航空機の4制御変数質点モデルの導出とその実用性に関する研究^{*1}

The Research about the Derivation and the Applicability of the Aircraft Four Control Variables Point Mass Model

今 度 史 昭^{*2}・平 家 祐 貴^{*3}・木 下 拓 也^{*4}
Fumiaki IMADO, Yuki HEIKE and Takuya KINOSHITA

Key Words: Aircraft, Point Mass Model, Simulation

Abstract: A new point mass model of the air vehicle has been developed in our laboratory. This model employs angle-of-attack, side slip angle, bank angle and thrust, as four control variables. The existent three control variables point mass model cannot introduce the winds and active side slip angle control, while this new model can introduce them. This paper explains about the model at first. The model is applied to the YF-16 aircraft and simulations are conducted for two maneuvers as typical examples, which show the effectiveness and the preciseness of this model.

1. 序 章

航空機の誘導制御系の研究において従来から迎え角、バンク角、推力を制御変数とする質点モデルが使用されてきた。このモデルにおいてはバンク角を取るにより横滑り角が0に制御されている(Coordinated turn)という近似が用いられている。また航空機にはオートパイロットと呼ばれる姿勢制御系が組み込まれており回転運動は短時間で収束するので、回転運動は理想的に制御されているものとして航空機を質点で近似し、その並進運動の制御系の研究に用いるものである。著者らの研究室においても無人航空機(UAV)の最適経路制御の研究に従来の質点モデルを用いてきたが、剛体としての忠実な機体モデルに適用する場合、とりわけ風の有る場合の制御には適用できないので横滑り角を制御変数として導入する必要があると判断した。最初にウインドシアなどの風が有る場合にどんなモデルが使用されているか文献を調査したがそれらの大部分が風が有ると風と共に平行移動する、つまり航空機の慣性を全く考慮していないモデルや、 α, β を微小角として近似したモデルであり、横滑り角を制御変数として導入した信頼できるモデルが見つからなかった。そこで研究を進めるために自分たちで¹⁾4制御変数質点モデルを導出した。質点モデルはあくまで剛体モデルの近似であるから、このモデルによって設計したシステムがそのまま剛体モデルに適用できるかを確認する必要がある。

そこで、次にこの新しい質点モデルを用いて得られた航空機飛行制御系の制御指令信号を剛体モデルに与えたとき

に同じように飛行するかの検討を行った。その結果、著者らが導いた4制御変数質点モデルを用いて設計、シミュレーションを行った結果は十分な精度で剛体の航空機モデルに適用できることが分かった。本稿の2章において新しい質点モデルについて説明する。剛体モデルと比較するためには質点モデルに与える制御指令信号と同じものを剛体モデルに与えたとき、指令通りに運動するように剛体モデルの制御系を設計しなければならない。3章においてこれらの制御系について説明する。次に質点モデル、及び上記の制御系を組み込んだ剛体モデルについて2種類の航空機マヌーバを行わせて比較検討を行った。4章においてはこれらの結果について説明する。5章は本稿における結論である。

2. 4制御変数質点モデル

新たに開発した4制御変数質点モデルの座標系と主な変数を第1図に示す。航空機の運動方程式は(1)~(6)で与えられる。

$$\dot{V} = \frac{T \cos \phi \cos \beta - D'}{m} - g \sin \gamma \quad (1)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{T(\cos \phi \sin \alpha + \sin \alpha \cos \alpha \sin \beta) + L' \cos \phi + C' \sin \phi - g \cos \gamma / V}{mV} \quad (2)$$

$$\dot{\psi} = \frac{T(\sin \phi \sin \alpha - \cos \phi \cos \alpha \sin \beta) + L' \sin \phi - C' \cos \phi}{mV \cos \gamma} \quad (3)$$

$$\dot{x} = V \cos \gamma \cos \psi \quad (4)$$

$$\dot{y} = V \cos \gamma \sin \psi \quad (5)$$

$$\dot{h} = V \sin \gamma \quad (h = -z) \quad (6)$$

式(1)~(6)は、第1図のV(対地速度ベクトル)軸上で立式されたものであり、風軸座標系のx軸は航空機で用いられているオイラー角の定義に従って、慣性座標系をz, y, x

