逆ダイナミクス法とPI制御を用いた速度距離制御系設計^{*1}A Velocity and Distance Control System Synthesis
Using Dynamic Inversion with PI Control榎 本 圭 祐^{*2}・山 崎 武 志^{*2}・高 野 博 行^{*2}・馬 場 順 昭^{*3}
Keisuke ENOMOTO, Takeshi YAMASAKI, Hiroyuki TAKANO and Yoriaki BABA**Key Words:** Velocity and Distance Control, Dynamic Inversion, PI Control, UAV

Abstract: The purpose of this paper is to introduce a velocity and distance control system for leader-following UAVs. In our previous paper, we already proposed a velocity and distance control system, but the system has a problem of “offsets” due to aerodynamic errors and/or leader trajectories. So in this paper, in order to eliminate the offset, a new approach of the velocity and distance control design is introduced. Simulation results show that the proposed velocity and distance control system provides a good performance and there are no offsets.

1. 序 論

近年、無人航空機の発展は目覚ましく、その用途は監視、偵察、農薬散布、気象観測等、様々な分野に広がっており、その制御の研究も盛んである。特に、空中給油等¹⁾の追従飛行においては、距離を重視しなければならないが、そのためには速度距離制御が重要である。著者らは前論文²⁾において、誘導部には単純追尾航法³⁾を用い、制御部には逆ダイナミクス法^{4~8)}と比例制御を用いた追従飛行制御系を提案し、特に速度と距離制御系のゲイン決定法について詳細に論じた。しかし、文献2)に述べた速度距離制御では、空力誤差が存在し完全な逆システムを構成できない場合や、目標機が定加速度運動はもちろん、定常旋回等の運動をする場合には定常偏差が生じ、望ましい相対距離を維持できない。

そこで、本論文では、このような場合の定常誤差を除去するために、前論文において提案した制御系に積分器を付加することとし、そのときの制御ゲインの決定法を明らかにする。誘導制御系の概略、単純追尾航法や逆ダイナミクス法の概要については文献2)に述べ、逆ダイナミクス法の概要については文献9)にも述べたので本稿では割愛し、距離に関する積分器を付加した速度距離制御系の設計法およびゲイン決定法について詳述した後、シミュレーション結果を示す。

2. 運 動 方 程 式

本論文における記号と表記法の定義を第1表に、機体軸座標系の定義を第1図にそれぞれ示す。これより、6自由

度剛体航空機の、並進運動の運動方程式は式(1)~(3)で表される。

$$\dot{u} = rv - qw - g \sin \theta + \frac{q_t S}{m} C_{x,t} + \frac{F_T}{m} \quad (1)$$

$$\dot{v} = pw - ru + g \cos \theta \sin \phi + \frac{q_t S}{m} C_{y,t} \quad (2)$$

$$\dot{w} = qu - pv + g \cos \theta \cos \phi + \frac{q_t S}{m} C_{z,t} \quad (3)$$

3. 誘 導 制 御 系

本論文における速度制御の位置づけを明確にするため、本研究において設計した誘導制御系全体の概略図を第2図に示す。第2図において誘導部では、目標機と追従機の位置関係から単純追尾航法を用いて追従に必要な誘導力を算出し、算出した誘導力を発生させるための迎角、横滑り角、バンク角の各指令値 α_d , β_d , ϕ_d を決定する。これらの指令値が、制御部内の、逆ダイナミクス法を用いて設計した姿勢制御の入力値となっている。姿勢制御には、第3図に示されるような特異摂動法を併用した逆ダイナミクス法^{10, 11)}を用いている。また、追従機は、姿勢制御系その他、衝突を避け目標機と一定距離を保つために速度制御系を有しており、本論文では、この速度制御系を扱う。速度制御系では、目標機の位置および速度情報を用いて速度に関する逆システムから推力の制御量を決定する^{2, 8, 9)}。この速度制御系の設計手法とゲイン決定法について、次に述べる。

4. 速度距離制御

本研究において、逆ダイナミクス法によって設計した姿勢制御系^{10, 11)}の収束は、単純追尾航法による誘導系の収束よりも速くなるように設計している²⁾。また、一般に速度の応答は、前述の進行方向や姿勢に関する誘導制御系の応答よりも遅い²⁾。さらに、単純追尾航法では、誘導の結果、追

^{*1} © 2010 日本航空宇宙学会

平成 22 年 4 月 6 日原稿受付

^{*2} 防衛大学校^{*3} 防衛大学校名誉教授

第 1 表 記号と表記法

記号	意味
$C_{x,t}, C_{y,t}, C_{z,t}$	空力係数
F_T	推力 [N]
g	重力加速度 [m/s ²]
m	機体質量 [kg]
p, q, r	機体軸角速度成分 [rad/s]
q_t	動圧 [N/m ²]
R	追従機と目標機の相対距離 [m]
S	翼面積 [m ²]
u, v, w	機体軸速度ベクトル成分 [m/s]
V	機体速度 [m/s]
x, y, z	慣性軸位置ベクトル成分 [m]
α	迎角 [rad] or [deg]
α_0	零揚力迎角 [rad] or [deg]
β	横滑り角 [rad] or [deg]
ρ	空気密度 [kg/m ³]
ϕ, θ, ψ	オイラー角 [rad] or [deg]
$[\]_C$	追従機添字
$[\]_d$	指令値添字
$[\]_{LDR}$	目標機添字
$[\]$	時間微分

第 1 図 機体軸座標系の定義

第 2 図 誘導制御系の概略図

従機が目標機の後方へ位置するという特徴を有している³⁾。そこで、速度・距離を精密に制御する段階においては、誘導・姿勢制御による目標機への指向はほぼ達成されており、追従機は目標機の後方に位置していると仮定して、速度距離制御系を逆ダイナミクス法を用いて設計することを考える。通常、速度は迎角と推力で調整されるが、本システムでは誘導力の発生に必要な迎角に応じて、主に推力により調整される。前述したように、逆ダイナミクス法を用いて

