振力: 擬似ランダム波, $r_4 = 10^{-2}$, センサ基準配置)
(a) 面外変位の時間履歴, (b) 面外変位の FFT 解析, (c) アクチュエータ印加電圧の時間履歴.

し, 第 12 図 (b) に示すセンサ最適配置箇所にセンサを貼付した場合に関して, 平板角 (第 1 図の $x = 0, y = 300 \text{ mm}$ の点) の面外方向変位の時間履歴, および面外方向変位の時間履歴の FFT 解析結果を第 15 図および第 16 図に示す. 第 15 図, 第 16 図はそれぞれ開ループ系, 閉ループ系の場合であり, 閉ループ系の場合の加振用および制御用アクチュエータ印加電圧を第 16 図に併せて示す. 第 16 図 (c) において, 黒色の実線が制御用アクチュエータ, 灰色の実線が加振用アクチュエータへの印加電圧を示す. これらの図より, 比較的小さいアクチュエータ印加電圧によって 4 次モード振動の効果的な抑制が実現できていることがわかる. また, 第 15 図 (b) および第 16 図 (b) の比較より, 4 次以外の振動モードがほとんど減衰しておらず, 制御対象である 4 次モードのみに対して効果的な振動制御が実現できていることがわかる. なお, 擬似ランダム波生成に際しては, Box-Muller 法に基づく正規分布乱数を用いているため, 開ループ系の場合と閉ループ系の場合の間で加振力は異なることに注意を要する.

次に, 第 12 図 (b) に示すセンサ基準配置箇所にセンサを配置した場合の 4 次モード制御結果を第 17 図に示す. この図より, センサを基準配置箇所に配置した場合, 4 次モー

第 18 図 4 次モード制御結果 (加振力: 擬似ランダム波, $r_4 = 5 \times 10^{-3}$, センサ最適配置)
 (a) 面外変位の時間履歴, (b) 面外変位の FFT 解析, (c) アクチュエータ印加電圧の時間履歴 .

ドの抑制は可能ではあるが, センサ最適配置の場合と比較して 2 倍程度の制御用アクチュエータ印加電圧を印加しているにもかかわらず, 4 次振動モードに対する制御効果は低いことがわかる. このことから, 高次モードを制御対象とした場合に関しても, 安定かつ効果的な振動制御を実現するためには, モードセンサによるモード速度・モード変位の高精度推定が重要となることが明らかとなった.

また, LQR 制御則の制御入力に対する重み係数 r_4 を 5×10^{-3} とした場合の制御効果について検討を行う. 第 12 図 (b) に示すセンサ最適配置箇所にセンサを配置して 4 次モード制御を行った場合の制御結果を第 18 図に示す. 第 16 図との比較より, r_4 の値を小さくすることによって 4 次モードのさらなる抑制が可能であり, この場合においても, スピルオーバー不安定は起きていないことがわかる. よって, 重み係数 r_4 を適切に設定することにより 4 次振動モードの効果的な抑制が可能である.

以上の検討により, 最適配置箇所に配置された 1 個のセンサおよび 1 個のアクチュエータによって低次および高次の単一モードの安定・効果的な振動制御が実現でき, 本研究で構築したモードセンサ・アクチュエータの振動制御に

おける有効性が実験により確認された.

5. 結 言

本論文では, 片持支持された CFRP 対称積層板を対象として, 1 組の加速度センサと帯域通過フィルタ, および PZT 圧電アクチュエータを用いた低次および高次の単一モード振動計測・振動制御に関する検討を行った. 数値計算例および実験例を通して, センサの観測スピルオーバー最小化規準に基づく最適配置と帯域通過フィルタの適切な設定により, 加振力に依存しない低次および高次の単一振動モードの高精度モード推定・制御が可能であることが明らかとなり, 本研究で提案するモードセンサ設計方法の有効性が示された.

なお, 今後の課題としては, 計測対象モードの固有振動数が他のモードの固有振動数と近接, もしくは, 重複する構造を対象とした振動計測・振動制御への応用, 多モード制振への応用等が挙げられる.

参 考 文 献

- 1) Hyland, D. C., Junkins, J. L. and Longman, R. W.: Active Control Technology for Large Space Structures, J. Guid. Control Dynam., **16** (1993), pp. 801–821.
- 2) Crawley, E. F.: Intelligent Structures for Aerospace: A Technology Overview and Assessment, AIAA J., **32** (1994), pp. 1689–1699.
- 3) Lee, C. K. and Moon, F. C.: Modal Sensors/Actuators, J. Appl. Mech., **57** (1990), pp. 434–441.
- 4) Gu, Y., Clark, R. L., Fuller, C. R. and Zander, A. C.: Experiments on Active Control of Plate Vibration Using Piezoelectric Actuators and Polyvinylidene Fluoride (PVDF) Modal Sensors, J. Vib. Acoust., **116** (1994), pp. 303–308.
- 5) Tzou, H. S. and Hollkamp, J. J.: Collocated Independent Modal Control with Self-Sensing Orthogonal Piezoelectric Actuators (Theory and Experiment), Smart Mater. Struct., **3** (1994), pp. 277–284.
- 6) Tanaka, N. and Sanada, T.: Modal Control of a Rectangular Plate Using Smart Sensors and Smart Actuators, Smart Mater. Struct., **16** (2007), pp. 36–46.
- 7) Ryou, J. K., Park, K. Y. and Kim, S. J.: Electrode Pattern Design of Piezoelectric Sensors and Actuators Using Genetic Algorithms, AIAA J., **36** (1998), pp. 227–233.
- 8) Sun, D., Tong, L. and Wang, D.: Vibration Control of Plates Using Discretely Distributed Piezoelectric Quasi-Modal Actuators/Sensors, AIAA J., **39** (2001), pp. 1766–1772.
- 9) 川畑成之, 福永久雄: センサ・アクチュエータの最適配置に基づく CFRP 積層板の振動計測・振動制御 第 1 報 数値シミュレーション, 日本航空宇宙学会論文集, **52** (2004), pp. 499–506.
- 10) 川畑成之, 福永久雄: センサ・アクチュエータの最適配置に基づく CFRP 積層板の振動計測・振動制御 第 2 報 実験, 日本航空宇宙学会論文集, **53** (2005), pp. 295–301.
- 11) Corr, L. R. and Clark, W. W.: A Novel Semi-Active Multi-Modal Vibration Control Law for a Piezoceramic Actuators, J. Vib. Acoust., **125** (2003), pp. 214–222.
- 12) Wang, Z., Chen, S. and Han, W.: Integrated Structural and Control Optimization of Intelligent Structures, Eng. Struct., **21** (1999), pp. 183–191.
- 13) (株) 小野測器: AU-3100 バンドパスフィルタアンプ取扱説明書, 2007.
- 14) 日本機械学会編: モード解析の基礎と応用, 丸善, 東京, 1986.
- 15) 和田理男: 高次振動モードを考慮した平板の振動計測・制御に関する研究, 東北大学修士学位論文, 2008.