^{*1} © 2009 日本航空宇宙学会

平成 21 年 4 月 22 日原稿受理

^{*2} 信州大学工学部

^{*3} 全日本空輸(株)整備本部

^{*4} 防衛省航空自衛隊

第 1 図 4 制御変数質点モデル

軸まわりに順次方位角 ψ , 経路角 γ , バンク角 ϕ の順に回転することにより座標変換されて V 軸に至る. 推力については, 機体固定座標系から y, z 軸まわりに順次迎え角 $-\alpha$, 横滑り角 β の順に座標変換されて V 軸に至る.

同図において, V'_w は風の世界速度ベクトル, $V'_{wx}, V'_{wy}, V'_{wz}$ はその機体固定座標成分である. 航空機から見た迎え角, 横滑り角にはこの風による成分が加わるのでこれらを $\alpha_{\text{eff}}, \beta_{\text{eff}}$ とする. また, 機体に働く揚力, 抗力, 横力は, それぞれ次式のように定義している.

$$L = QSC_L(\alpha_{\text{eff}}, \beta_{\text{eff}}) \quad (7)$$

$$D = QSC_D(\alpha_{\text{eff}}, \beta_{\text{eff}}) \quad (8)$$

$$C = QSC_C(\alpha_{\text{eff}}, \beta_{\text{eff}}) \quad (9)$$

ここで Q は動圧, S は基準面積, C_L, C_D, C_C はそれぞれ揚力係数, 抗力係数, 横力係数で C_C は風軸の $-Y$ 方向を正として定義される. 各空力係数については, 剛体モデルの飛行特性とよく一致するように, 両モデルの飛行シミュレーションによって挙動を比較し, $\alpha_{\text{eff}}, \beta_{\text{eff}}$ のテーブル関数として与える. 各空力パラメータの推定については後述する. また, これらの力は座標変換行列 E を用いて, V_a 軸から V 軸上の L', D', C' に変換する. 行列 E_2 は V_a 軸から機体固定座標系への座標変換行列であり, 行列 E_1 は機体固定座標系から V 軸への変換行列である.

$$(D' \ C' \ L')^T = E(D \ C \ L)^T \quad (10)$$

$$E = E_1 E_2 \quad (11)$$

$$E_1 = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \sin \beta & \sin \alpha \cos \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta & \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$E_2 = \begin{pmatrix} \cos \alpha_{\text{eff}} \cos \beta_{\text{eff}} & -\cos \alpha_{\text{eff}} \sin \beta_{\text{eff}} & -\sin \alpha_{\text{eff}} \\ \sin \beta_{\text{eff}} & \cos \beta_{\text{eff}} & 0 \\ \sin \alpha_{\text{eff}} \cos \beta_{\text{eff}} & \sin \alpha_{\text{eff}} \sin \beta_{\text{eff}} & \cos \alpha_{\text{eff}} \end{pmatrix} \quad (13)$$

また, 有効迎え角, 有効横滑り角, 対気速度, 動圧につい

第 2 図 PWF-100 エンジンのステップ応答

ては式 (14) ~ (16) で定義できる.

$$\alpha_{\text{eff}} = \tan^{-1} \left(\frac{V \sin \alpha \cos \beta - V'_{wz}}{V \cos \alpha \cos \beta - V'_{wx}} \right) \quad (14)$$

$$\beta_{\text{eff}} = \sin^{-1} \left(\frac{V \sin \beta - V'_{wy}}{V_a} \right) \quad (15)$$

$$V_a = \sqrt{V_{ax}^2 + V_{ay}^2 + V_{az}^2} \quad (16)$$

$$V_{ax} = V \cos \alpha \cos \beta - V'_{wx} \quad (17)$$

$$V_{ay} = V \sin \beta - V'_{wy} \quad (18)$$

$$V_{az} = V \sin \alpha \cos \beta - V'_{wz} \quad (19)$$

$$Q = \frac{1}{2} \rho V_a^2 \quad (20)$$

一方, 機体のダイナミクスに高次の振動モードを有しては良好な計算解を得ることが困難となる. そこで, 本質点モデルの姿勢制御ループは速やかに安定化されるものと仮定し, 姿勢制御系は機体時定数と制御時定数を含めた等価時定数を用いて次式のように 1 次遅れ系で近似できるものとした.

