技 術 論 文

1 本の熱線によるレイノルズ応力の測定*

Leslie S. G. KOVASZNAY**・藤 田 肇***

Reynolds Stress Measurement by Single Rotatable Hot-Wire

Leslie S. G. KOVASZNAY and Hajime FUJITA

Abstract

A practical method of measuring REYNOLD's stress uv , by a hot wire anemometer with single hot wire fixed on a rotatable support and operated by constant constant temperature method, is presented with experimental results. Emphasis is placed on simplicity in measuring processes and accuracy in quantitative results. For the purpose of ascertaining quantitative accuracy of this method, an experiment was made in a fully developed turbulent flow in a 8.3 cm diameter pipe at speeds of 10, 20 and 30 m/s. Values of Reynolds stress measured by the hot-wire were compared with the values calculated from the preassure drop along pipe axis and the mean velocity distribution across the diameter. Preliminary experiments, to arrange a formula of effective velocity,—effective heat loss on hot wire inclined to flow direction, were made in a wind tunnel flow at speeds of 3~12 m/s with two different diameter hot wires;—thinner one was used for turbulence measurements.

ま え が き

熱線風速計で、主流に直角な方向の乱れ v' , あるいは主流方向の乱れとの相関 $\overline{uv}$ を測定する場合、2本の熱線を X または V 型に組み合わせる方法と、1本の熱線を回転させる方法とがある。瞬間値あるいは波形を得るには第1の方法によらねばならぬが、全く同一の2本の熱線を製作することは非常に困難なので、校正実験に時間を費やし、測定精度も良くない。したがって、時間平均値を得るには第2の方法が優れている。ここでは第2の方法による $\overline{uv}$ の測定法を調べた。まず乱れを測定する予備段階として、熱線が主流に対して傾いたときに感ずる有効速度が角度に対してどのような関数になるかを、直径 10μ 長さ 5 mm

のタングステン線について実験した。さらに乱れの測定と同じ直径 2.5μ , 長さ 1.2 mm タングステン線でも同様な実験をし、有効速度の関数形が前者と同様であることを確かめた。乱れの測定は熱線を定温型熱線増巾器に組み合わせてリニアライザー* を用いて風速と出力電圧の関係を線形化し、直流、交流各出力成分を2台の XY レコーダー (X 軸は熱線の回転角) に同時に記録することにより行なった。なお、熱線の操作はすべて定温度で行なった。測定精度を確かめるため、十分に発達した円管乱流のレイノルズ応力を測定し、円管軸に沿った圧力降下と、半径方向の平均速度分布から求められ値と比較し良好な結果を得た。

この研究を行なうに当たり、種々の仰助言御援助をいただきました菰田広之、小松安雄両氏に感謝の意を表します。

記 号

- A, B : 熱線の熱損失に関する定数
- D : 円管直径
- E, E_{eff} : $\bar{U}, U_{\text{eff}}$ に反応するリニアライザーの出力電圧
- I : 熱線を流れる電流
- I_* : $U=0$ のときの I
- R : レイノルズ数. $R=U_m \cdot D/\nu$
- R_0, R_w : 温度 T_0, T_w のときの熱線の電気抵抗
- T : 時定数
- T_0 : 気流温度
- T_w : 使用時の熱線温度
- $U, \bar{U}$: 主流方向の風速. — は時間平均を意味する
- $U_{\text{eff}}(d), \overline{U_{\text{eff}}}(\alpha)$: 熱線が主流に対して傾いたとき感ずる有効速度
- ΔU_{eff} : $\Delta U_{\text{eff}} = U_{\text{eff}} - \bar{U}_{\text{eff}}$
- $\bar{U}_m$: 円管流の平均風速