第 3 図 逆ダイナミクス法による姿勢制御の概略図

設計した迎角を含む姿勢制御系の応答は速度距離制御系より速く、迎角は速度に比べて速く目標値へ収束する。また、迎角変化による速度制御への影響は逆システムにより推力指令値に追加され補正される。

4.1 速度距離制御の定式化 本節では、次節以降の基本となる速度距離制御の定式化について示す²⁾。

追従機が目標機との相対距離 R で後方から目標機に追従している状況を仮定する。速度 V に関する運動方程式は、次式で表される。

$$\dot{V} = \dot{u} \cos \alpha \cos \beta + \dot{v} \sin \beta + \dot{w} \sin \alpha \cos \beta \quad (4)$$

また、速度成分 u, v, w を、 V, α, β を用いて次のように表現することができる¹²⁾。

$$\begin{aligned} u &= V \cos \alpha \cos \beta, & v &= V \sin \beta \\ w &= V \sin \alpha \cos \beta \end{aligned} \quad (5)$$

式 (4) に、式 (1)~(3) および式 (5) を代入し整理すると、次式を得る。

$$\dot{V} = G - \frac{q_t S}{m} C_{D1} + \frac{F_T}{m} \cos \alpha \cos \beta \quad (6)$$

ここで、

$$\begin{aligned} G &= g(-\sin \theta \cos \alpha \cos \beta + \cos \theta \sin \phi \sin \beta \\ &\quad + \cos \theta \cos \phi \sin \alpha \cos \beta) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} C_{D1} &= -(C_{x,t} \cos \alpha \cos \beta + C_{y,t} \sin \beta \\ &\quad + C_{z,t} \sin \alpha \cos \beta) \end{aligned} \quad (8)$$

と置いた。式 (6) において、逆ダイナミクス法に基づき、 $\dot{V}$ を擬似入力 U_a で置き換え、 F_T について解き、これを推力指令値 $F_{T,d}$ とすると、次式を得る。

$$F_{T,d} = \left\{ mU_a - mG + q_t S C_{D1} \right\} / (\cos \alpha \cos \beta) \quad (9)$$

以上のことから明らかなように、式 (9) を式 (6) の F_T へ代入すると、次式を得る。

$$\dot{V} = U_a \quad (10)$$

この U_a の定式化について、4.2, 4.3 節に示す。

第4図 比例速度距離制御ブロック線図

4.2 比例制御による速度距離制御の定式化 追従機は速度 V を望ましい速度 V_d に近づけるとともに、相対距離 R が、維持したい相対距離 R_d になるような制御系を構成するため、式 (10) に基づき、第4図に示すような比例制御を考える。第4図より、 U_a は次式となる。

$$U_a = K_R (R - R_d) + K_V (V_d - V) \quad (11)$$

ここで、 K_V 、 K_R は制御ゲインである。これらのゲイン決定法については、航空機の長周期モードの周期を基準とする方法とエンジンの動特性を考慮した方法の2つを考案し、文献2) に詳しく述べたので、ここでは結果のみを簡単に示す。

4.2.1 長周期モードの周期を基準としたゲイン決定法 第4図より、ゲイン K_V と K_R を用いて速度距離制御系の2次システムが構成され、 K_V と K_R はそれぞれ特性方程式の1次係数と定数項に相当する。そこで、これを一般的な2次系の減衰係数 ζ_v と自然角周波数 $\omega_{n,v}$ に当てはめ、係数比較によりゲインを決定することを考える²⁾。すなわち、

$$s^2 + K_V s + K_R = s^2 + 2\zeta_v \omega_{n,v} s + \omega_{n,v}^2 \quad (12)$$

である。したがって、ゲイン K_V と K_R を求めるためには、速度制御系の減衰係数 ζ_v と自然角周波数 $\omega_{n,v}$ を、航空機の特性に応じて定めれば良いことになる。航空機には一般的に大きな制動力がないため、減速は推力を小さくし空気抵抗による他ないが、少なくとも長周期程度は速度変化は期待できる。そこで、 V の V_d に対する望ましい応答を得るための1つの基準として、速度距離制御において長周期モードの周期 $\omega_{n,lp}$ を基準とすることを考え、 $\omega_{n,v} = \omega_{n,lp}$ とし、また、応答が極力振動しないようにするため、減衰係数 ζ_v は1に設定することとした。以上より、制御ゲインは長周期近似の自然角周波数 $\omega_{n,lp}$ を用いて式 (13)、(14) のように得られる。

$$K_R = \omega_{n,v}^2 = \omega_n^2 = \left(\frac{\sqrt{2}g}{V} \right)^2 \quad (13)$$

$$K_V = 2\zeta_v \omega_{n,v} = 2\omega_n = \frac{2\sqrt{2}g}{V} \quad (14)$$

4.2.2 エンジンの動特性を考慮したゲイン決定法 4.2.1 項の方法では追従機のエンジンの動特性を全く考慮していないが、エンジンの遅れが大きい場合には、その動特性は