$$\dot{\alpha} = \frac{\alpha_c - \alpha}{\tau_\alpha} \quad (21)$$

$$\dot{\beta} = \frac{\beta_c - \beta}{\tau_\beta} \quad (22)$$

$$\dot{\phi} = \frac{\phi_c - \phi}{\tau_\phi} \quad (23)$$

ここで用いた航空機のデータは質点モデルも剛体モデルもすべて文献 2) YF-16 によっている. エンジンは PWF-100 で指令信号に対する出力特性は両モデルとも文献 2) に示される通りである. 紙面の都合でここではそのステップ応答のみを第 2 図に示す. P1 が入力, P3 が出力である.

次に空力係数の Fitting について説明する. 前述のオートパイロットを組み込んだ剛体モデルの飛行特性によく一致する質点モデルの 6 つの適切なパラメータ値 $C_L(\alpha_{\text{eff}}, \beta_{\text{eff}})$, $C_D(\alpha_{\text{eff}}, \beta_{\text{eff}})$, $C_C(\alpha_{\text{eff}}, \beta_{\text{eff}})$, τ_α , τ_β , τ_ϕ の値を定めるため, 文献 3) の UAV フライト・シミュレータを用いて次のような手順を実施した.

① 初めに YF-16 戦闘機の風洞試験データをもとに, コー

第1表 求められた質点モデルにおける空力係数

C_X							
α	β						
	-7.5	-5	-2.5	0	2.5	5	7.5
-10	-0.02394	-0.02638	-0.02502	-0.02413	-0.02395	-0.02403	-0.02148
-5	-0.02364	-0.02437	-0.02514	-0.02607	-0.02472	-0.02341	-0.02196
0	-0.02137	-0.02231	-0.02296	-0.02364	-0.02213	-0.02071	-0.02014
5	-0.00785	-0.00876	-0.00753	-0.00162	-0.00584	-0.00562	-0.00431
10	0.00592	0.00571	0.00711	0.00837	0.00807	0.00787	0.00843
15	0.01093	0.00807	0.00503	0.00225	0.00632	0.00916	0.01003
20	0.01256	0.01120	0.01037	0.00481	0.01055	0.00866	0.00694
C_Y							
α	β						
	-7.5	-5	-2.5	0	2.5	5	7.5
-10	0.05661	0.02428	0.01301	0.00037	-0.01103	-0.01915	-0.04921
-5	0.08320	0.05934	0.03006	-0.00311	-0.02592	-0.04771	-0.07772
0	0.14085	0.16021	0.07885	-0.00374	-0.03074	-0.05807	-0.09157
5	0.09816	0.06522	0.03177	-0.00132	-0.03025	-0.06163	-0.09339
10	0.10169	0.06355	0.03506	0.00555	-0.02124	-0.04693	-0.08840
15	0.09419	0.05773	0.02499	-0.00575	-0.02838	-0.05022	-0.08531
20	0.09038	0.06106	0.02546	-0.00401	-0.03366	-0.05952	-0.09963
C_Z							
α	β						
	-7.5	-5	-2.5	0	2.5	5	7.5
-10	0.81829	0.81859	0.78621	0.76160	0.74738	0.73315	0.71751
-5	0.39639	0.40661	0.36960	0.34916	0.33172	0.30814	0.32795
0	-0.01792	-0.01129	-0.03003	-0.04671	-0.06962	-0.08800	-0.07685
5	-0.41566	-0.42431	-0.45424	-0.48248	-0.46921	-0.45165	-0.45508
10	-0.84608	-0.85081	-0.88229	-0.91118	-0.92172	-0.93412	-0.87308
15	-1.30432	-1.28742	-1.28652	-1.27651	-1.35113	-1.35003	-1.36811
20	-1.60164	-1.63972	-1.63583	-1.62882	-1.67816	-1.69128	-1.75521

