飛翔体の同時会合問題における近似の無い最適誘導^{*1}Optimal Guidance on Simultaneous Attack by
Multiple Missiles with No Approximation有 田 俊 作^{*2}・上 野 誠 也^{*3}

Shunsaku ARITA and Seiya UENO

Key Words: Guidance and Control, Missile, Impact Time Constraint, Field of Extremals

Abstract: In this paper, the optimal guidance strategy for simultaneous attack by multiple missiles is proposed; the strategy consists of following steps: (1) designation of optimal final impact time which is shared among all missiles participating in the simultaneous attack; (2) individual guidance of missiles by optimal control input which enable missiles to impact the target at the designated time. The optimization for this strategy is conducted on a non-linear model without linear approximation. Hence, although proposed strategy must be based on numerical optimization, optimal guidance of our strategy can be achieved by finite number of calculation. This is because all cases of optimal trajectories can be consolidated in finite set of normalized parameters by considering the necessary optimality conditions. Proposed strategy is effective for not only the missile guidance but also the cooperative control of multi vehicle systems.

1. は じ め に

複数の飛翔体が同一の目標に同一の時間で会合することを同時会合と呼ぶこととする。同時会合は、以下の点で有用である。まず、Jeon^ら¹⁾が指摘するように、同時会合によって効率的な飽和攻撃が可能になる。また、同時会合のための知見は近年盛んに研究されている協調システムの制御にも応用が可能である。そこで本論文では、最適な同時会合を達成するための手法を提案する。

同時会合は、次の2通りのアプローチにより達成できる。すなわち、共通の会合時間を定め、それぞれの飛翔体をその時間で会合するように誘導するか、または、事前に会合時間を決めず、飛翔体間で現在の状況を通信し、会合時間を調整するかである。前者を個別誘導といい、後者を協調誘導という²⁾。本論文で提案する手法は個別誘導の考え方に基づいており、したがって最適な会合時間の決定方法と、会合時間を指定可能な誘導則とから構成される。

同時会合にとって重要な要素である、飛翔体の誘導則については、1948年にYuan³⁾によって比例航法が紹介されて以来、多くの研究が行われている。比例航法は、線形化された誘導問題において、目標が回避せず、遅れが無いという仮定のもと、入力二乗和を最小化する誘導法であることが知られているが⁴⁾、この結論を導いた枠組み（線形システムにおける二次形式評価関数に関する最適制御理論）を利用して、終端角度を指定したい場合⁵⁾やシステムに遅れ

がある場合⁶⁾等、様々な目的に応じた最適誘導則を開発することが、この分野における研究の主流となっている。そして、その成果の中には、会合時間を指定可能な誘導則^{1), 7), 8)}も含まれている。ここで、線形化された誘導問題とは、速度が一定で、それに垂直な横加速度（すなわち方位角の変化率）を入力とする飛翔体の、二次元平面における運動を表したモデルにおいて、各種角度が微小であるとして状態方程式中の三角関数を除いたものによって構成される問題である。線形化された誘導問題の枠組みで開発された最適誘導則を同時会合に利用することを考えた時、この微小角度の仮定が問題となる。つまり、会合時間の調整が必要な時、特に大きな時間延長が必要な時には、飛翔体は目標に直接向かわず、角度をつけて飛行するため、非線形性が強まり、既存の最適誘導則は本来の性能が発揮できない。したがって、非線形な領域でも最適性が保たれるような、会合時間を指定可能な誘導則を開発することが必要である。

ところでDubin⁹⁾は、線形化される前の飛翔体モデルと同様のモデルに関して、入力に制限がある場合の最短経路（最短時間）問題を線形化によらずに解き、最適軌道が曲率半径最小の円弧（すなわち入力最大）と直線（無入力）によって構成されることを確認している。この結果はポントリヤギンの最大値原理によって一般的に説明することができ¹⁰⁾、パターン化された最適軌道に関する知見は、車両¹¹⁾や無人航空機^{12~14)}などの対象に広く応用されている。