第5図 目標機と追従機的位置関係等の仮定

速度距離制御に大きな影響を及ぼす。そこで、エンジンの動特性も考慮して制御ゲイン K_V 、 K_R を決定する方法について考えた²⁾。追従機は第5図のように、 x 方向の小さな相対距離誤差と速度誤差で、一定速度で水平直線上を飛行する目標機に追従していると仮定する。この仮定を用い、航空機の運動方程式を簡略化した後、エンジンの動特性を考慮するため、その動特性を時定数 τ_E の一次遅れとして近似し、これを用いて式を整理すると、最終的に距離の応答について3次の特性方程式を得る。ここで、特性方程式を考えたとき、その根の実部の最大値が最小となるよう、すなわち安定側に各ゲインを選んでいくと、すべての根が実軸上で一致することから、特性根が3重実根となる場合を考えると、次を得る。

$$K_V = \frac{(1 - \tau_E X_u)^2}{3\tau_E} \quad (15)$$

$$K_R = \frac{(1 - \tau_E X_u)^3}{27\tau_E^2} \quad (16)$$

ここで X_u は有次元安定微係数で、次式で定義した。

$$X_u = -\frac{\rho S C_{D1} V_d}{m} \quad (17)$$

このとき、特性方程式は3重根となり、その根は、

$$s = -\frac{(1 - \tau_E X_u)}{3\tau_E} \quad (18)$$

である。一般に X_u は負であるので、式 (18) は常に負の実根となる。

4.3 比例積分制御による速度距離制御の定式化 文献2) にも述べたが、4.2節の方法では、空力係数に誤差があった場合に距離に関して定常偏差を生じる。また、目標機が定加速度運動や定常旋回飛行をする場合などでも、同様の問題を生じる。例えば第6図は、後に示すシミュレーション条件において、4.2.2項に示した方法で速度距離制御した場合の相対距離の時間履歴である。図中の凡例は、“×0.8”が空力誤差 -20% の場合、“×1.2”が空力誤差 +20% の場合、“without error”が空力誤差のない場合、“desired”は目標値である。目標機は第7図に示すような、半径約 3000[m] の水平定常旋回軌道をとっており、荷重倍数が約 1.3 G の緩旋回である。第6図に見られるように、空力誤差がなくても相対距離に数十メートルの定常偏差を生じ、空力誤差によって、さらに定常偏差が大きくなる。そこで、これを解消するため、第8図に示すような、距離に関する積分器

第 6 図 相対距離の時間履歴 (定常偏差例)

第 7 図 目標機の軌道

第 8 図 比例積分速度距離制御ブロック線図

を付加した比例積分制御を考える。第 8 図より、 U_a は次式となる。

$$U_a = K_V \tilde{v} + K_R \tilde{x} + K_I \int \tilde{x} dt \quad (19)$$

ここで、 K_V , K_R , K_I は制御ゲインであり、 $\tilde{v}$, $\tilde{x}$ は次式で定義する。

$$\tilde{v} = V_d - V \quad (20)$$

$$\tilde{x} = R - R_d \quad (21)$$

次に、制御ゲイン K_V , K_R , K_I の決定法について、エンジンのダイナミクスを考慮しない場合とする場合の 2 つの方法を述べる。

4.3.1 エンジンのダイナミクスを考慮しない場合のゲイン決定法 第 8 図において、速度に関する伝達関数と距離に関する伝達関数を求めることができるが、距離について考えることによって制御ゲインを定める。そこで、 $V_d = 0$ として R_d から R への伝達関数を求めると、次式を得る。

$$\frac{R}{R_d} = \frac{K_R s + K_I}{s^3 + K_V s^2 + K_R s + K_I} \quad (22)$$

式 (22) より、系の特性方程式は次式となる。

$$f(s) = s^3 + K_V s^2 + K_R s + K_I = 0 \quad (23)$$

式 (23) が系の初期値に対する応答特性を決める。ここで、特性方程式を考えるとき、その根の実部の最大値が最小となるよう、すなわち安定側に各ゲインを選んでいくと、すべての根が実軸上で一致することから、特性根が 3 重実根となる場合を考える。3 次方程式 (23) が 3 重実根を持つ場合、明らかに

$$f(s) = f'(s) = f''(s) = 0 \quad (24)$$

である。したがって、次の連立方程式を満たせばよい。

$$s^3 + K_V s^2 + K_R s + K_I = 0 \quad (25)$$

$$3s^2 + 2K_V s + K_R = 0 \quad (26)$$

$$6s + 2K_V = 0 \quad (27)$$

以上より、3 重根を仮定した根と係数の関係を用い、次を得る。

$$K_R = \frac{K_V^2}{3} \quad (28)$$

$$K_I = \frac{K_V^3}{27} \quad (29)$$

このとき、根は

$$s = -\frac{K_V}{3} \quad (30)$$

である。ここで、制御ゲイン K_R , K_I は、 K_V の関数として表されている。未知数は K_V , K_R , K_I の 3 つであるのに対し式は 2 本しかなく、一意には定まらない。また、フルビッツの安定判別法を用いると

$$K_V > 0, \quad K_R > \frac{K_I}{K_V}, \quad K_I > 0 \quad (31)$$

の安定条件を得るが、これによると K_V は正であれば安定であるので、式 (31) の安定条件だけでは K_V の上限を決めることはできない。そこで次に、式 (22) の分子も含めて考えることによって K_V の決定法を示す。前述の議論から明らかのように、式 (22) の極は 3 つとも式 (30) で、零点

第9図 相対距離の時間応答の例

第10図 $f(\xi)$ の応答

は $-K_V/9$ で与えられるので、極零配置から K_V を決めることもできるが、本論文ではステップ入力に対する応答波形から K_V を決めることにする。この系にステップ入力を加えたときの応答は、式 (22) に式 (28), (29) の関係を用い、 $R_d = 1/s$ として整理すると、

$$R(s) = \frac{1}{s} - \frac{s^2 + K_V s}{\left(s + \frac{K_V}{3}\right)^3} \quad (32)$$

