慣性力影響下での旋回噴流の挙動についての研究^{*1}

Study on the Behavior of Swirling Jets under the Influence of Inertial Forces

丸 山 祐 一^{*2}

Yuichi MARUYAMA

Key Words: V/STOL, Computational Fluid Dynamics, Jets, Swirling Flows, Coriolis Force

Abstract: In STOL, it is a critical factor to maintain lifting force stably at low speed. For this purpose, a jet from the engine flows along the wing surface to create a large uptrend centrifugal force which yields an additional uplift force on the wing. In this research, numerical calculation using the Large Eddy Simulation method is performed to find out about this special characteristic of a jet under the influence of inertial forces. It is observed that the secondary flow appears within the jet and its vicinity. The pressure gradient normal to the wing surface, which creates the lift force, is increased by the addition of the jet. It is also observed that the jet center moves relatively to the reference frame adopted in the simulation, and the direction of the movement slightly deviates from the centrifugal force if the jet is swirling. At the initial time, the mean flow is distributed axisymmetrically, and it is shown that the inhomogeneous distribution of Coriolis force, which is due to the swirl, causes most part of the jet center's spanwise movement. In the course of time, however, the influence of advection in the plane perpendicular to the jet magnifies the spanwise movement.

1. ま え が き

短距離離着陸航空機（STOL）においては、低速飛行時の揚力確保が重要な課題となっている。そのための一つの方策として、ジェットエンジンから出る噴流を翼の上面あるいは下面に沿って流し、大きな上向きの遠心力の発生によって高揚力を得るという方法が考えられている。

例えば、翼上面に沿って噴流を流す場合、翼面が上に凸の形に反っているため、コアンダ効果により噴流が下に曲げられ、このとき噴流中に発生する上向きの遠心力は、噴流が存在しない場合よりも大きな力となり、その結果、翼の上側を流れる流体はより強い力で翼面から引き離され、翼上面での圧力低下も大きくなるので、揚力の増大効果が見込める。この方式は Upper Surface Blowing (USB) と呼ばれているが、循環制御翼 (Circulation Control Wing: CCW) と呼ばれる方式^{1,2)} も、噴流を造り出す手段や吹き出し位置が USB とは異なっていることを除けば、同じ原理により揚力を増大させていると考えられる。一方、翼下面に沿って噴流を流す場合も、同様に噴流が翼面に沿って下に曲げられるため、上向きの遠心力が増加し、より強い力で翼下面に押しつけられるため、発生する揚力が増加する。なお、同じ原理による揚力増大効果は、翼の前縁側にエンジンの付いたプロペラ機においても生じていて、プロペラの影響のない場合よりも高揚力を発生していると考えら

れる。また、多くの船舶ではスクリューの後流が舵の両側を通過するように配置されていて、舵角を取った際にはスクリューにより加速された流れが舵によって曲げられ、スクリューの存在しない場合よりも大きな横力を発生するが、このときにも上述のケースと同様の効果が働いていると考えられる。

いずれの場合も、噴流あるいはプロペラやスクリューの後流は遠心力などの力を受けるため、二次流れを含む複雑な挙動を示す。従って、揚力増大効果にこれらの要因が様々な形で影響を及ぼす可能性がある。湾曲した壁面に沿う噴流については、多くの実験結果が報告されていて、凸面壁に沿う流れ^{3,4)}、凹面壁に沿う流れ^{5,6)}、あるいはその双方⁷⁾について、平均速度分布、壁面圧力分布、乱れ速度およびレイノルズ応力の分布、二次流れ、噴流の幅の広がりなどが詳しく調べられている。ただし、これらの実験はいずれも壁面に対して静止した流体中に噴流が噴出する場合を扱っていて、上述の例のように、噴流などの外側の領域でも壁面に相対的な流れが存在するケースに対応した研究の報告は見つからなかった。

また、一般にジェットエンジンから排出される流れは、タービンを通ってくるため、らせん状に旋回していると考えられ、遠心力、コリオリ力などの慣性力と旋回との相互作用が工学的に何らかの影響を及ぼす可能性もある。このような相互作用は、旋回がより強いプロペラやスクリューの後流においては、より顕著な形で現れるだろう。しかしながら調査した範囲内では、旋回している噴流が曲面壁に沿って流れるケースを扱った実験や数値シミュレーションについての報告は見つからなかった。

^{*1} © 2014 日本航空宇宙学会

平成 22 年 6 月 24 日、第 42 回流体力学講演会/航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2010 において発表。平成 24 年 4 月 22 日原稿受付

^{*2} 岡山理科大学

本研究においては、これらの効果や相互作用を詳しく調べるため、湾曲した翼面に沿って流れる噴流の数値解析を行った。解析手法としては、乱流解析用のラージ・エディ・シミュレーション法 (LES 法) を用い、流れ場をコンピュータで扱うための離散化には擬スペクトル法を用いた。