* 昭和41年10月12日 第11回応用数学力学講演会にて講演

昭和42年3月29日原稿受理

** The Johns Hopkins University

*** 日本大学大学院理工学研究科

* 熱線増巾器、リニアライザーの製作、操作は菰田広之氏(日本大学理工学部)の助言を得た。

a, ε, n : $f(\alpha)$ に関する定数

a_w' : 加熱比, $a_w' = (R_w - R_0)/R_0$

e : $e(\alpha) = E_{\text{eff}}(\alpha) - \overline{E_{\text{eff}}(\alpha)}$

$f(\alpha)$: $f(\alpha) = \overline{U_{\text{eff}}(\alpha)}/\overline{U}$

$g(\alpha)$: $g(\alpha) = df(\alpha)/d\alpha$

k : α についての番号

l : 円管流における流れに沿う長さ

Δp : 円管流における区間 l の間の圧力降下

r : 円管断面における中心からの距離

u, u' : 主流方向の乱れ速度, $u' = \sqrt{u^2}$

v, v' : 主流に直角な方向の乱れ速度, $v' = \sqrt{v^2}$

y : 円管壁から中心に向かって測った距離

α : 熱線の垂線と主流方向とのなす角

β : v の存在により曲げられる U の角度

λ : 円管の摩擦係数, $\lambda = (\Delta p/l) \times \{(1/2)\rho \overline{U_m^2}\}^{-1}$

ρ : 空気密度

μ : 粘性係数

ν : 動粘性係数

τ : 流れの剪断応力

τ_0 : 円管壁における τ .

1. 理論

熱線に対する垂線と、平均速度とのなす角が α のとき熱線が感ずる有効速度は α の関数で

$$\overline{U_{\text{eff}}}(\alpha) = \overline{U} \cdot f(\alpha) \quad (1)$$

の如く書ける。平均速度に瞬間的変動量を加えると、瞬間的有效速度は (第1図)

第1図

$$U_{\text{eff}}(\alpha) = U \cdot f(\alpha - \beta) \quad (2)$$

ここで u, v は U に比べて十分小さいものとする

$$U = \sqrt{(\overline{U} + u)^2 + v^2} \div \overline{U} + u$$

$$\beta \div \frac{v}{U}$$

$$f(\alpha - \beta) \div f(\alpha) - \beta \cdot g(\alpha)$$

ただし $g(\alpha) = df(\alpha)/d\alpha$

とできる。これらを (2) 式に代入して2次の微小量を無視すれば

$$\begin{aligned} \Delta U_{\text{eff}} &= U_{\text{eff}} - \overline{U_{\text{eff}}} \\ &= u \cdot f(\alpha) - v \cdot g(\alpha) \end{aligned} \quad (3)$$

これを2乗して時間平均をとれば

$$\{\overline{\Delta U_{\text{eff}}(\alpha)}\}^2 = \overline{u^2} f^2(\alpha) - 2\overline{uv} f(\alpha) g(\alpha) + \overline{v^2} g^2(\alpha) \quad (4)$$

この式で、左辺および $f(\alpha)$, $g(\alpha)$ が α についてる点を求めれば $\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$, $\overline{uv}$ について解ける。実際には精度をあげるため、5点以上とって最小2乗法により結果を求める。

2. 有効速度

熱線からの熱損失と風速との関係は KING の法則¹⁾

$$R_w I^2 = (T_w - T_0)(A + B\sqrt{U}) \quad (5)$$

が成り立つ。定数 A , B は実験的に定める。第2図の装置を用いて測定すれば第3図の結果を得る。 U が 0 に近いところでは自然対流の影響で、(5) 式の関係は正確ではない。ゆえに外挿によって $U=0$ のときの熱線電流の値 I_* を求める。また $I=0$ となる U の値を U_0 とすれば (5) 式は、

$$I^2 = I_*^2 \left(1 + \sqrt{\frac{U}{U_0}}\right) \quad (6)$$

となる。(1) 式と (6) 式より $f(\alpha)$ は

$$f(\alpha) = \left\{ \frac{I^2(\alpha) - I_*^2}{I^2(0) - I_*^2} \right\} \quad (7)$$

で計算できる。 $f(\alpha)$ は $\cos \alpha$ に近い形をとると思われるので、前以てつぎの3種を考えた。

$$(\cos^2 \alpha + a^2 \sin^2 \alpha)^{1/2} \quad (8)$$

$$\cos \alpha + \varepsilon(\cos \alpha - \cos 2\alpha) \quad (9)$$

$$(\cos \alpha)^n \quad (10)$$

実験結果として (9) 式を採用した。なお (8) 式は WEBSTER²⁾, CHAMPAGNE³⁾ による。実験に用いた熱線および回路は第2, 4図に示す。風速はピトー管と1/20 傾斜マノメーターを組み合わせ測定し、熱線の出力は電位差計を用いて測定した。 α について10度ごとに $f(\alpha)$ の値を測定したが、 $\pm 20^\circ \leq \alpha \leq 70^\circ$ の範囲の値を用い (9) 式における ε の値をつぎの如く求めた。

$$\Delta f(\alpha_k) = f(\alpha_k) - \cos \alpha_k \quad (11)$$

$$\varepsilon = \frac{\sum_k \Delta f(\alpha_k)}{\sum_k (\cos \alpha_k - \cos 2\alpha_k)} \quad (12)$$