本論文でもDubinの問題にならない、非線形なモデルによる最適制御問題を考える。このことにより提案手法は、先に述べた線形化による問題を解決する。ただし、ここで考える問題はDubinの問題とは異なり、入力に制限の無い、終端時間固定の最小入力問題である。解析的に最適軌道を

^{*1} © 2013 日本航空宇宙学会
平成 24 年 7 月 23 日原稿受付

^{*2} 横浜国立大学環境情報学府

^{*3} 横浜国立大学環境情報研究院

第 1 図 飛翔体のモデルと変数の定義

求めることは困難であるが、変分法から得られる最適性の必要条件を検討すると、最適軌道が二つの無次元パラメータのみに依存することが明らかになる。依存するパラメータが二つだけなので、これに関して数値最適化を網羅的に行い、あらかじめすべての最適軌道を得て、記録しておくことができる。提案手法は、数値最適化の結果の記録方法やその扱い方を工夫し、最適な同時会合に必要な、最適会合時間の決定および指定時間での最適誘導を達成する。具体的には、最適な会合時間を決定する時、それぞれの飛翔体の初期状態によって最適軌道の記録を有次元化して、終端時間と評価値の関係を調べ、それぞれの飛翔体の評価値の和が最小となる終端時間を会合時間として指定する。また、その後の誘導では、飛翔体の状態量を無次元化し、最適軌道の記録と比較することで、必要な最適入力を得る。なお、ここで誘導に用いる最適軌道の記録は、Bryson ら¹⁵⁾の言う Field of Extremals に他ならない。

本論文は次のように構成される。次章では終端時間固定の最小入力問題を定式化し、最適軌道が二つのパラメータのみに依存することを示す。3 章では、最適な会合時間を決定する方法を説明する。4 章では、Field of Extremals を得、どのように誘導に使用するか説明する。最後に 5 章で結論を述べる。

2. 最適制御問題の定式化と最適性の必要条件

2.1 飛翔体のモデルと状態方程式 本論文で想定する飛翔体モデルを第 1 図に示す。目標は静止しているとする。

$i = 1 \sim n$ の飛翔体が同時会合に参加すると想定し、添え字により区別する。第 1 図において、 x_i, y_i, ψ_i はそれぞれ、位置座標と方位角を表す。飛翔体の速度 V_i は一定であるとし、加速度入力 a_i は速度ベクトルに垂直な方向に発生するとする。また、目標と飛翔体との距離を R_i 、速度ベクトルと飛翔体から目標への目視線との角度差を σ_i で表す（方位角誤差と呼ぶ）。

このモデルの状態方程式は、次のように書ける。

$$\begin{aligned}\dot{u}_i &= -a_i \sin \psi_i \\ \dot{v}_i &= a_i \cos \psi_i \\ \dot{\psi}_i &= a_i / V_i \\ \dot{x}_i &= u_i \\ \dot{y}_i &= v_i\end{aligned}\quad (1)$$