2. 計算手法

数値解析に用いたモデルとして、第1図 (a), (b) に示したように翼面は上に凸の円弧形とし、噴流を含む流れもその形に沿うものとした。本研究においては、流れ場の一部を図のように直方体の形に切り取った部分のみを計算領域とし、この領域は、初期時刻における噴流中心の流速と噴流の外側の流速とを平均した速さで翼面に沿って移動して行くものとした。従って、計算結果としてより遅い時刻での現象として現れるものは、翼面に沿ったより下流の位置での現象を表すことになる。また、計算領域内に設定した x 軸 (初期条件における噴流の方向) と y 軸 (スパン方向) は常に翼面に接する方向に、 z 軸は常に翼面に垂直に保たれ、座標原点は翼面に沿って移動するものとする。従って、座標基準系は非慣性系となり、この系で立てた運動方程式には見かけの力、すなわち慣性力の項が加わることになる。本ケースでは、座標基準系は翼面の曲率中心のまわりに一定角速度で回転しているの、慣性力としては遠心力とコリオリ力が現れる。

境界条件は以下のように設定した。翼の上側を噴流が流れる方式をシミュレートする場合は下側の境界面を、翼の下側を流れる方式の場合は上側の境界面をそれぞれ翼面とした上で、それらの境界面には非透過境界条件を、それ以外の境界面には周期境界条件を課した。非透過境界条件設定のため、該当する境界面の外側に仮想的な空間を設け、実空間と仮想的な空間内での速度分布が互いに鏡像の関係を保つように仮想空間内での初期速度分布と慣性力の分布を工夫し、さらに両空間を合わせた領域で連続の式を成り立たせた。乱れの存在する境界面に周期境界条件を用いることで、流れ場の中に人為的に設定した境界面上で計算技術上の原因で乱れが抑えられることを防いでいる。もちろん、周期条件自体は実際の流れ場に課されているものではないが、計算領域の幅を乱れの運動エネルギーの大部分を含むフーリエ成分の波長より十分大きく取ることで、この人為的な条件による実質的な誤差を少なくすることができると考えられている。

計算領域の実空間内での初期速度分布は、次の形に設定する。

$$\begin{aligned} u &= u_m + u_f \\ v &= v_m + v_f \\ w &= w_m + w_f \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{u}_m = (u_m, v_m, w_m)$ は平均流速、 $\mathbf{u}_f = (u_f, v_f, w_f)$ は平滑化された乱れ速度を表す。平均流速の分布は、次のように設定する (第2図を参照)。

$$u_m = -0.5\Delta u_0 \cdot \text{erf}(Q)$$

(a) 翼の上を噴流が流れる場合

(b) 翼の下を噴流が流れる場合

第1図 翼面と噴流と計算領域の模式図

第2図 初期時刻の平均流速分布 (旋回なしの場合)

$$\begin{aligned} v_m &= -0.5S_r z \{1.0 - \text{erf}(Q)\} \\ w_m &= 0.5S_r y \{1.0 - \text{erf}(Q)\} \\ Q &= (r - d_0/2) / \{\theta_0(2\pi)^{1/2}\} \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 Δu_0 は噴流中心と噴流の外側との流速差、 r は噴流の中心軸からの距離、 d_0 は初期分布における噴流直径、 θ_0 は初期分布における噴流を囲む剪断層の運動量厚さ、 S_r は旋回率である。初期分布における噴流中心軸は、翼の上側を噴流が流れる場合も下側を流れる場合も、翼面に相当する境界面から d_0 の距離に設定した。また、乱れ速度の場 $\mathbf{u}_f$ は、文献8)において一様等方乱流の速度場を生成したのと同じ方法でベクトル場 Ψ を生成し、 $\Psi \exp(-Q^2)$ をベクトルポテンシャルとして、その回転を取ることで、剪断層付近に限定され、なおかつ連続の式を満たすような速度分布を生成した⁹⁾。

基礎方程式として、連続の式と、慣性力項 (コリオリ力と z 方向の遠心力) を加えたナビエ・ストークス方程式 (NS 式) のそれぞれの両辺を、下で述べる方法で平滑化したものを用いた。ただし、後者の式においては、下で述べる残余応力項に比べて粘性項が無視できるので、粘性の影響自体は陰的に重要な役割を果たしているものの、見かけ上はオイラー方程式を平滑化したものと同じ形となっている。これらの基礎方程式の空間偏微分係数の離散化には、擬ス

ペクトル法¹⁰⁾を用いた。この手法では、波長が格子点間隔の2倍を上回るフーリエ成分に関しては、偏微分係数として厳密な値を算出しているため、一般的には他の離散化法(差分法など)よりも離散化誤差が小さくなると考えられる。さらに、非線形項の計算時に一旦物理空間に戻して処理するので、波数空間内ですべての計算処理を行うスペクトル法と比較して、フーリエ変換・逆変換の回数は増加するものの、プログラムの複雑化が避けられる。その一方で、この手法を用いた場合には、エイリアジング誤差の顕在化という問題が起こる。エイリアジング誤差とは、非線形な運動方程式を離散化して解いた場合に、非線形項の働きで絶対値の大きな波数に移動したはずの運動エネルギーが、あたかも波数の小さい所に戻ってきたかのような現象を起こして生じる誤差であり、場合によっては計算を不安定化させることもある。本研究においては、パディング法¹¹⁾を用いてエイリアジング誤差の除去を行った。