と表される。式 (32) を部分分数に展開すると、次式を得る。

$$R(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{K_V}{3}} - \frac{K_V}{3} \frac{1}{\left(s + \frac{K_V}{3}\right)^2} + \frac{K_V^2}{9} \frac{2}{\left(s + \frac{K_V}{3}\right)^3} \quad (33)$$

式 (33) をラプラス逆変換して時間応答を求めると、次式を得る。

$$R(t) = 1 + e^{-\frac{K_V}{3}t} \left(\frac{K_V^2}{9} t^2 - \frac{K_V}{3} t - 1 \right) \quad (34)$$

式 (22) において、特性根は3重実根となるように制御ゲインを調整しても零点が存在するので、ステップ応答はオーバーシュートして最終値に整定する形となる。例えば、飛行速度を 154 [m/s] として式 (14) に代入して得た $K_V \approx 0.2$ を式 (34) に用いて時間応答を描くと第9図のようになる。この図は $R(t)$ の典型的な形状を示している。

はじめにピーク値を求めるために、ピーク時間 T_p を求める。第9図よりピーク時間 T_p は、

$$\frac{d}{dt} R(t) = 0 \quad (35)$$

を満たす t である。式 (34) を時間微分すると、次式を得る。

$$\frac{d}{dt} R(t) = e^{-\frac{K_V}{3}t} \left(-\frac{K_V^3}{27} t^2 + \frac{K_V^2}{3} t \right) \quad (36)$$

式 (36) が 0 となるのは、 $t \neq \infty$ のとき $e^{-\frac{K_V}{3}t} \neq 0$ であ

るから、次式を満たす場合である。

$$t \left(-\frac{K_V^3}{27} t + \frac{K_V^2}{3} \right) = 0 \quad (37)$$

式 (37) を満たす t (ただし $t \neq 0$) が T_p であるから、式 (37) より次式を得る。

$$T_p = \frac{9}{K_V} \quad (38)$$

式 (38) を式 (34) に代入するとピーク値 $R_{\max}$ が得られる。

$$R_{\max} = R(T_p) = 1 + 5e^{-3} \approx 1.2489 \quad (39)$$

式 (39) から明らかなようにピーク値は K_V に関係なく一定値となるので、ピーク値を指定して K_V を決めることはできない。そこで、整定時間 T_s を指定して K_V を決めることを考える。 T_s を $R(t)$ が目標値の 2% 以内に収束したときの時間と定義すると、式 (34) より、整定時間 T_s は次式を満たす。

$$R(T_s) = 1.02 \quad (40)$$

すなわち、

$$e^{-\frac{K_V}{3}T_s} \left(\frac{K_V^2}{9} T_s^2 - \frac{K_V}{3} T_s - 1 \right) - 0.02 = 0 \quad (41)$$

ここで、式 (41) は K_V と T_s に関して対称となっていることが分かる。そこで、

$$\xi = K_V T_s \quad (42)$$

とおくと、式 (41) は次式と書ける。

$$f(\xi) = e^{-\frac{\xi}{3}} \left(\frac{\xi^2}{9} - \frac{\xi}{3} - 1 \right) - 0.02 = 0 \quad (43)$$

式 (43) に示す $f(\xi)$ の応答は、第10図のようになる。第10図にも見られるとおり、式 (43) を満たす ξ は2個存在するが、大きい方が整定時間に相当する値であり、次となる。

$$\xi \approx 23.66 \quad (44)$$

式 (42), (44) より T_s と K_V は反比例の関係にあり, K_V は T_s の関数として次式で与えられる.

$$K_V \approx \frac{23.66}{T_s} \quad (45)$$

以上より, ゲイン決定のアルゴリズムを纏めると, 以下のようになる.

<提案するゲイン決定アルゴリズム>

1) T_s を与える.

2) 式 (45) により K_V を定める.

3) 式 (28), (29) に K_V を代入し, K_R , K_I を得る.

ここで T_s の決定法について, 以下に一例を示す. T_s は飛行距離に関する整定時間なので, この決定には, 速度距離制御系以外の制御系との干渉や, 航空機の減速特性を考慮する必要がある. 本研究において, 速度制御系の収束は, 姿勢制御系, 誘導系よりも遅いものとして設計しているため, 姿勢制御系や誘導系と干渉しないよう, 速度制御系のカットオフ周波数が, 姿勢制御系, 誘導系のそれよりも, 十分に小さくなるのが条件の 1 つとして考えられる. また, もう 1 つの条件として, 衝突を回避するため推力の飽和なく減速を実現できること, があげられる. 前述のように航空機には一般的に大きな制動力がないため, 減速は推力を小さくし空気抵抗による他ないが, 少なくとも長周期程度の速度変化は期待できる. そこで, 4.2.1 項同様, 長周期の周期を基準とする方法を提案する. 長周期は誘導系・姿勢制御系に比べてはるかに遅いため, 前述の条件を満足している. 長周期モードの自然角周波数 $\omega_{n,lp}$ は, 次式で近似される¹²⁾.

$$\omega_{n,lp} \approx \frac{\sqrt{2}g}{V_0} \approx \frac{\sqrt{2}g}{V_d} \quad (46)$$

ここで, V_0 を目標速度 V_d とした. $\omega_{n,lp}$ を用いて, 周期 T_{lp} は次式で表される.

$$T_{lp} \approx \frac{2\pi}{\omega_{n,lp}} \quad (47)$$

例えば, 望ましい整定時間 T_s を 3 周期分とすれば, T_s は次式となる.

$$T_s = 3T_{lp} = 3 \frac{2\pi V_d}{\sqrt{2}g} = \frac{3\pi\sqrt{2}}{g} V_d \quad (48)$$

数値例として, 式 (48) における V_d を後のシミュレーションにおける目標速度 154 [m/s] とすると, $T_s \approx 210$ [sec] となる. このとき, $K_V \approx 0.1127$ である.