ここで、 u_i 及び v_i はそれぞれ速度 V_i の x 及び y 方向成

分である。この状態方程式は、モデルの運動を記述するには冗長な表現となっているが、このことは、2.3 節において最適性の必要条件を検討する際に都合が良い。

2.2 最適制御問題 上述の状態方程式を制約条件とし、下の評価関数を最小化する入力 $a_i(t)$ を求めるような最適制御問題を考える。

$$J_i = \int_0^{t_{fi}} a_i^2 dt \quad (2)$$

ここで終端時間 t_{fi} は目標に会合する時間で、あらかじめ指定される。各飛翔体の初期時刻は 0 で共通だとする。初期拘束条件は、 $u_i(0) = V_i \cos \psi_{i0}, v_i(0) = V_i \sin \psi_{i0}, \psi_i(0) = \psi_{i0}, x_i(0) = x_{i0}, y_i(0) = y_{i0}$ である。ただし、任意に与えられる初期の状態を添え字 0 で表す。終端拘束条件は $x_i(t_{fi}) = x_f, y_i(t_{fi}) = y_f$ であり、 x_f, y_f は目標の位置で、すべての i (飛翔体) に共通である。ところで、飛翔体の初期位置が x 軸上にあり、目標が原点にあるような座標を設定しても、問題は一般性を失わない。この時、目視線と x 軸が一致しているので、初期方位角 ψ_{i0} は、初期の方位角誤差 σ_{i0} と等しい。また、初期 x 座標は目標までの初期の距離 R_{i0} に等しい。したがって初期拘束条件は、 $u_i(0) = V_i \cos \psi_{i0}, v_i(0) = V_i \sin \psi_{i0}, \psi_i(0) = \psi_{i0} = \sigma_{i0}, x_i(0) = x_{i0} = R_{i0}, y_i(0) = 0$ となり終端拘束条件は $x_i(t_{fi}) = 0, y_i(t_{fi}) = 0$ となる。

この問題の最適解が満たすべき必要条件は、二点境界値問題となり、これを解析的に解くことは困難であるため、本論文では、上野¹⁶⁾ が最適制御問題の求解に用いた数値解法を用いて最適解を得る。次節では、最適軌道が二つの無次元パラメータのみに依存することを示すが、これにより、一つの最適軌道に、パラメータを同じくする他のすべての最適軌道を代表させることができるので、限られた計算量で最適軌道を網羅的に求めることができる。また数値解法の結果を代表軌道として記録しておけば、任意の最適軌道を代表軌道の有次元化によって直ちに得ることができる。

2.3 最適性の必要条件 本節では最適性の必要条件（オイラーラグランジュ方程式）を変形して、最適軌道が二つのパラメータに依存することを示す。なお本節では簡略化のため、添え字 i を省略する。また、速度 V 及び終端時間 t_f で各量を無次元化した場合の最適制御問題を考える。すなわち無次元の状態方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned}\frac{d\tilde{u}}{d\tau} &= -\tilde{a} \sin \psi \\ \frac{d\tilde{v}}{d\tau} &= \tilde{a} \cos \psi \\ \frac{d\psi}{d\tau} &= \tilde{a} \\ \frac{d\tilde{x}}{d\tau} &= \tilde{u} \\ \frac{d\tilde{y}}{d\tau} &= \tilde{v}\end{aligned}\quad (3)$$

ここで、チルダは無次元量を表し、 $\tau(0 \leq \tau \leq 1)$ は無次元時間である。最小化すべき評価関数を次式とする。

$$\tilde{j} = \int_0^1 \tilde{a}^2 d\tau \quad (4)$$

このシステムのハミルトニアンは

$$H = \tilde{a}^2 - \lambda_{\tilde{u}} \tilde{a} \sin \psi + \lambda_{\tilde{v}} \tilde{a} \cos \psi + \lambda_{\psi} \tilde{a} + \lambda_{\tilde{x}} \tilde{u} + \lambda_{\tilde{y}} \tilde{v} \quad (5)$$

ここで、 λ は随伴変数で、添え字は対応する状態量を表す。随伴変数の微分方程式は、次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda_{\tilde{u}}}{d\tau} &= -\lambda_{\tilde{x}} \\ \frac{d\lambda_{\tilde{v}}}{d\tau} &= -\lambda_{\tilde{y}} \\ \frac{d\lambda_{\psi}}{d\tau} &= \lambda_{\tilde{u}} \tilde{a} \cos \psi + \lambda_{\tilde{v}} \tilde{a} \sin \psi \\ \frac{d\lambda_{\tilde{x}}}{d\tau} &= \frac{d\lambda_{\tilde{y}}}{d\tau} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