基礎方程式の各項あるいは各物理量の平滑化は、次式で表される体積積分により行った。

$$\bar{f}(\mathbf{x}) = \int f(\mathbf{x}') G(\mathbf{x} - \mathbf{x}') d\mathbf{x}' \quad (3)$$

ここで、 f は基礎方程式の各項あるいは各物理量であり、 $\bar{f}$ はそれらを平滑化したものである。ただし、数値解析で直接取り扱うのは平滑化した量のみであるので、本報告では(3)式を除いて記号(-)を省略して表示している。(3)式右辺に表れるフィルター関数 G には次式で表されるガウシアンフィルターを用いた。

$$G(\mathbf{x} - \mathbf{x}') = \{(6/\pi)^{1/2}/\Delta_A\}^3 \exp\{-6(\mathbf{x} - \mathbf{x}')^2/\Delta_A^2\} \quad (4)$$

ここで、 Δ_A はフィルターの代表長であり、本研究では格子間隔の3倍に設定した。指数関数の前の係数は、「一様なスカラー場を平滑化すれば、同じスカラー場となる」という条件から決まる。平滑化によって取り除かれた乱れ、即ち格子下レベル(Sub Grid Scale, SGS)の乱れの影響(残余応力, Residual Stress)は渦粘性モデルを用いて表される。本研究においては、スマゴリンスキーモデルと渦度モデルの双方を用いて計算を行ったが、両者による計算結果の差異は小さいことが確認されたので、本報告では後者のモデルによる計算結果のみを示し、代表的な結果について、モデルによる差異の大きさあるいは割合を示した。両モデルにおいて、渦粘性係数 ν_T に表れる定数は実験結果との比較により定められる。本研究においては、作成したプログラムを用いて一様等方乱流のテスト計算を行い、エネルギー散逸率が実験結果¹²⁾と一致するような値(スマゴリンスキー定数 $C_s = 0.18$, 渦度モデル定数 $C_v = 0.20$)に設定した。同時に、この値を用いた場合に、エネルギースペクトルの時間変化も実験結果をほぼ再現していることを確認した。

各時刻での圧力場は、平滑化されたNS式の発散を取ることで得られるポアソン方程式を解いて求めた。ポ

アッソン方程式の右辺を算出する際に、平滑化された連続の式を陰的に用いる。なお、LES法においては、通常の実験による圧力と、残余応力テンソルの三つの対角成分の平均値に負号を付けたものとを一体として扱っていて、数値計算においては、両者は原理的に識別できない。習慣に従って、本報告でも両者を合わせたものを「圧力」と呼ぶ。

速度場の時間変化は、平滑化されたNS式における時間微分演算をアダムス・バッシュフォース法により差分化して算出した。計算過程で必要となるフーリエ変換と逆変換には高速フーリエ変換を用いた。

計算に用いた物理量は、長さは初期時刻における噴流直径 d_0 、速度は同じ時刻での噴流中心と噴流の外側との流速差 Δu_0 を基準値として無次元化した。また、流体密度 ρ_0 (一定値) は ρ_0 自身を基準値として無次元化し、時刻、圧力、旋回率の無次元化は、それぞれ $d_0/\Delta u_0$, $\rho_0 \Delta u_0^2$, $\Delta u_0/d_0$ を基準値とした。計算領域内に設定した格子の数は $64 \times 64 \times 64$ (実空間内の数)、格子間隔は $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.0625$ 、時間ステップ幅 $\Delta t = 0.03125$ とした。 x, y および z 方向の計算領域幅は、初期時刻での噴流直径の4倍となる。また、初期時刻での剪断層中央部の乱れ速度 u_f の大きさのrms値は0.03に設定し、計算は倍精度で行った。

3. 計算結果

3.1 流れ場の概観 計算結果を可視化した一例として、翼面の上側を噴流が流れるケースにおける、 x 軸に垂直な一断面内での渦度の x 成分の分布を第3図に示す。図示した計算例において、翼面の曲率半径 $R = 40.0$ 、初期速度分布における旋回率 $S_r = 0.00$ 、噴流内外の(翼面に相対的な)流速の比率 $V_r = 2.00$ であり、図における時刻 $t = 3.0$ である。ここで、 V_r は噴流の外側の流速 U_a (Δu_0 により無次元化した値)を用いて、

$$V_r = (U_a + 1)/U_a \quad (5)$$

と表される。図において、噴流の向き(x 軸)は紙面に垂直で、遠心力の方向(z 軸)は紙面内で上向きであり、図の下端が翼面に相当している。赤色で表示した所は、正の渦度(紙面内で時計回り)、青色は負の渦度(反時計回り)を持つ領域を表す。図から明らかなように、噴流付近で二次流れが発生している。これは、噴流内外での流速差による慣性力の不均一により生ずると考えられている。