ディネート・ターン時の各空力パラメータ値 $C_L(\alpha_{\text{eff}}, 0)$, $C_D(\alpha_{\text{eff}}, 0)$, $C_C(\alpha_{\text{eff}}, 0)$ を推定する．また，非線形剛体モデルのオートパイロットのシミュレーション結果をもとに，各等価時定数 τ_α , τ_β , τ_ϕ を推定する．

② 次に，各推定値を適用した質点モデルを用いて，コーディネート・ターンによる飛行シミュレーションを実施する．

③ 同条件下で剛体モデルの飛行シミュレーションを行い，各モデルのシミュレーション結果を比較してパラメータ値を修正する．

④ 上記の②と③を試行錯誤的に数回繰り返すことで，最終的にコーディネート・ターン時の良好な質点モデルのパラメータ値を得る．

⑤ 次に，④で得られたパラメータ値と YF-16 戦闘機の風洞試験データをもとに，横滑り角を発生させた場合の各空力パラメータ値 $C_L(\alpha_{\text{eff}}, \beta_{\text{eff}})$, $C_D(\alpha_{\text{eff}}, \beta_{\text{eff}})$, $C_C(\alpha_{\text{eff}}, \beta_{\text{eff}})$ を推定する．

⑥ 各推定値を適用した質点モデルを用いて，横滑り角を用いた飛行シミュレーションを実施する．

⑦ 同条件下で剛体モデルの飛行シミュレーションを行い，各モデルのシミュレーション結果を比較してパラメータ値を修正する．

⑧ 上記の⑥と⑦を試行錯誤的に数回繰り返すことで，最終的に良好な質点モデルのパラメータ値を得る．

本推定法により得られたパラメータ値のうち $C_L(\alpha_{\text{eff}}, \beta_{\text{eff}})$, $C_D(\alpha_{\text{eff}}, \beta_{\text{eff}})$, $C_C(\alpha_{\text{eff}}, \beta_{\text{eff}})$ については幾つかの

迎え角と横滑り角に対して適切な値を推定し，それらの推定値を用いて線形補間を行っている．以下の章に示したケースについて求めた空力係数の値を第1表に示す．剛体モデルにおいては空力係数は C_X , C_Y , C_Z で表されているので質点モデルにおいても便宜上 C_X , C_Y , C_Z に変換して示した．ここで両者の関係は次式で与えられる．

$$C_L = C_X \sin \alpha - C_Z \cos \alpha \quad (24)$$

$$C_D = -C_X \cos \alpha \cos \beta - C_Y \sin \beta - C_Z \sin \alpha \cos \beta \quad (25)$$

$$C_C = C_X \cos \alpha \sin \beta - C_Y \cos \beta + C_Z \sin \alpha \sin \beta \quad (26)$$

また τ_α , τ_β , τ_ϕ の値についてはそれぞれ一定値と仮定し，それぞれ 0.4 [s], 0.4 [s], 0.45 [s] の値を得た．

3. 剛体モデルの制御系

剛体モデルの機体制御系は，迎え角，バンク角，横滑り角を制御変数とするオートパイロットを設計した．具体的には，縦系及び横・方向系の2組に分けて設計し，縦系のオートパイロットについては迎え角，横・方向系のオートパイロットについてはバンク角と横滑り角を制御変数として設計した．なお，本稿の以下に示すケースについては各制御系は高度 3000 [m] を 200 [m/s] で巡航している場合を設計点としており，各フィードバックゲイン等はシミュレーションを行い試行錯誤的に決定した．

第 3 図 縦系オートパイロットのブロック線図

第 4 図 横・方向系オートパイロットのブロック線図

縦系のオートパイロットは、迎え角とピッチ角速度のフィードバック制御系として構成した。また、定常偏差を少なくするために偏差の積分を付加している。今回設計したオートパイロットのブロック線図を第 3 図に示す。