また、随伴変数の終端値は、2.2 節で述べた終端拘束条件から、 $\lambda_{\tilde{u}}(1) = \lambda_{\tilde{v}}(1) = \lambda_{\psi}(1) = 0$ である。また、式 (6) から明らかなように、 $\lambda_{\tilde{x}}$ と $\lambda_{\tilde{y}}$ は未知の定数だが、この値は終端を含む全区間で同じである。以上より直ちに、

$$\begin{aligned} \lambda_{\tilde{u}} &= \lambda_{\tilde{x}}(1 - \tau) \\ \lambda_{\tilde{v}} &= \lambda_{\tilde{y}}(1 - \tau) \end{aligned} \quad (7)$$

が言える。

ところで、 $\tilde{a}$ が最適であれば、以下の式を満たす。

$$\frac{\partial H}{\partial \tilde{a}} = 2\tilde{a} - \lambda_{\tilde{u}} \sin \psi + \lambda_{\tilde{v}} \cos \psi + \lambda_{\psi} = 0 \quad (8)$$

この式は終端においても当然成り立つので、既知の終端値を代入すると、 $\tilde{a}(1) = 0$ を得る。さらに式 (8) を最適軌道に沿って τ で微分し、式 (3) と式 (6) を用いて整理すると、以下のように最適入力 $\tilde{a}$ の微分方程式が得られる。

$$\frac{d\tilde{a}}{d\tau} = 0.5(-\lambda_{\tilde{x}} \sin \psi + \lambda_{\tilde{y}} \cos \psi) \quad (9)$$

上式を $\tau = 0 \sim 1$ で定積分すると、次式となる。

$$\tilde{a}(1) - \tilde{a}(0) = 0.5 \left(-\lambda_{\tilde{x}} \int_0^1 \sin \psi d\tau + \lambda_{\tilde{y}} \int_0^1 \cos \psi d\tau \right) \quad (10)$$

ここで、2.2 節で導入した、飛翔体の初期位置が x 軸上にあり、原点が目標である座標を考えると、飛翔体の速度が一定と仮定しているので、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \int_0^{t_f} V \cos \psi dt &= R_0 \\ \int_0^{t_f} V \sin \psi dt &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

これを式 (10) に代入すると次式を得る。

$$\tilde{a}(0) + 0.5 \frac{R_0}{V t_f} \lambda_{\tilde{y}} = 0 \quad (12)$$

ところで、式 (3) の ψ に関する微分方程式と、式 (6) の λ_{ψ} 、 $\lambda_{\tilde{x}}$ 、 $\lambda_{\tilde{y}}$ に関する微分方程式及び式 (9) を連立させ、次のような 5 本の一階微分方程式を考える。ただし、 λ_{ψ} に関する式は式 (7) によって書き換えている。

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{d\tau} &= \tilde{a} \\ \frac{d\lambda_{\psi}}{d\tau} &= (1 - \tau) \lambda_{\tilde{x}} \tilde{a} \cos \psi + (1 - \tau) \lambda_{\tilde{y}} \tilde{a} \sin \psi \\ \frac{d\lambda_{\tilde{x}}}{d\tau} &= 0 \\ \frac{d\lambda_{\tilde{y}}}{d\tau} &= 0 \\ \frac{\partial \tilde{a}}{\partial \tau} &= 0.5(-\lambda_{\tilde{x}} \sin \psi + \lambda_{\tilde{y}} \cos \psi) \end{aligned} \quad (13)$$

2.2 節で述べた初期拘束条件と、これまでの議論から、 $\psi(0) = \sigma_0$ 、 $\tilde{a}(1) = 0$ 、 $\lambda_{\psi}(1) = 0$ が言え、これは式 (13) の境界条件となっている。また、初期値を代入した式 (8) と式 (12) も式 (13) の境界条件となる。5 本の式に対し、5 個の境界条件が指定されるので、初期から終端までの最適入力 $\tilde{a}(\tau)$ が決まる。境界条件のうち、任意に決定できるパラメータは σ_0 と $R_0/V t_f$ であり、最適入力はこの 2 数に依存することがわかる。すなわち、

$$\tilde{a}(\tau) = f \left(\sigma_0, \frac{R_0}{V t_f}, \tau \right) \quad (14)$$