4.3.2 エンジンのダイナミクスを考慮する場合のゲイン決定法 第 5 図に示した位置関係の仮定より,

$$\alpha = \alpha_0, \quad \beta = 0, \quad \phi = 0, \quad \theta = \theta_0 = \alpha_0 \quad (49)$$

である. 以上の仮定から, 追従機の速度の運動方程式は式 (6) を整理して次式で与えられる.

$$m\dot{V} = -q_t SC_{D_2} + F_T \cos \alpha_0 \quad (50)$$

ここで,

$$C_{D_2} = -(C_{x,t} \cos \alpha_0 + C_{z,t} \sin \alpha_0) \quad (51)$$

である. 簡略化した追従機速度の運動方程式 (50) に, 動圧 $q_t = 0.5\rho V^2$, 式 (20) を代入して整理し, $\tilde{v}^2$ を 2 次の微小量とみなして無視し, 線形化すると次式を得る.

$$m\dot{V} = -SC_{D_2} \left(\frac{1}{2}\rho V_d^2 - \rho V_d \tilde{v} \right) + F_T \cos \alpha_0 \quad (52)$$

逆ダイナミクス法に基づき, 式 (52) を推力 F_T で解き, これを推力指令値 $F_{T,d}$ で置き換え, $\dot{V}$ を擬似入力 U_a で置き換えると, 次式を得る.

$$F_{T,d} \cos \alpha_0 = mU_a + SC_{D_2} \left(\frac{1}{2}\rho V_d^2 - \rho V_d \tilde{v} \right) \quad (53)$$

式 (53) の U_a に式 (19) を代入し, 式 (20), (21) の仮定より, 次式

$$\tilde{v} = \dot{\tilde{x}} \quad (54)$$

を用いて整理すると, 次を得る.

$$\begin{aligned} \frac{F_{T,d}}{m} \cos \alpha_0 &= K_V \dot{\tilde{x}} + K_R \tilde{x} + K_I \int \tilde{x} dt \\ &\quad + X_u \dot{\tilde{x}} - \frac{1}{2} X_u V_d \end{aligned} \quad (55)$$

ここで, 有次元安定微係数 X_u は, 式 (17) である. 式 (55) を, $\tilde{x}(0) = 0$ の条件のもとラプラス変換すると, 次式を得る.

$$\begin{aligned} \frac{F_{T,d}(s)}{m} \cos \alpha_0 &= \left\{ (K_V + X_u) s + K_R + \frac{K_I}{s} \right\} \tilde{X} \\ &\quad - \frac{1}{2} X_u V_d \frac{1}{s} \end{aligned} \quad (56)$$

推力 F_T と, その指令値 $F_{T,d}$ の間のダイナミクスを時定数 τ_E の一次遅れで近似できると仮定し, 式 (57) で定義する.

$$\frac{F_T(s)}{F_{T,d}(s)} = G_E = \frac{1}{1 + \tau_E s} \quad (57)$$

式 (56) に式 (57) を代入すると, 次式となる.

$$\begin{aligned} \frac{F_T(s)}{m} \cos \alpha_0 &= G_E \left\{ (K_V + X_u) s + K_R + \frac{K_I}{s} \right\} \tilde{X} \\ &\quad - \frac{1}{2} X_u V_d G_E \frac{1}{s} \end{aligned} \quad (58)$$

ところで, 航空機の速度の運動方程式 (52) に, 式 (20), (21) の仮定より, 次式

$$\dot{V} = -\dot{\tilde{v}} \quad (59)$$

を代入し整理すると、式 (17) も用いて次を得る.

$$\ddot{x} - X_u \dot{x} = -\frac{F_T}{m} \cos \alpha_0 - \frac{1}{2} X_u V_d \quad (60)$$

式 (60) を, $\dot{x}(0) = \ddot{x}(0) = 0$ の条件のもとラプラス変換すると, 次式を得る.

$$(s^2 - X_u s) \tilde{X} = -\frac{F_T(s)}{m} \cos \alpha_0 - \frac{1}{2} X_u V_d \frac{1}{s} \quad (61)$$

式 (61) に式 (58) を代入し, $F_T(s)$ を消去して整理すると, 位置誤差に関して次式を得る.

$$(\tau_E s^4 + X_\tau s^3 + K_V s^2 + K_R s + K_I) \tilde{X} = 0 \quad (62)$$

ここで,

$$X_\tau = 1 - \tau_E X_u \quad (63)$$

と置いた. 式 (62) から, この系の応答の特性は, 次式により決まる.

$$\tau_E s^4 + X_\tau s^3 + K_V s^2 + K_R s + K_I = 0 \quad (64)$$

ここで, 特性方程式 (64) の根の実部の最大値が最小となるよう, すなわち安定側に各ゲインを選んでいくと, すべての根が実軸上で一致することから, 特性根が 4 重実根となる場合を考える. 4 重実根を持つ 4 次方程式は, その解を γ_{eq} とすると,

$$(s - \gamma_{eq})^4 = 0 \quad (65)$$

と表される. これを展開すると, 次を得る.

$$s^4 - 4\gamma_{eq} s^3 + 6\gamma_{eq}^2 s^2 - 4\gamma_{eq}^3 s + \gamma_{eq}^4 = 0 \quad (66)$$

そこで, 4 重実根を仮定し, K_V , K_R , K_I を決定するため, 式 (65) を展開した式 (66) と, 式 (64) を係数比較すると, 式 (67)~(69) の関係を得る.