横滑り角については、ロール時に発生する横滑り角を減少させる方法をベースにオートパイロットを構成した。この横滑りを減少させる方法は種々検討されているが、今回は横・方向系の運動方程式よりターンコーディネーション関係式を導き、横滑り抑止システムを組んだ上で、同システムを拡張する形で横滑り角に関するオートパイロットを構成した。ここで旋回時やクラブ飛行時には r を定常的に出す必要があるが、 r を直接 δ_r にフィードバックすると δ_r が r を小さくしようとして障害信号を出し、不要な横滑りを発生させてしまう。この問題を解決するため、ウォッシュアウトフィルタを通してフィードバックすることにした。これにより、 r のトランジェントな動きに対して δ_r は作動するが、 r の定常値には反応しないため、ダッチロールの減衰を高めることができる。さらに、横滑り角の定常偏差を少なくするために、アクチュエータの前にリードラグフィルタを追加した。

また、バンク角については、バンク角のフィードバックに加え、ダンパループとしてバンク角速度のフィードバックループを構成した。第 4 図に横・方向系のオートパイロットのブロック線図を示す。

推力制御系では航空機が安定な飛行状態を保ちつつ、さらに所望の機体速度を実現させるための制御入力を生成させる必要がある。本研究では推力の指令値は速度指令値と実際の対気速度の誤差に比例させて与え、さらに、重力と空気抵抗に対する補償項を付加するように生成している。第 5 図に本推力制御系の簡易ブロック線図を示す。ここで T_{bias} 、 T_{st} は重力に対する補償項と空気抵抗に対する補償項をそれぞれ表している。

第 5 図 推力制御系のブロック線図

第 6 図 迎え角のステップ応答 ($\alpha_c = 0.0873$ [rad]) 第 7 図 バンク角のステップ応答 ($\phi_c = 1.0472$ [rad]) 第 8 図 横滑り角のステップ応答 ($\beta_c = 0.1309$ [rad])

第 6～10 図に設計した制御系についてステップ応答を示す。

4. 4 変数質点モデルと剛体モデルの比較検討

著者らが導いた質点モデルと剛体モデルの飛行特性を比

第9図 対気速度のステップ応答

第12図 高度の時間履歴

第10図 推力のステップ応答 (ミリタリー推力)

第13図 迎え角の時間履歴

第11図 x - y 平面飛行軌跡

第14図 横滑り角の時間履歴

較するため、両モデルに同じ制御入力を与えてシミュレーションを行い、それにより実現された各モデルのマヌーバをそれぞれ比較する。ここで、従来の質点モデルにおいては横滑り角は常に 0 であるが、新しい質点モデルにおいてはバンク角と横滑り角を独立に制御できることを示す。以下本章において、それらのシミュレーション結果の中から 2 つの例を紹介する。

マヌーバ 1: 速度 200 [m/s], 迎え角 2.5 [deg], 横滑り角 0.0 [deg] を一定に保ち, バンク角制御により左右に連続旋回を行った場合。

第 11 図と第 12 図はそれぞれ x - y 平面飛行軌跡と高度の時間履歴である。これらの結果より、両モデルとも明らかに所期のマヌーバを実現していることが分かる。ここで、最大位置誤差は約 100 [m] 程度であり、飛行時間と飛行距離、機体の速度を考慮すれば実現された両モデルの飛行軌跡はよく一致していると言える。第 13 図から第 16 図は、このケースの各制御変数に関する時間履歴である。これより、剛体モデルの出力には、周波数の高い制御入力が与えられた部分においてオーバーシュートが生じており、この点でモデル間の相違が表れているが、全般的に両モデル間

第 15 図 バンク角の時間履歴

第 18 図 高度の時間履歴

第 16 図 推力の時間履歴

第 19 図 迎え角の時間履歴

第 17 図 x - y 平面飛行軌跡

第 20 図 横滑り角の時間履歴

における差は小さい。

マヌーバ 2: 速度 200 [m/s], 迎え角 1.25 [deg], バンク角 0.0 [deg] を一定に保ち, 横滑り角制御により左右に連続旋回を行った場合。