ただし、 f は未知の関数である。本節の目的はあくまで、最適入力 $\tilde{a}$ が二つのパラメータによって決定することを示し、以降に述べる数値最適化結果の取り扱いを容易にすることであり、式 (14) は、各時刻の最適入力を陽に与える式ではないことに注意されたい。

3. 最適な会合時間の決定方法

3.1 最適な会合時間 同時会合のための最適な会合時間を以下のように定義する。すなわち、同時会合に関わるそれぞれの飛翔体が、設定された会合時間で、最適（式 (2) を最小化）に誘導された時に、それぞれの評価値の総和を最小にするような時間とする。またこの時間を指定時間 t_d とする。すなわち、指定時間 t_d は、飛翔体 i の、ある t_{fi} における式 (2) の最小値を $j_{\min,i}$ とし、その総和を

$$J = \sum_{i=1}^n j_{\min,i} \quad (15)$$

とした時、以下の式によって求まる。

$$t_d = \arg \min_{t_f} J \quad (16)$$

ここで、式 (16) における添え字の無い t_f は各飛翔体に共通の終端時間である。つまり、式 (16) は飛翔体が同時会合することを前提としている。

3.2 数値最適化の結果の集約 無次元の最適入力と、 $j_{\min,i}$ の関係は次式で与えられる。

$$j_{\min,i} = \int_0^1 \frac{t_{fi}}{V_i^2} \tilde{a}_i^2 d\tau \quad (17)$$

第 2 図 集約された数値最適化の結果

第 3 図 具体的な同時会合問題

式 (17) の右辺は、式 (14) から明らかなように、 σ_{i0} と $R_{i0}/V_i t_{fi}$ のみに依存する。式 (17) より以下が言える。すなわち、ある数値最適化の結果として評価値 $j_{\min,i}$ が得られたとすると、その無次元化量 $j_{\min,i} t_{fi} / V_i^2$ は、他の条件 (V_i や t_{fi}) での最適化結果と一致する。ただし、その場合には σ_{i0} と $R_{i0}/V_i t_{fi}$ が一致していなければならない。さらに言えば、適当な V_i と t_{fi} について、 σ_{i0} と $R_{i0}/V_i t_{fi}$ を変化させながらひと通りの数値最適化を行えば、その結果は第 2 図に示すように二次元のグラフとして得られ、これは他のすべての条件 (V_i や t_{fi}) における最適解として利用できる。なお第 2 図はすべての飛翔体に共通なので、添え字 i を省略している。

第 2 図を用いて、式 (16) で定義される最適な同時会合時間を決めることができる。次節では、具体例によってその方法を説明する。

3.3 具体例 $i = 1, 2$ の飛翔体が同時会合を行うとする。それぞれの飛翔体の初期位置や速度等は第 3 図に示す通りである。

それぞれの飛翔体の速度 V_i 、初期の目標までの距離 R_{i0} 、初期方位角誤差 σ_{i0} を用いて、第 2 図を有次元化する。この例では初期方位角誤差 σ_{10} が負の値であるが、この時の最適軌道は、方位角誤差が正の場合の最適軌道と目視線を挟んで対称な形状となり、入力で考えれば、正負が逆転するだけである。したがって評価値の値は変化せず、第 2 図の有次元化を考える際に、絶対値が同じ正の値を参照する

第 4 図 終端時間と評価値の関係

ことができる。有次元化の結果得られるのが第 4 図であり、終端時間と評価値（その終端時間における最適誘導結果）の関係を表している。

第 4 図から、飛翔体 1 にとっては $t_f = 41.1$ [s] が、飛翔体 2 にとっては $t_f = 52.6$ [s] が、最も入力量が少ない誘導を達成できる終端時間であることがわかる。同時会合のためには、飛翔体 1 にとってはその時間からの会合時間延長が、飛翔体 2 にとっては会合時間短縮が必要になることがわかる。