$$K_V = 6\tau_E \gamma_{eq}^2 \quad (67)$$

$$K_R = -4\tau_E \gamma_{eq}^3 \quad (68)$$

$$K_I = \tau_E \gamma_{eq}^4 \quad (69)$$

このとき, 根は

$$\gamma_{eq} = -\frac{X_\tau}{4\tau_E} = -\frac{1 - \tau_E X_u}{4\tau_E} \quad (70)$$

である. 一般に X_u は負であるので, 式 (70) は常に負の実根となる. 式 (67)~(69) は, 式 (70) を代入すると, τ_E と X_u の式となる. 例えば, 高度 2438 [m] (8000 [ft]), 速度 154 [m/s] (300 [kt]) の定常飛行を仮定して X_u を求め, $\tau_E = 3.0$ [sec] とすると, $K_V = 0.1261$ となる. これは, 式 (41) を用いて整定時間を求めると, $T_s = 187.7$ [sec] に相当する. 以上より, 式 (67)~(69) により, 制御ゲイン K_V , K_R , K_I を得ることができる.

5. シミュレーション

以下に, 本論文で述べた理論を無人機とみなした YF-16¹³⁾ に適用し, シミュレーションを行った結果を述べるが, 便宜上, 本論文で提示した制御系について, 次のように呼称するものとする.

C_V -11: 4.2.1 節に示した, 積分器を含まずエンジンの動特性を考慮しない方法

C_V -12: 4.2.2 節に示した, 積分器を含まずエンジンの動特性を考慮する方法

C_V -21: 4.3.1 節に示した, 積分器を導入しエンジンの動特性を考慮しない方法

C_V -22: 4.3.2 節に示した, 積分器を導入しエンジンの動特性を考慮する方法

目標機の軌道は, 第 7 図に示すような水平面内の定常旋回軌道であり, 高度変化はほとんどない. 目標機はシミュレーション開始時から 10 秒間, 等速直線飛行を行った後, 水平定常旋回に入り, 300 秒のシミュレーション時間が終了するまで同旋回を維持する. 目標機の軌道は水平面内のものであるが, 追従機は 6 自由度の剛体モデルで, エンジンの時定数 τ_E は 3.0 で一定とし, 制御ゲイン決定のために用いる τ_E についても同様の値とした. また, 本シミュレーションでは, 以下を仮定した.

- 1) 追従機の質量は一定とする.
- 2) エンジンの回転トルクおよびジャイロ効果は無視する.
- 3) 目標機の位置情報, 速度情報, および追従機の状態量は既知とし, 遅れや誤差なく追従機の誘導制御系に使用できるものとする.
- 4) 大気擾乱, 突風等は無視できるほど小さいとする.

シミュレーション開始時の初期設定は, 第 2 表のとおりであり, 初期位置については, 前後方向 (x), 左右方向 (y), 上下方向 (h) にそれぞれ変位を持たせ, 初期速度については目標機の方が追従機よりも速い設定とした. 以下にシミュレーション結果を述べるが, 4.2 節に示した積分器を含まない速度距離制御 (C_V -11, C_V -12) を適用した場合の結果については文献 2) に詳しく述べたので, 4.3 節に示した比例積分制御を用いた速度距離制御 (C_V -21, C_V -22) を適用した場合について述べる.

ところで, 本ケースのように初期相対距離が大きく目標相対距離から離れている場合, シミュレーション開始当初から C_V -21, C_V -22 の速度距離制御を適用することには問題がある. 実際, 前論文で示した制御系に積分器を付加したのは定常偏差を除くためであるが, 応答の即応性という観点から言えば, 前論文の方法が優れている. それ故, 制御開始当初は前論文の方法を用い, 相対距離や速度がほぼ

第 2 表 シミュレーションの初期設定

追従機		目標機	
x_C	610 [m]	x_{LDR}	1524 [m]
y_C	305 [m]	y_{LDR}	610 [m]
h_C	2134 [m]	h_{LDR}	2438 [m]
V_C	103 [m/s]	V_{LDR}	154 [m/s]

第 11 図 相対距離の時間履歴 (C_V -21) 第 13 図 推力の時間履歴 (C_V -21) 第 12 図 相対距離の時間履歴 (C_V -22) 第 14 図 推力の時間履歴 (C_V -22)

目標値に近づいたなら本論文で述べた方法を用いるようにすべきである。以上のことを考慮して、シミュレーション開始当初は C_V -12 の速度距離制御を適用し、相対距離と速度の変化が、2 秒間、それぞれ任意に設定した微小量以内に整定したならば、速度距離制御系を C_V -21 または C_V -22 へ切り換えるものとした。各ゲインは、本論文で述べたゲイン決定法により、次で与えた。

$\langle C_V$ -21 $\rangle$ ($V_d = 154$ [m/s], $T_s = 210$ [sec])

$$K_V = 1.127 \times 10^{-1} \quad (71)$$

$$K_R = 4.231 \times 10^{-3} \quad (72)$$

$$K_I = 5.297 \times 10^{-5} \quad (73)$$

$\langle C_V$ -22 $\rangle$ ($\tau_E = 3.0$ [sec], $X_u = -0.01408$)

$$K_V = 1.261 \times 10^{-1} \quad (74)$$

$$K_R = 7.033 \times 10^{-3} \quad (75)$$

$$K_I = 14.71 \times 10^{-5} \quad (76)$$

第 11, 12 図は、それぞれ、相対距離と速度の変化が整定した後、速度距離制御系を C_V -21, C_V -22 へ切り換えた場合の、相対距離の時間履歴である。図中の凡例は、既出の第 6 図と同様である。第 13, 14 図は、それぞれ、空力誤差がない場合において、 C_V -21, C_V -22 を適用した場合の

第 15 図 空力誤差がない場合の迎角時間履歴 (C_V -21)