次に、同じく翼面の上側を噴流が流れているケースにおいて、噴流内部の流体が旋回している場合の渦度分布の時間変化を第4図(a)~(d)に示す($R = 40.0$, $S_r = 1.00$, $V_r = 2.00$, $t = 0.00 \sim 9.00$)。初期時刻では、(2)式で設定したように噴流内部で剛体回転し、噴流外では回転していないので、噴流内で時計回りの一様な渦度、噴流外で渦度がゼロで、その境目の剪断層の所に逆向きの渦度が表れている。時間が経つにつれ、渦度の分布がなだらかになり、時刻 $t = 3.00$ あたりから青色(負の渦度)の領域と赤色(正の渦度)の領域とが分離し始める。これは二次流れの影響が強くなってきたことによると推測される。両領域は旋回

第3図 渦度の x 成分の yz 面内での分布 (旋回なし) 第4図 渦度の x 成分の yz 面内での分布 (旋回あり)

と同じ向きに回転しながら、遠心力の方向にも少しずつ移動している。

3.2 圧力勾配の増加 揚力は基本的には z 方向 (翼面に垂直な方向) の圧力勾配 $\partial P / \partial z$ が存在することにより発生する。即ち、実際の流れ場においては、翼の上側と下側の無限遠で同一の圧力 (大気圧) となるため、 z 方向の圧力勾配が存在すれば翼の上下面で圧力差が生じ、それに対応する揚力を翼は受ける。本研究においては、流れ場の一部分を切り取って計算しているので、無限遠での境界条件を課することはできないが、揚力発生メカニズム (流線曲率の定理) が「 $\partial P / \partial z$ の発生」という形で表れていることには違いがない。従って、噴流の存在による揚力増大効

第5図 流速の x 成分の yz 面内での分布 (翼の上を噴流が流れる場合) 第6図 流速の x 成分の yz 面内での分布 (翼の下を噴流が流れる場合)

果を予測するには、 $\partial P / \partial z$ の増加量が一つの指標となりうる。比較対象となる「噴流のない場合の圧力勾配」は、遠心力との釣り合いから理論的に求めることができ、

$$\partial P / \partial z = (R + z)\omega^2 / U_a^2 = (R + z) / R^2 \quad (6)$$

第1表 圧力勾配の比較

						噴流：翼の上側			噴流：翼の下側		
						圧力勾配 (噴流あり)	圧力勾配 (噴流なし)	増加率 (%)	圧力勾配 (噴流あり)	圧力勾配 (噴流なし)	増加率 (%)
R	40	V_r	2.0	S_r	1.0	$ Z_{c0} $	1.0	0.0289	0.0263	0.0238	11.1
R	20	V_r	2.0	S_r	1.0	$ Z_{c0} $	1.0	0.0603	0.0550	0.0450	11.7
R	60	V_r	2.0	S_r	1.0	$ Z_{c0} $	1.0	0.0190	0.0172	0.0161	10.9
R	40	V_r	1.5	S_r	1.0	$ Z_{c0} $	1.0	0.0276	0.0263	0.0238	5.74
R	40	V_r	3.0	S_r	1.0	$ Z_{c0} $	1.0	0.0314	0.0263	0.0238	21.8
R	40	V_r	2.0	S_r	0.0	$ Z_{c0} $	1.0	0.0289	0.0263	0.0238	11.1
R	40	V_r	2.0	S_r	0.5	$ Z_{c0} $	1.0	0.0289	0.0263	0.0238	11.1
R	40	V_r	2.0	S_r	1.5	$ Z_{c0} $	1.0	0.0289	0.0263	0.0238	11.1
R	40	V_r	2.0	S_r	1.0	$ Z_{c0} $	0.5	0.0290	0.0263	0.0238	10.0
R	40	V_r	2.0	S_r	1.0	$ Z_{c0} $	1.5	0.0289	0.0263	0.0238	11.1

R ：曲率半径， V_r ：流速比， S_r ：旋回率， $|Z_{c0}|$ ：噴流中心の翼面からの距離。

と表される。ここで、 U_a は翼面に接する位置での（翼面に相対的な）流速の大きさ、 R は翼面の曲率半径、 z は翼面に垂直方向の座標（翼面上で $z = 0$ ）であり、圧力は $\rho_0 U_a^2$ を基準として無次元化した。また、流体は翼面の曲率中心まわりに角速度 $\omega (= U_a/R)$ で剛体回転しているものとした。例えば $R = 40.0$ の場合、翼の上側（凸面側）の $0.0 < z < 4.0$ の領域における平均の圧力勾配は、 $z = 2.0$ を (6) 式に代入して $\partial P/\partial z = 2.625 \times 10^{-2}$ となる。一方、同じ R の値に対する噴流のない場合のシミュレーション計算を流れとともに移動する座標基準系を用いて行くと、計算領域全体 ($0.0 < z < 4.0$) での平均値として $\partial P/\partial z = 2.635 \times 10^{-2}$ が得られ、理論値とのずれは 0.38% であった。また、同じ曲率半径の翼面の下側（凹面側）を流れる場合には、 $-4.0 < z < 0.0$ における理論値 $\partial P/\partial z = 2.375 \times 10^{-2}$ （平均値）に対し、噴流のない場合のシミュレーション結果からは $\partial P/\partial z = 2.384 \times 10^{-2}$ （平均値）が得られ、そのずれは同じく 0.38% であった。