第 4 図において点線で表されているのが、最小評価値の和であり、式 (15) に対応している。定義 (式 (16)) より、 J が最小値をとる時の t_f を指定時間とするので、点線の極値を確認して、 $t_d = 52.4$ [s] が求まる。

以上の手順は同時会合に参加する飛翔体の数が増えても同じように適用できる。

本章での議論は、それぞれの飛翔体が最適に誘導されると仮定して、すなわち $j_{\min,i}$ を前提として進めた。次章では、指定時間 t_d が決められた時に、どのように最適な誘導を実現するかについて述べる。

4. 会合時間を指定可能な最適誘導

4.1 最適性の原理 本節では、最適性の原理を用いて、式 (14) を変形することで、状態量と最適入力を関連付ける。このことにより、数値最適化の結果を集約した図 (Field of Extremals) を用いれば、最適な入力フィードバック形式で得られることが示される。

まず、ある最適軌道 A を想定し、最適軌道 A に関連する量を添字で区別する。たとえば、最適軌道 A の初期の方位角誤差と目標までの距離は σ_{A0} , R_{A0} となる。なお、簡単のため、本節と次節では、飛翔体を区別する添え字 i を省略する。最適軌道 A の最適入力は式 (14) より次のように与えられる。

$$a_A(t) = \frac{V}{t_{fA}} f \left(\sigma_{A0}, \frac{R_{A0}}{V t_{fA}}, \frac{t}{t_{fA}} \right) \quad (18)$$

飛翔体がある時刻 t_A ($0 \leq t_A \leq t_{fA}$) に達した時、その時点での状態量を初期状態とする新たな最適制御問題を考

え、その解を最適軌道 B として新たに定義する。すなわち、 $\sigma_{B0} = \sigma_A(t_A)$, $R_{B0} = R_A(t_A)$, $t_{fB} = t_{fA} - t_A$ である。最適軌道 B の最適入力、最適軌道 A と同じく、式 (14) により与えられる。

$$a_B(t) = \frac{V}{t_{fA} - t_A} f\left(\sigma_A(t_A), \frac{R_A(t_A)}{V(t_{fA} - t_A)}, \frac{t}{t_{fA} - t_A}\right) \quad (19)$$

最適性の原理より、最適軌道 B は最適軌道 A の一部分であり、 $a_A(t)$ ($t_1 \leq t \leq t_{fA}$) と $a_B(t)$ ($0 \leq t \leq t_{fA} - t_A$) が一致するので、このうち時刻 t_A （最適軌道 B にとっては時刻 0）に注目すると、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} a_A(t_A) &= a_B(0) \\ &= \frac{V}{t_{fA} - t_A} f\left(\sigma_A(t_A), \frac{R_A(t_A)}{V(t_{fA} - t_A)}, \frac{0}{t_{fA} - t_A}\right) \end{aligned} \quad (20)$$

式 (20) は任意の t_A ($0 \leq t_A \leq t_{fA}$) 及び最適軌道について成り立つので、 t_A を t に読み替え、添え字を省略する。さらに式 (20) の右辺において常に 0 となる部分を省略すると、次式が成り立つ。

$$\frac{a(t)(t_f - t)}{V} = f\left(\sigma(t), \frac{R(t)}{V(t_f - t)}\right) \quad (21)$$

式 (21) は、会合までにかかる時間 $t_f - t$ と速度 V によって無次元化された最適入力が、同じ時刻の方位角誤差と、無次元化された目標までの距離によって決まることを示している。

4.2 数値最適化の結果の集約 (Field of Extremals)