推力の時間履歴であり、第 11, 12 図の“without error”に対応する。紙面の都合で掲載は割愛するが、 $\pm 20\%$ の空力誤差があるケースについても、推力の時間履歴は同様の傾向を示した。なお、第 11, 12 図のいずれのケースにおいても、初期の段階で相対距離が大きくなっている。これは、追従機が目標機に指向するために姿勢を急激に変化させたため、誘導抵抗の増大により速度が低下した結果である。一例として、 C_V -21 で空力誤差がない場合の迎角時間履歴を

あげると、第 15 図のようにになっている。シミュレーション開始当初、大きな迎角をとっているのは、前述のとおり、追従機を目標機の方へ向けるためであり、空力誤差がある場合についても同様の傾向が見られた。これにより、追従機は直ちに姿勢制御を行って目標機に指向する。このため、その後は第 5 図に示される仮定にほぼ近い状態で速度距離制御が行われており、速度距離制御系の違いによる影響は、その後に顕著に現れる。したがって、本論文では速度距離制御に関するパラメータに重点を置き、姿勢に関する時歴については紙面の都合上、割愛する。推力に関しては、第 13、14 図に見られるように、その実効値は目標値によく追従しており、また、制御系の切り替えによる振動もほとんど発生していない。一方、相対距離に関しては、第 11、12 図から明らかなように、どちらのケースにおいても第 6 図で生じていた定常偏差が解消され、目標値に収束している。また、エンジンの動特性を考慮していない C_V -21 を用いた場合 (第 11 図) では、収束に 300 秒程度を要しているのに対し、エンジンの動特性を考慮した C_V -22 を用いた場合 (第 12 図) においては、160 秒程度で収束しており、前者より後者の方が、より速く収束していることが分かる。この収束時間の差については、 C_V -21、 C_V -22 のそれぞれの方法で得られるゲイン K_V の違いも影響している。 C_V -21 における K_V を、 C_V -22 で得た K_V と同じ値にすると、第 16 図のようになる。第 16 図では、収束にかかる時間は約 250 秒程度であり、両者の収束時間の差は小さくなったが、エンジンの動特性を考慮した C_V -22 を用いた方が収束時間が短いという傾向に変化はなかった。このように、同じゲイン K_V を用いた場合には、 C_V -22 の方が収束が速く、また、 C_V -22 ではゲインが一意に定まるので、設計が容易である。しかし、逆に言えば、ゲインの決定に関して自由度がない。他方、 C_V -21 ではゲイン K_V は設計者が整定時間 T_s を任意に定めることができるので、 K_V を適切に、より大きくすることで収束時間を短くすることができる。例えば、 C_V -21 において $K_V = 0.16$ ($T_s \approx 150$ [sec] 相当) とすると、 C_V -22 を用いた場合と、ほぼ同等の収束時間となる。また、 K_V をより大きくすることによって、より速く収束する結果も得られた。しかしながら、 K_V を過度に大きくすると、制御入力である推力が制御系の切り替え時に振動する傾向が見られるようになる。さらに K_V を大きくすると、推力の飽和状態が長くなり、その期間中は完全な逆システムが構成されていないので制御性能の悪化を招き、このため相対距離の応答が振動的となり、収束時間は逆に長くなるという結果を得た。このように、 C_V -21 ではゲイン K_V を設計者が任意に定めることができ、制御性能をある程度自由に変えることができるが、最も収束時間の短くなるような K_V の値は、飛行状態や目標速度、エンジンの応答性能等によって変化するため、これを選定するのは容易ではない。このため、4.3.1 項に示したように、長周期モードの周期を基準として許容できる整定時間を定め、 K_V を決定する方法等が有用である。本ケースの場合、長周期の 2 周期分に相当する程度の整定時間とするのが限

第 16 図 相対距離の時間履歴 (C_V -22 の K_V を用いた C_V -21)

界であり、それ以上に短い整定時間から K_V を定めた場合、上述したような制御性能の悪化が見られた。

以上より、 C_V -21、 C_V -22 のどちらを用いても、目的である定常偏差の解消は実現することができた。ただし、前述したように提案した積分器を導入する方法は、追従の最終段階において効果を発揮すべきものであり、相対距離が目標値から大きく離れている初期の段階からの適用は好ましくない。これは、積分項が過大となると、収束までに大きなオーバーシュートを伴うからである。追従飛行時の距離制御において、オーバーシュートは衝突の危険があることを意味している。航空機間の速度・距離を制御する場合、飛行中に逆推力を用いることはできず、特に減速側の応答は空気抵抗によるもので遅い。したがって、衝突回避のためには大きなオーバーシュートの発生は避けるべきである。また、相対距離が目標値から大きく離れている場合、入力 (推力) が飽和する可能性がある。入力の飽和が起きると、所望の性能が得られなくなるため、制御性能の悪化を招く結果となる。これらの点で、相対距離が目標値から大きく離れている初期の段階からの適用は好ましくない。本論文で提案した C_V -21 や C_V -22 が効果を発揮すべき状況は、最終的な偏差を解消したい場合、すなわち追従の最終段階であって、相対距離や相対速度が一定以下に整定するまでの間は、 C_V -11 または C_V -12 による制御で十分な追従性を確保できる²⁾。したがって、本節で示したように、追従の初期段階では C_V -11 または C_V -12 を用い、速度と相対距離が整定した追従の最終段階において、制御系を C_V -21 または C_V -22 に切り換えて適用するのが良い。 C_V -21、 C_V -22 のどちらが適しているかは状況にもよるが、例えば、空中給油等、目標機の機動がほとんどないようなケースでは、 C_V -22 を用いた方が設計も容易であり、速い収束が期待できる。他方、大きな機動をとる目標機に追従する場合や、収束時間を速くする必要がない場合には、ゲイン決定の自由度がある C_V -21 を用い、整定時間が比較的長くなるように設計すれば、制御入力である推力飽和の可能性を少なくすることができるので、制御性能の悪化を軽減できる。