次に、噴流のある場合について、翼面の曲率半径、噴流内外の流速比、旋回率、噴流中心の翼面からの距離を様々な設定してシミュレーション計算を行い、圧力勾配（計算領域全体での平均値）を算出した。ただし、本節での計算に限り、噴流のない場合の計算と同じ座標基準系（噴流外部の流れに乗って移動）を用い、圧力は $\rho_0 U_a^2$ を基準として無次元化した。ここで、 U_a は噴流外部の流速の大きさ（翼面に対する相対速度）である。得られた圧力勾配の値と、それぞれのケースと同じ曲率半径の翼面に沿う「噴流を含まない流れ」の圧力勾配の理論値、および後者に対する前者の増加率を第1表に示す。

第1表より、噴流がある場合の圧力勾配は、曲率半径と流速比により決まり、旋回率と噴流中心の翼面からの距離にはほとんど関係しないことがわかる。一方、噴流のない場合に対する増加率は、噴流内外の流速比のみによりほぼ決まることが判明した。また、第1表に示したすべてのケースについて、渦粘性係数の算出式にスマゴリンスキーモデルを用いて同じシミュレーション計算を行ったところ、圧力勾配とその増加率ともに、表示した有効数字の範囲内では違いが表れなかった。なお、シミュレーションにおいては、

（非慣性系に固定した）計算領域内で噴流はほぼ真っ直ぐに流れているため、この点において実際の流れと少し異なっている。即ち、噴流の曲りにより生ずる効果のうち、座標基準系の加速度運動に対応した慣性力の影響（基準系に相対的な流体速度の寄与分を含む）は算入されているが、基準系に相対的な流体加速度の寄与分が入っていない。そのため、圧力勾配の増加量が過小評価されている可能性がある。

3.3 噴流中心の移動 噴流に垂直な面内での流速の x 成分（ x 方向の平均値）の分布の時間変化を、第5図 (a)～(d) と第6図 (a)～(d) に画像表示する（曲率半径 $R = 40.0$ 、旋回率 $S_r = 1.00$ 、噴流内外の流速比 $V_r = 2.00$ ）。第5図では下側の境界、第6図では上側の境界が翼面に相当し、両図において、遠心力の方向、即ち z 軸は紙面内で上向きである。赤色で表示した所で速度が大きく、緑から青色の領域へと速度が低下していく。初期条件として、噴流内部に時計回りの旋回を設定している。時刻が経過するにつれ、噴流の輪郭がぼやけるとともに、噴流の位置も移動していく。基本的には遠心力の方向への移動が主であるが、さらに右方向（ $-y$ 方向、即ちスパン方向）にも多少とも移動していることがこれらの画像から読み取れる。他のケースも含めて、噴流中心が時間とともにどのように移動するかを算出した結果を第7図 (a), (b) に示す。ここで、噴流中心の座標 y_c, z_c は次式により定義した。

$$\begin{aligned} y_c &= \frac{\sum_{\text{tot}} u_i^+ y_i}{\sum_{\text{tot}} u_i^+} \\ z_c &= \frac{\sum_{\text{tot}} u_i^+ z_i}{\sum_{\text{tot}} u_i^+} \end{aligned} \quad (7)$$

上式において、 u^+ ($= u + 0.5$) は噴流外部の流れに対する相対速度の x 成分、添字 i は、計算領域の実空間内の各格子点の通し番号、 y_i および z_i は、それぞれ i 番目の格子点の y 座標と z 座標、 $\sum_{\text{tot}}$ は計算領域の実空間内の全格子点での合計を表す。(7) 式による噴流中心座標の定義は、「計算領域の実空間内の各格子点位置に、そこでの u^+ の値に比例する重みを置いた場合の重心座標」とも解釈できる。

図において、どのケースでも共通して z 方向への移動

(a) 翼の上を噴流が流れる場合

(b) 翼の下を噴流が流れる場合

第7図 噴流中心座標の時間変化

が見られる。ただし、その移動量は、翼が存在せずに慣性の法則により直進した場合の値（翼の上側を噴流が流れる場合 $t = 5$ で 0.696, $t = 10$ で 2.91 の z 方向移動、下側を流れる場合 $t = 5$ で 0.732, $t = 10$ で 3.07 の z 方向移動）よりもずっと小さく、慣性系から見れば翼面の反りと同方向に噴流の軌道がシフトしていると言える。一方、 y 方向（スパン方向）への移動は旋回の向きによって移動方向も逆転し、旋回のない場合は、 y 方向にはほとんど移動していない。このことから、スパン方向への移動と旋回とが密接に関係していることが明らかである。なお、スマゴリンスキーモデルを用いて同じ計算を行った場合にも第7図 (a), (b) と定量的にほとんど同じ結果が得られていて、初期時刻から計算終了時刻までの y_c の移動量のモデルによる差異は、最も大きい場合で 1.5%, 最も小さい場合で 0.23% (y 方向にほとんど移動しない旋回率 0 の場合を除く) であった。また、同様の比較において、 z_c の移動量のモデルによる差異は最も大きい場合で 2.5%, 最も小さい場合で 0.21% であった。