第 17 図と第 18 図はそれぞれ x - y 平面飛行軌跡と高度の時間履歴である。これらの結果より, 両モデルとも明らかに所期のマヌーバを実現していることが分かる。ここで, 最大位置誤差は約 120 [m] 程度であり, 飛行時間と飛行距離, 機体の速度を考慮すれば両モデルの飛行軌跡はよく一致していると言える。第 19 図から第 22 図は, このケース

の各制御変数に関する時間履歴である。マヌーバ 1 と同じく剛体モデルの出力には, 周波の高い制御入力を与えられた部分においてオーバーシュートが生じており, この点でモデル間の相違が表れているのが分かるが, 全般的に両モデル間において差は小さく, 剛体モデルが質点モデルでよく近似されていると言える。

その他のマヌーバのシミュレーションにおいても, 質点モデルと剛体モデルの各制御変数は概ね一致することを確認した。特に, 高周波の制御入力を必要としない穏やかな

第21図 バンク角の時間履歴

第25図 バンク角の時間履歴

第22図 推力の時間履歴

第26図 横滑り角の時間履歴

第23図 クラブ飛行による着陸

第24図 ウイングロー飛行による着陸

マヌーバの場合、両モデルの飛行軌跡は非常によく一致した。しかしながら、僅かではあるが両モデル間において位置誤差が生じている。これは本稿で用いた文献3)の航空機の空力係数が実際の航空機の風洞試験データによっており、 $x-z$ 面に関して非対称となっているのに対して質点モデルでは対称としていることに起因すると考えられる。なお飛

行軌跡をより正確に一致させたい場合の制御指令信号の修正方法について文献4)に示されている。

本論文において導いた質点モデルを用いた研究、特に最適制御への応用は今後の課題であるが、本質点モデルを用いた、横風を受けた着陸シミュレーションの1例を以下に示す。すなわち横風が有る場合に横滑り角を0に保ちつつ着陸するためには第23図に示すクラブ飛行によらねばならないが、本質点モデルを用いれば第24図に示すウイングロー飛行による着陸が可能である。図において航空機は80 m/sで接近し、シミュレーション開始後10秒後に10 m/sの横風がステップ状に加わるとした。第25図と第26図にそれぞれバンク角と横滑り角の時間履歴を示す。

5. 結 論

航空機の誘導制御系の研究において従来から迎え角、バンク角、推力を制御変数とする質点モデルが使用されてきたが、剛体としての忠実な機体モデルに適用する場合、とりわけ風の有る場合の制御には適用できないので横滑り角を制御変数として導入した4制御変数質点モデルを導出した。次にこの新しい質点モデルを用いて得られた航空機飛行制御系の制御指令信号を剛体モデルに与えたときに同じように飛行するかの検討を行った。そのために質点モデルの制御指令信号に従って運動するように剛体モデルのオートパイロットを設計して組み込んだ。

2 つのマヌーバについて、著者らが導いた 4 制御変数質点モデルと剛体モデルを用いシミュレーションを行った結果、両者の差は小さく十分な精度で剛体の航空機モデルに適用できることが分かった。今後航空機の最適経路制御問題などにこの 4 制御変数質点モデルを活用していく予定である。

参 考 文 献

- 1) Kinoshita, T. and Imado, F.: The Application of an UAV Flight Simulator—The Development of a New Point Mass Model for an Aircraft—, SICE-ICASE International Joint Conference 2006, FE-18-3, Korea, 2006.
- 2) Gilbert, W. P., Nguyan, L. T. and Van Gunst, R. W.: Simulator Study of Effectiveness of an Automatic Control System Designed to Improve the High-Angle-of-Attack Characteristics of a Fighter Airplane, NASA TN-8176, 1976.
- 3) 木下拓也, 今度史昭: UAV フライト・シミュレータの開発とその応用, 日本航空宇宙学会論文集, 55 (2007), pp. 309–317.
- 4) 平家祐貴: 航空機の 4 制御変数質点モデルを用いた飛行シミュレーションと非線形剛体モデルへの適用に関する一研究, 信州大学平成 20 年度修士論文, 2009.