これは各 α_k における $\varepsilon(\alpha_k)$ に、重み $(\cos \alpha_k - \cos 2\alpha_k)$ を付した平均値である。(9) 式の近似度を確認するために、求めた ε を (9) 式に代入して $f(\alpha)$ の値を計算しさらに (7) 式を用いて $I(\alpha)$ の値を逆算しそれを I_e とおく。 $(I - I_e)^2$ の平均が $f(\alpha)$ の近似度を示唆する。第6図は直径 10μ の熱線で $\sqrt{U}/U_0 = 1.83$ のときの $f(\alpha)$ に (9) 式と $\cos \alpha$ とを適用したときの $(I - I_e)/I_e$ の比較である。第5図は ε が風速に対してどのように変化するかを示している。本図からは、あまりはっきりした関数関係はみられないが、実際に乱れを測定する場合、その場での

第2図 有効速度の測定回路 (1)

第3図 熱線の熱損失

第4図 有効速度の測定回路 (1)

ε が求まるので、今ここにおいて ε について詳しく考える必要はない。

3. 乱れの測定

乱れの測定回路を第7図に示す。熱線プローブはモーターにより一定速度で回転させられ、回転角 α はポテンショメーターにより電圧に変換されて XY レ

第5図 風速と ε との関係 第6図 $f(\alpha)$ の近似度

コーダーの X 軸に入る。熱線増巾器の出力はリニアライザーを経て直流、交流成分に分けられ、交流成分は2乗されて、それぞれ M_1 , M_2 のメーターで読む。この読みは XY レコーダーに直接記録される。このメーターの内部抵抗と、その前にあるコンデンサーで積分回路を構成する。そのとき定数 T は、XY レコーダーの記録がなめらかな曲線になるよう前以て調整し、値を測定しておく。プローブは半回転ずつ往復させる。例えば $270^\circ \rightarrow 0^\circ \rightarrow 90^\circ$, $90^\circ \rightarrow 180^\circ \rightarrow 270^\circ$ の順である。このようにすれば熱線を支える2本の針の小さなアンバランスが相殺され、精度がよくなる。これは2枚の紙に分けて記録する。そのとき1枚の紙には、横に $2T$ だけずれた同じ曲線が得られる(第8図)。2枚の記録紙上の4本の曲線を平均して1本の曲線にする。直流の記録から真の平均流方向 α_0 を求め、 $\alpha_0 = 0$ とした新しい角度座標を直、交流成分の曲線に書き込めばそれぞれ $f(\alpha)$, ε^2 の記録となる。リニアライザーが完全であっても、主として気流中のゴミが熱線に付着することにより、その出力 E と風速 U との関係

第7図 乱れの測定回路

第8図 XYレコーダーの記録 (時定数の影響)

形関係がくずれる場合がある。その場合は E と U の関係を調べておき、XYレコーダーの記録を補正する。

$$E = E(U) \quad (13)$$

$$e = E(U_{\text{eff}}) - E(\overline{U_{\text{eff}}}) \quad (14)$$

$$\varphi(U_{\text{eff}}) = \frac{dE(U_{\text{eff}})}{dU_{\text{eff}}} \quad (15)$$

とおき、(13)式から直流成分を補正して正しい $f(\alpha)$ を求める。(14)式(15)式から

$$e = \varphi(U_{\text{eff}}) \cdot \Delta U_{\text{eff}}$$

とし、これを(4)式に代入すれば

$$\overline{e^2}(\alpha) = \varphi^2(U_{\text{eff}}) \{ \overline{u^2 f^2(\alpha)} - 2\overline{uv} f(\alpha) g(\alpha) + \overline{v^2 g^2(\alpha)} \} \quad (16)$$

となる。ごみの多い気流中では(13)式の関係が変わりやすいので注意を要する。

$f(\alpha)$ の曲線から d について5~7点サンプリングして(11)、(12)式から ε を求め、 f, g を決定する。 $\overline{e^2}(\alpha)$ の曲線から5点サンプリングして(16)式に最小2乗法を適用する。このとき $f(\alpha)$ 、 $g(\alpha)$ がそれぞれ α について偶、奇関数であることに注意して、 α について対称な点をとれば正規方程式はつぎの如く簡単になる。

$$\left. \begin{aligned} \overline{u^2} \sum_{\alpha} f^4 + \overline{v^2} \sum_{\alpha} f^2 g^2 &= \sum_{\alpha} f^2 \frac{\overline{e^2}}{\varphi^2} \\ \overline{u^2} \sum_{\alpha} f^2 g^2 + \overline{v^2} \sum_{\alpha} g^4 &= \sum_{\alpha} g^2 \frac{\overline{e^2}}{\varphi^2} \\ -2\overline{uv} \sum_{\alpha} f^2 g^2 &= \sum_{\alpha} f g \frac{\overline{e^2}}{\varphi^2} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