式 (21) は、最適入力がフィードバックによって与えられることを示しているが、式 (14) の説明で述べたように、最適入力が陽に算出できるわけではない。最適フィードバック誘導を達成するためには、任意の状態量に対応する最適入力をあらかじめ計算しておく必要があり、そのような最適軌道の集まりを Field of Extremals という¹⁵⁾。本論文の場合、式 (21) から明らかなように、無次元の最適入力は二つの無次元パラメータに依存するので、このパラメータで張られた二次元空間上に等高線として表すことができる。最適軌道がなるべく均等にこの図上に配置されるように、適当な初期条件を設定して一連の数値最適化を行うと、Field of Extremals が第 5 図のように得られる。

第 5 図において、実線は無次元パラメータで張られた空間上の最適軌道を表し、飛翔体はこの軌道上を矢印の方向へ移動する。最適軌道の終端は必ず $R/V(t_f - t) = 1$, $\sigma = 0$ [deg] なる点に収束するが、初期状態は任意の点を取り得る。等高線は無次元化された最適入力を表す。誘導中の飛翔体はその速度 V や指定時間 t_f 、目標までの距離 R がいかなる値であっても、無次元化によって必ず第 5 図上の一点に位置づけることができる。その場所に対応する無次元最適入力（等高線）を読み取り、今度は逆にその値を有次元化することで、その時実際に入力すべき最適値が求まる。

4.3 具体例 3.2 節と同じ問題設定で誘導シミュレーションを行う。比較のため、線形モデルを用いて開発された時間

第 5 図 集約された最適解 (Field of Extremals)
等高線は無次元最適入力 $a(t_f - t)/V$ 。

第 1 表 シミュレーション結果

誘導則	$j_1 + j_2$ [m ² /s ³]
提案手法	11162
ITCG	25693

第 6 図 シミュレーション結果 (軌道)

指定誘導則である、Impact-Time-Control Guidance Law (ITCG)¹⁾ による誘導結果も合わせて示す。指定時間は 3.2 節ですでに求めたように、 $t_d = 52.4$ [s] であり、ITCG でも同じ指定時間を使用した。

シミュレーションの結果 (評価値) は第 1 表のようになった。飛翔体の軌道を第 6 図に示し、それぞれの飛翔体の入力の時間履歴を第 7 図及び第 8 図に示す。第 9 図では、提案手法によって誘導された飛翔体の軌道が、Field of Extremals 上でどのように推移するかを示す。

提案手法、ITCG とともに、有意なミスディスタンス及び会合時間誤差はなかった。第 1 表より、提案手法は ITCG に比べて少ない制御努力量で目標を達成していることがわかる。第 8 図において、ITCG の入力に認められる不連続は、発散を防ぐために通常の比例航法に切り替わった時に生じている。第 6 図、第 7 図から明らかなように、提案手法と、ITCG で特に大きな差が出ているのが飛翔体 1 の誘導結果である。本論文の飛翔体モデルは一定速度を仮定している

第7図 飛翔体1の入力

第8図 飛翔体2の入力

第9図 Field of Extremals 上の誘導結果

ので、仮に飛翔体1及び2が直線的に目標に向かったとすると、その到達時間は初期条件から直ちに求まり、それぞれ40秒と52秒である。指定時間は52.4秒なので、飛翔体1に、より大きな時間調整が必要となることがわかる。線形モデルに基づいたITCGによる誘導では、誘導初期の大きな入力によって時間調整を行い、評価値を悪化させていることがわかる。それに比べて提案手法による誘導では、より緩やかな誘導を達成できている。このことは実用上、横加速度入力に起因する誘導抵抗を少なくすることに貢献し、終端速度の増加や射程距離の延長等、飛翔体にとって有利な結果をもたらす。また、提案手法で求まる最適軌道は曲率の二乗和が最小となる軌道なので、一般の移動体にとっても追従が容易な軌道であり、誘導分野における様々な応用が考えられる。