加えて、初期相対距離が、より大きい場合、より小さい場合でのシミュレーション結果について紹介する。初期相

第 3 表 シミュレーションの初期設定 (大)

追従機		目標機	
x_C	610 [m]	x_{LDR}	2438 [m]
y_C	305 [m]	y_{LDR}	1219 [m]
h_C	2134 [m]	h_{LDR}	2438 [m]
V_C	103 [m/s]	V_{LDR}	154 [m/s]

第 4 表 シミュレーションの初期設定 (小)

追従機		目標機	
x_C	610 [m]	x_{LDR}	762 [m]
y_C	305 [m]	y_{LDR}	457 [m]
h_C	2134 [m]	h_{LDR}	2438 [m]
V_C	103 [m/s]	V_{LDR}	154 [m/s]

第 17 図 相対距離の時間履歴 (C_V -21, 初期位置誤差大)

対距離が大きい場合の初期設定は、第 3 表のとおりであり、前述のシミュレーションと異なる部分を下線で示している。その他の設定は前述のシミュレーションと同様である。第 17 図に、 C_V -21 を用いた場合の相対距離の時間履歴を示す。図中の凡例は、前述のものと同様である。シミュレーション開始当初の相対距離が、約 2000 [m] となっており、前述のシミュレーションの約 2 倍となっているが、この場合でも、良好な追従性、収束性を示している。初期相対距離が小さい場合の初期設定は、第 4 表のとおりであり、第 18 図は、 C_V -21 を用いた場合の相対距離の時間履歴である。シミュレーション開始当初の相対距離が、約 400 [m] となっており、目標とする相対距離を下回っているが、この場合でも、他ケース同様、良好な収束性を示している。紙面の都合で割愛したが、 C_V -22 を用いた場合でも、同様に良好な追従性、収束性を示した。

6. 結 論

前論文で述べた速度距離制御では、空力推定誤差や目標機の定常加速度または定常旋回等により、相対距離に定常偏差を生じるという問題があった。本論文では、この問題を解決するために前論文で述べた制御系に積分器を付加した PI 制御系を提案し、その制御ゲインの決定法を示した。シミュレーションにより、本論文において考案した速度距離制御と、それに関連する制御ゲインの決定法は有効であ

第 18 図 相対距離の時間履歴 (C_V -21, 初期位置誤差小)

り、定常偏差の問題は解決し、良好な追従性を示すことを明らかにした。

参 考 文 献

- 1) Ochi, Y. and Kominami, T.: Flight Control for Automatic Aerial Refueling via PNG and LOS Angle Control, Proceedings of GN & C Conference, AIAA Paper 2005-6268, California, AIAA, 2005.
- 2) 榎本主祐, 山崎武志, 高野博行, 馬場順昭: 逆ダイナミクス法を用いた追従飛行無人航空機の数値制御系設計, 日本航空宇宙学会論文集, **57** (2009), pp. 354-362.
- 3) Machol, R. E., Tanner, W. P., Jr. and Alexander, S. N.: Chap. 19, Guidance, System Engineering Handbook, Howe, R. M. ed., McGraw-Hill Book Company, New York, 1965, pp. 19-1-19-25.
- 4) Menon, P. K. A., Badgett, M. E., Walker, R. A. and Duke, E. L.: Nonlinear Flight Test Trajectory Controllers for Aircraft, J. Guid. Control Dynam., **10** (1987), pp. 67-72.
- 5) Lane, S. H. and Stengel, R. F.: Flight Control Design Using Non-Linear Inverse Dynamics, Automatica, **24** (1988), pp. 471-483.
- 6) Ochi, S., Takano, H. and Baba, Y.: Flight Trajectory Tracking System Applied to Inverse Control for Aerobatic Maneuvers, Inverse Problems in Engineering Mechanics III, Elsevier Science Ltd., Nagano, 2002, pp. 337-344.
- 7) Yamasaki, T., Sakaida, H., Enomoto, K., Takano, H. and Baba, Y.: Robust Trajectory-Tracking Method for UAV Guidance Using Proportional Navigation, Proceedings of International Conference on Control, Automation and Systems, Seoul, 2007, pp. 1404-1409.
- 8) Yamasaki, T., Enomoto, K., Tanaka, D., Takano, H. and Baba, Y.: Automatic Control for Chase Aircraft, KSAS Int. J., **7** (2006), pp. 145-154.
- 9) Enomoto, K., Yamasaki, T., Takano, H. and Baba, Y.: Guidance and Control System Design for Chase UAV, Proceedings of GN & C Conference, AIAA Paper 2008-6842, Honolulu, Hawaii, AIAA, 2008.
- 10) 馬場順昭, 高野博行: 非線形飛行経路制御系の誘導ゲインの決定, 日本航空宇宙学会論文集, **47** (1999), pp. 449-456.
- 11) Snell, S. A.: Preliminary Assessment of the Robustness of Dynamic Inversion Based Flight Control Laws, Proceedings of GN & C Conference, AIAA Paper 92-4330-CP, Hilton Head Island, AIAA, 1992, pp. 206-216.
- 12) 加藤寛一郎, 大屋昭男, 柄沢研治: 航空機力学入門, 東京大学出版会, 東京, 1982.
- 13) Gilbert, W. P., Nguyen, L. T. and Van Gunst, R. W.: Simulator Study of the Effectiveness of an Automatic Control System Designed to Improve the High-Angle-of-Attack Characteristics of a Fighter Airplane, TN D-8176, NASA, 1976.