これを解いて $\overline{u^2}$ 、 $\overline{v^2}$ 、 $\overline{uv}$ が求まる。最後にこれらの

値を(16)式に代入して $\overline{e^2}$ を逆算しそれを $\overline{e_c^2}$ とおくと $(\overline{e^2} - \overline{e_c^2})^2$ の平均値が、測定精度を示唆する。

4. 円管乱流のレイノルズ応力測定

円管乱流の流れの方向に働く剪断応力は、粘性によるものと乱れによるもの(レイノルズ応力)との和である。

$$\tau = -\rho \overline{uv} + \mu \frac{\partial U}{\partial y} \quad (18)$$

摩擦速度 u_* を

$$\tau_0 = \rho u_*^2 \quad (19)$$

の如く定義して、(18)式の両辺を(19)式で除し、

$$\frac{\tau}{\tau_0} = \frac{2r}{D} \quad (20)$$

を代入して整理すれば

$$\frac{uv}{u_*^2} = \frac{\nu}{u_*^2} \frac{\partial U}{\partial y} - \frac{2r}{D} \quad (21)$$

となる。流れに沿う静圧降下と τ_0 との関係は

$$\tau_0 = \frac{4p}{l} D \quad (22)$$

ゆえ、 $4p/l$ および $\partial U/\partial y$ の測定から(21)式が計算できる。この値と、熱線で測定した値を比較すれば熱線測定の精度が確かめられる。

実験装置*を第9図、結果を第10図~12第図に示す。流れに沿う圧力降下は第10図の如く、十分一様で、摩擦係数 λ は PRANDTL の式⁴⁾ によく一致する

第9図 円管流測定部

* この円管流実験装置は、小松安雄氏(日本大学理工学部)が、東京大学宇宙航空研究所において組み立てたものである。

第 10 図 流れに沿う円管流の圧力降下, 小松安雄氏測定

第 11 図 管壁の摩擦係数, 小松安雄氏測定

(第 11 図)。これより、管壁はなめらかで、流れは十分に発達した乱流と考えられる。第 12 図の $\overline{uv}/u_*^2$ の

第 12 図 レイノルズ応力

曲線は PRANDTL の式から計算した λ の値を用いて計算した値である。熱線による測定値を $\circ, \triangle, \times$ で示しこれと比較した。管壁の近くでは、プローブをさし込むすき間の影響で精度が悪くなっていると思われるが、その他の点では満足すべき結果を得た。

参 考 文 献

- 1) KING, L. V.: Phil. Trans. Roy. Soc., London, **214A**, 373 (1914)
- 2) WEBSTER, C. A. G.: Jour. Fluid Mech. **13**, 307 (1962)
- 3) CHAMPAGNE, F. H.: "Turbulence Measurement with Inclined Hot-Wires." Boeing Flight Sciences Laboratory Rep. No. 103, (1965)
- 4) DURAND, W. F.: "Aerodynamic Theory" Vol. III. by L. PRANDTL, pp. 143. Julius Springer, Berlin (1935).

実在気体効果を考慮に入れた衝撃波管風洞の特性

I. 反射衝撃波の後の貯気槽状態*

高 野 暲**・東 野 文 男**

Character of Hypersonic Shock Tunnels with Real Gas Effects

I. Reservoir Conditions behind Reflected Shock Waves

Akira TAKANO and Fumio HIGASHINO

Abstract

Numerical computation is made for obtaining the flow quantities of a diatomic gas behind incident shock waves as well as reflected shock waves in a shock tube. The gas state behind the reflected

shock wave provides the reservoir condition for a reflected-type shock tunnel. The vibrational mode of molecules always is assumed to be in equilibrium with the translational temperature, while the degree of dissociation is supposed to be unchanged or attains its equilibrium state instantaneously behind the shock waves. Particularly, the isentropic index,

* 昭和 42 年 2 月 5 日原稿受理

** 東京大学工学部