5. 結 論

最適な同時会合を達成するための手法を提案した。本手

法は、最適な会合時間を指定する部分と、指定した時間で目標に会合できるように飛翔体を誘導する部分から成る。提案手法は飛翔体のモデルを線形化せずに用いているため、線形化したモデルから導かれた既存の誘導則よりも、効率的な誘導を達成することができる。その一方で、提案手法は数値最適化に依存しなければならないが、最適性の必要条件を検討することで、計算量を最小限に抑え、数値最適化を行うことの不利点を克服している。

今後の課題として、さらなる計算の簡略化に取り組む予定である。式(9)は最適入力の微分方程式であり、式中の未知数は定数である。このことは元問題を常微分方程式の初期値問題に変更できる可能性を示しており、これが達成されれば、数値最適化によらず、少ない計算量で最適誘導を達成できる。

参 考 文 献

- 1) Jeon, I. S., Lee, J. I. and Tahk, M. J.: Impact-Time-Control Guidance Law for Anti-Ship Missiles, IEEE Trans. Control Syst. Technol., **14** (2006), pp. 260–266.
- 2) Jeon, I. S., Lee, J. I. and Tahk, M. J.: Homing Guidance Law for Cooperative Attack of Multiple Missiles, J. Guid., **33** (2010), pp. 275–280.
- 3) Yuan, C. L.: Homing and Navigational Courses of Automatic Target-Seeking Devices, J. Appl. Phys., **19** (1948), pp. 1122–1128.
- 4) Nesline, F. W. and Zarchan, P.: A New Look at Classical vs Modern Homing Missile Guidance, J. Guid., **4** (1981), pp. 78–85.
- 5) Kim, M. and Grider, K. V.: Terminal Guidance for Impact Attitude Angle Constrained Flight Trajectories, IEEE Trans. Aerospace Electr. Syst., **9** (1973), pp. 852–859.
- 6) Rusnak, I. and Meir, L.: Modern Guidance Law for High-Order Autopilot, J. Guid., **14** (1991), pp. 1056–1058.
- 7) Lee, J. I., Jeon, I. S. and Tahk, M. J.: Guidance Law to Control Impact Time and Angle, IEEE Trans. Aerospace Electr. Syst., **43** (2007), pp. 301–309.
- 8) 有田俊作, 上野誠也: 終端時間の指定が可能な飛翔体誘導則, 第29回誘導制御シンポジウム資料, 2012, pp. 97–104.
- 9) Dubin, L. E.: On Curves of Minimal Length with a Constraint on Average Curvature, and with Prescribed Initial and Terminal Positions and Tangents, Am. J. Math., **79** (1957), pp. 497–516.
- 10) Soueres, P., Boissonnat, J. D. and Laumond, J. P.: Optimal Trajectories for Nonholonomic Mobile Robots, Robot Motion Planning and Control, Springer, London, 1998, pp. 93–170.
- 11) Moutarlier, P., Mirtich, B. and Canny, J.: Shortest Paths for a Car-Like Robot to Manifolds in Configuration Space, Int. J. Robotics Res., **15** (1996), pp. 36–60.
- 12) Anderson, E. P., Beard, R. W. and McLain, T. W.: Real-Time Dynamic Trajectory Smoothing for Unmanned Air Vehicles, IEEE Trans. Control Syst. Technol., **13** (2005), pp. 471–477.
- 13) McGee, T. G. and Hedrick, J. K.: Optimal Path Planning with a Kinematic Airplane Model, J. Guid., **30** (2007), pp. 629–633.
- 14) McNeely, R. L., Iyer, R. V. and Chandler, P. R.: Tour Planning for an Unmanned Air Vehicle under Wind Conditions, J. Guid., **30** (2007), pp. 1299–1306.
- 15) Bryson, A. E. and Ho, Y. C.: Applied Optimal Control, Taylor and Francis, New York, 1975, pp. 128–147.
- 16) 上野誠也: フィードバック誘導制御則による航空機の最短時間旋回, 日本航空宇宙学会誌, **45** (1997), pp. 29–35.