計算に用いた座標系において、噴流中心の移動方向が (+ y あるいは - y 方向に) 曲がる向きと旋回の向きとの関係は、偶然かもしれないが、マグヌス効果によってボールなどの軌道が曲がる向きと一致している。もしそのような効果による現象であるなら、噴流を形成する流体がまわりの流体

から受ける力¹³⁾がその原因となっているはずである。従って、そのことを確認するため、噴流がまわりの流体から受ける圧力の各成分をシミュレーション結果から算出した。具体的には、各時刻における噴流中心軸のまわりに同軸円柱状の検査面を多数設置し、それらの面に外から加わる圧力の面積分値の y 成分と z 成分を、各検査面に近接する格子点での圧力値から近似的に算出した。得られた結果から、圧力の面積分値の y 成分の絶対値は、噴流中心からの距離によらずほとんどゼロ (z 成分よりはるかに小さい値) となっており、噴流の外部の流体から y 方向への力は事実上作用していないことが判明した。従って、噴流中心が遠心力と異なる方向に移動する原因は、外部の流体から受ける圧力によるものではないと推測できる。

噴流中心のスパン方向への移動の原因として別の可能性を探るため、流体に働くコリオリ力に着目した。まず、噴流中心の y 座標の定義式 (7) 式から、 dy_c/dt の算出式を以下のように導出した。 y_c の定義式において、分母の $\sum_{\text{tot}} u_i^+ =$ 一定となることがシミュレーション結果から確認されていて、この一定値を U_T と置くと、

$$\begin{aligned} \frac{dy_c}{dt} &= \frac{d}{dt} \left\{ \frac{\sum_{\text{tot}} u_i^+ y_i}{U_T} \right\} \\ &= \frac{1}{U_T} \sum_{\text{tot}} \frac{\partial u_i^+}{\partial t} y_i \\ &= \frac{1}{U_T} \sum_{\text{tot}} \frac{\partial u_i}{\partial t} y_i \end{aligned} \quad (8)$$

となる。ここで、右辺の微分係数はそれぞれの格子点での u_i の時間変化率であるので、偏微分記号を用いて表した。運動方程式より

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} &= \frac{Du_i}{Dt} - u_i \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i - v_i \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_i - w_i \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_i \\ &= \frac{1}{\rho} (\mathbf{F}_i)_x - u_i \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i - v_i \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_i - w_i \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_i \end{aligned}$$

であるので、(8) 式より

$$\begin{aligned} \frac{dy_c}{dt} &= \frac{1}{U_T} \sum_{\text{tot}} \left\{ \frac{1}{\rho} (\mathbf{F}_i)_x - u_i \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i \right. \\ &\quad \left. - v_i \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_i - w_i \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_i \right\} y_i \end{aligned} \quad (9)$$

となる。ここで、 $(\mathbf{F}_i)_x$ は i 番目の格子点において、単位体積の流体に加わる力の x 成分である。

(9) 式右辺に表れる $(\mathbf{F}_i)_x$ のうちコリオリ力の寄与分 $(\mathbf{F}_{\text{CR}i})_x$ のみを算入した場合の左辺の値を $(dy_c/dt)_{\text{calc}}$ と表すと、

$$\mathbf{F}_{\text{CR}i} = -2\rho\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}_i$$

であるので、

$$\left(\frac{dy_c}{dt} \right)_{\text{calc}} = -\frac{2}{U_T} \sum_{\text{tot}} \Omega w_i y_i - \frac{1}{U_T} \sum_{\text{tot}} y_i u_i \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i$$

(a) 旋回率 1.0

(a) 旋回率 1.0

(b) 旋回率 -1.0

(b) 旋回率 -1.0

第8図 噴流中心 y 座標の時間変化率（翼の上を噴流が流れる場合）第9図 噴流中心 y 座標の時間変化率（翼の下を噴流が流れる場合）

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{U_T} \sum_{\text{tot}} y_i v_i \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_i \\
 & -\frac{1}{U_T} \sum_{\text{tot}} y_i w_i \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_i
 \end{aligned} \quad (10)$$

となる。ここで、 $\omega = (0, \Omega, 0)$ は、シミュレーションに用いた座標系の回転角速度ベクトルである。

噴流が旋回しているケース（曲率半径 $R = 40.0$ 、旋回率 $S_r = \pm 1.00$ 、噴流内外の流速比 $V_r = 2.00$ ）において、各時刻における流速分布から (10) 式を用いて算出した $(dy_c/dt)_{\text{calc}}$ の値と、シミュレーション結果における噴流中心の y 座標の時間変化率 $(dy_c/dt)_{\text{siml}}$ とを比較した結果を第8図 (a), (b)（翼の上側を噴流が流れるケース）と第9図 (a), (b)（翼の下側を流れるケース）に示す。図中に示した α は (10) 式右辺の第1項、即ちコリオリ力の寄与による部分、 β で示した部分は第3項、即ち y 方向への移流の寄与、 γ で示した部分は第4項の z 方向への移流の寄与を表す。ここで第2項は、 u に x 方向の周期境界条件が課されることにより、常に0となる。図から明らかなように、いずれのケースでもすべての時刻において $(dy_c/dt)_{\text{siml}}$ と $(dy_c/dt)_{\text{calc}}$ とはよく一致していて、流体に加わる力（(9) 式の右辺括弧内の第1項）としてコリオリ力のみを考慮した場合の y_c の移動量の理論値と、シミュレーション結果における実際の移動量とがほぼ一致することが判明した。さ

らに $(dy_c/dt)_{\text{calc}}$ を構成する各項の値の変化を見ると、初期時刻においては第1項（コリオリ力の寄与）が主要部分を占めているが、時間経過とともに、第3項（ y 方向への移流の寄与）の絶対値が単調に増加し、第4項（ z 方向への移流の寄与）の絶対値は一旦増加した後、減少しはじめる。この間、第1項の絶対値は徐々に減少していく。これらの傾向は、旋回率の正負や噴流が翼の上側か下側かによらず見られるが、翼の下側を噴流が流れるケースでは、さらに $t = 8$ を越えた所で y 方向への移流の寄与が急激に増加している。このとき、噴流は翼面にほぼ接する位置まで近づいている（第6図 (d) を参照）。なお、スマゴリンスキーモデルを用いて同じ計算を行った場合にも第8図 (a), (b)、第9図 (a), (b) と定量的にほとんど同じ結果が得られていて、例えば時刻 $t = 5$ における $(dy_c/dt)_{\text{siml}}$ の値のモデルによる差異は、最も大きい場合で 1.9%、最も小さい場合で 0.33% であった。また、同様の比較において、 $(dy_c/dt)_{\text{calc}}$ の値のモデルによる差異は最も大きい場合で 2.6%、最も小さい場合で 0.30% であった。

第1項のコリオリ力により噴流中心がスパン方向に移動するメカニズムは、以下のように説明できる。第10図において、噴流の方向（ x 軸）を紙面に垂直で表面から裏面に向かう向き、旋回の向きを時計回りとする。座標系の回転角速度ベクトル ω は図の左向き、即ち y 軸と同じ向きと

第 10 図 噴流と旋回の模式図

第 11 図 流速の x 成分の y 方向分布 (噴流中心を含み z 軸に垂直な面内)

なる。このとき、旋回運動により生ずるコリオリ力は、図の左半分では紙面に垂直で表面向き、即ち噴流を減速させる方向、図の右半分では紙面に垂直で裏面向き、即ち噴流を加速させる方向に働く。その結果、(7) 式で定義される噴流中心は右方向に移動する。

初期時刻においては、平均流速 u_m の分布は噴流中心まわりに軸対称に設定して (2) 式参照、その結果、乱れの影響を無視すれば、(10) 式右辺の第 3 項と第 4 項は 0 となることが示せる。このことは上述のように計算結果にも表れていて、このとき、噴流中心のスパン方向への移動は上記のメカニズムによりほぼ説明できる。しかし、時間経過とともに二次流れが発生し、噴流内外の速度分布が軸対称から大きくずれていくことがシミュレーション結果から確認されていて、第 3 項と第 4 項の影響が増加していくものと考えられる。具体的にどのような二次流れが発生しているのかは、現時点ではまだ詳細が明らかではなく、今後の課題として引き続き検討を行っていく。また、ここで解析を行ったすべてのケースにおいて、ごく初期の時刻を除いて、これら 2 項が常に噴流中心のスパン方向への移動量を拡大させるように働いていることの原因も不明であり、そのメカニズムの究明も今後の課題である。

なお、本研究で扱った状況と幾何学的にやや類似した曲がり管内流れの研究において、二次流れにより遠心力と逆向きに流体が移動している領域で管軸方向の流速が極大となる現象が知られていて、‘Annular phenomenon’ と呼ばれている¹⁴⁾ が、そのメカニズムが解明されたとの情報は得られていない。ここで、その現象自体は、本報告の (10) 式右辺第 1 項の効果についての上記の説明における第 10 図の右半分での現象と、少なくとも定性的には一致していることは注目すべき点と考えられる。第 11 図は、第 8 図 (a) と同じケース (曲率半径 $R = 40.0$, 旋回率 $S_r = 1.00$, 噴流内外の流速比 $V_r = 2.00$, 翼の上側を噴流が流れるケース) のシミュレーションで得られた速度分布から、各時刻における噴流中心位置を含み z 軸に垂直な平面近傍での流速の x 成分 u (x 方向に平均した値) の y 方向分布を算出して図示したものである。具体的には、噴流中心を挟む 2 枚の xy 格子面上でそれぞれ算出した値の平均値を表示した。図から明らかなように、 $t \simeq 6$ 以降において、Annular phenomenon と同様に、遠心力と逆向きに流体が移動している側 (図の右側) で流速分布のピークが現れている。なお、同図においては、左右の関係を第 10 図と一致させるため、横軸を ($-y$) として表示した。

4. 結 論

湾曲した翼面に沿って流れる噴流の数値解析をラージ・エディ・シミュレーション法を用いて行った。計算においては、翼面に沿って噴流と同じ方向に移動する非慣性系を座標基準系とした。得られた結果は以下の通りである。

1) 噴流が旋回していない場合、時間経過とともに噴流に垂直な断面内で二次流れが発生した。旋回している場合には、一定時間経過後に渦度の噴流に平行な成分が同断面内で正の領域と負の領域とに分離し、両領域が旋回と同じ向きに回転しながら、遠心力の方向にも少しずつ移動した。

2) 揚力の大きさの指標となる「翼面に垂直な方向の圧力勾配」が、噴流のない場合よりも増加した。圧力勾配の大きさは翼面の曲率半径と噴流内外の流速比により決まり、噴流の旋回率には関係しない。また、噴流のない場合に対する圧力勾配の増加率は、流速比のみによりほぼ決まることが判明した。

3) 噴流中心は、計算に用いた基準系に対して、時間経過とともに遠心力方向とスパン方向に同時に移動する。スパン方向への移動は、旋回の向きによって移動方向も逆転し、旋回のない場合にはほとんど移動しない。

4) 噴流がまわりの流体から受ける圧力の面積分値のスパン方向成分はほとんどゼロであり、噴流中心のスパン方向への移動は外部の流体から受ける圧力によるものではないと推測できる。

5) 計算領域内の流体に加わる力としてコリオリ力のみを考慮した場合における噴流中心のスパン方向への移動量の理論値は、シミュレーション結果における実際の移動量とほぼ一致する。

6) 平均流速の分布を噴流中心まわりに軸対称に設定した

初期時刻においては、噴流中心のスパン方向への移動の大部分は、旋回によるコリオリ力の分布の不均一により生じている。時間経過とともに流速分布の軸対称性が崩れ、噴流に垂直な断面内での移流の効果による移動量が増加していく。旋回の向きによらず、移流の効果は噴流中心のスパン方向への移動量を拡大させる方向に働く。

参 考 文 献

- 1) 保原 充, 桑原宏成, 坪井 淳: 2 ジェット式循環制御翼の揚力特性, 日本航空宇宙学会誌, **31** (1983), pp. 678-684.
- 2) 佐藤光太郎, 横田和彦: 循環制御翼周りの流れに関する研究, 総合研究所・都市減災研究センター研究報告書, 4.2-2, 2011.
- 3) 高橋 伸, 深沢政広: 三次元壁面噴流の実験的研究, 航空宇宙技術研究所資料, TM-376, 1978.
- 4) 飯田誠一, 松田 寿: 曲面に沿う円形乱流噴流に関する実験的研究, 日本機械学会論文集 B 編, **54** (1988), pp. 354-360.
- 5) 社河内俊彦, 青木利一, 上杉正和: 三次元円形凹壁面噴流に関する研究, 日本機械学会論文集 B 編, **59** (1993), pp. 2157-2164.
- 6) 檜原秀樹, 須藤浩三: 凹面に沿う三次元噴流, 日本機械学会論文集 B 編, **61** (1995), pp. 2053-2061.
- 7) 藤澤延行: 壁面噴流の乱流特性に関する研究, 東北大学博士論文, 1983.
- 8) Kwak, D., Reynolds, W. C. and Ferziger, J. H.: Three-Dimensional Time Dependent Computation of Turbulent Flow, Rep. TF-5, Mech. Engrg. Dpt. Stanford University, 1975.
- 9) Maruyama, Y.: Numerical Simulation of Plane Turbulent Shear Layer, Trans. Jpn. Soc. Aeronaut. Space Sci., **31** (1988), pp. 79-93.
- 10) Mansour, N. N., Ferziger, J. H. and Reynolds, W. C.: Large Eddy Simulation of a Turbulent Mixing Layer, Rep. TF-11, Mech. Engrg. Dpt. Stanford University, 1978.
- 11) 大宮司久明, 三宅 裕, 吉澤 徹: 乱流の数値流体力学—モデルと計算法, 東京大学出版会, 東京, p. 201.
- 12) Comte-Bellot, G. and Corrsin, S.: Simple Eulerian Time Correlation of Full- and Narrow-Band Velocity Signals in Grid-Generated 'Isotropic' Turbulence, J. Fluid Mech., **48** (1971), pp. 273-337.
- 13) 丸山祐一: マグナス効果の物理的メカニズムについて, 日本航空宇宙学会論文集, **57** (2009), pp. 309-316.
- 14) Takami, T., Sudou, K. and Sumida, M.: Pulsating Flow in Curved Pipes (1st Report, Numerical and Approximate Analyses), Bull. JSME, **27** (1984), pp. 2706-2713.