技術論文

パラメータ励振による航空機の縦運動の不安定性について*

市川 邦彦**・金井 喜美雄**

On the Longitudinal Instabilities of Aircraft due to Sinusoidally Excited Parameters

Kunihiko ICHIKAWA and Kimio KANAI

Abstract

For the purpose of stability and control analysis, the equations of motion of aircraft frequently can be linearized by introducing small perturbations about a reference flight condition. But, under certain condition, stability regions indicated by considering constant coefficients leads to different one, and even instabilities may arise. Considering time varying parameters system, we found that the longitudinal dynamics became unstable, under some parameter oscillations, although a constant coefficient analysis at these parameter amplitude indicate stable.

1. ま え が き

航空機の運動を解析するには、一般に運動は基準の定常飛行からの小さい変動からなりたっているとし、運動を支配する方程式は線形化してあつかう small-disturbance-theory を用いることが可能である。この手法の適用はたいいていの場合によい結果を与え、安定性、操縦性の解析には運動方程式の係数を固定とみなしてさしつかえない場合が多い。しかし、実際の飛行を考えると、飛行条件や周囲の状態によっては、一定としてあつかった安定微係数は時間とともに変動し、運動方程式は一般には変係数を持った非線形系になる。安定微係数の変動が航空機の運動特性に影響を与え、時には不安定にさえなりかねない。たとえば、正弦波状の上下方向の突風をうけたとき、航空機の縦運動特性を支配する長周期モード、短周期モードがどういう影響をうけるかが問題になる。

本論文は、直線飛行を行なっている航空機にその対称面内の突風が正弦波状であったとき、変動を2次の高次項まで考慮したときの航空機の運動方程式が変係数を持った非線形系になることを導き、これらが通常の固定系の安定解析と同じように微小変動を仮定した線形方程式に支配され、安定微係数が時間の関数になっている TVP 系に帰着できることを見出した。突風

の影響がパラメータ励振系で近似でき、パラメータ励振をうけたときの航空機の縦運動方程式を導き、筆者らが見出したパラメータ励振系の安定判別論を適用して実際の航空機の安定領域、不安定領域を理論的に決定し、アナコム・シミュレートで理論結果を検討している。さらに、TVP 系の妥当性を検討するために、非線形系に支配される航空機の運動をアナコムで実験し、近似度を検討した。

2. パラメータ励振をうけたときの航空機の縦運動方程式

実際に空気中を飛行している航空機は擾乱をうけ、3軸まわりに絶えず励振されている。いま、上下方向の突風をうけると $\Delta\alpha_2$ なる迎角が加わる。風の方角を基準にした揚力、抗力を C_L , C_D とし、飛行方向 (X 軸) を安定軸にとると、このときの揚力、抗力をそれぞれ C_z , C_x とし、これらの関係を図示すると第1図となる。ここで、

第1図 突風を考慮した航空機の軸系

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha_1 &= \Delta\theta - \Delta\gamma \\ \Delta\alpha_2 &= \omega/V \\ \Delta\alpha &= \Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2 \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

C_L , C_D は迎角の関数であるので、テーラ展開し、2次項まで考慮する。

$$\left. \begin{aligned} C_L &\doteq C_{L0} + C_L' \cdot \Delta\alpha + \frac{C_L''}{2} \cdot \Delta\alpha^2 \\ C_D &\doteq C_{D0} + C_D' \cdot \Delta\alpha + \frac{C_D''}{2} \cdot \Delta\alpha^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

* 昭和41年11月18日第3回関西、中部支部共催秋季大会で講演 昭和41年11月25日原稿受理

** 名古屋大学工学部

ただし, $C_L' = \partial C_L / \partial \alpha$, $C_D' = \partial C_D / \partial \alpha$, …… また, C_L は C_D とつぎの関係にある.

$$\left. \begin{aligned} C_D &= C_{D0} + \frac{1}{\pi AR} (C_L^2 - C_{L0}^2) \\ &= C_{D0} + \frac{C_L'^2}{\pi AR} (2\alpha_0 \Delta\alpha + \Delta\alpha^2) \\ C_D' &= \frac{2}{\pi AR} C_L'^2 \cdot \alpha_0 = \frac{2}{\pi AR} C_L' \cdot C_{L0} \\ (\because C_{L0} &= C_L' \cdot \Delta\alpha_0) \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

突風 $\Delta\alpha_2$ による C_z, C_x は第1図から C_L, C_D とつぎの関係にある.

$$\begin{aligned} C_z &= C_L \cdot \cos \Delta\alpha_2 + C_D \cdot \sin \Delta\alpha_2 \\ &= \left\{ C_{L0} + C_L' (\Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{1}{2} C_L'' (\Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \Delta\alpha_2^2 \right) \\ &+ \left\{ C_{D0} + C_D' (\Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} C_D'' (\Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2)^2 \right\} \cdot \Delta\alpha_2 \end{aligned}$$

ここで, 変化分の3乗積以上を微小として無視すると

$$C_z = C_{L0} + C_{z1}(\alpha_2) + C_{z2}(\alpha_2) \cdot \Delta\alpha_1 + C_{z3} \cdot \Delta\alpha_1^2 \quad (2.4)$$

ただし,

$$\begin{aligned} C_{z1}(\alpha_2) &= (C_L' + C_{D0}) \Delta\alpha_2 + \\ &+ \left(\frac{C_L''}{2} + C_D' - \frac{C_{L0}}{2} \right) \Delta\alpha_2^2 \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$C_{z2}(\alpha_2) = C_L' + (C_D' + C_L'') \Delta\alpha_2 \quad (2.6)$$

$$C_{z3} = C_L''/2 \quad (2.7)$$

同様に

$$\begin{aligned} C_x &= C_D \cos \Delta\alpha_2 - C_L \sin \Delta\alpha_2 = \left\{ C_{D0} + C_D' (\Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2) + \frac{1}{2} C_D'' (\Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2)^2 \right\} \left(1 - \frac{1}{2} \Delta\alpha_2^2 \right) \\ &- \left\{ C_{L0} + C_L' (\Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2) + \frac{1}{2} C_L'' (\Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2)^2 \right\} \Delta\alpha_2 = C_{D0} + C_{x1}(\alpha_2) + C_{x2}(\alpha_2) \cdot \Delta\alpha_1 + C_{x3} \cdot \Delta\alpha_1^2 \end{aligned} \quad (2.8)$$

ただし,

$$\begin{aligned} C_{x1}(\alpha_2) &= (C_D' - C_{L0}) \Delta\alpha_2 \\ &+ \left(\frac{C_D''}{2} - \frac{C_{D0}}{2} - C_L' \right) \Delta\alpha_2^2 \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$C_{x2}(\alpha_2) = C_D' + (C_D'' - C_L') \Delta\alpha_2 \quad (2.10)$$

$$C_{x3} = C_D''/2 \quad (2.11)$$

(2.4), (2.8) 式から明らかな如く, 運動方程式を支配する係数は可変である. これらの関係を用いて運動方程式を求める. ここで,

$$V = V_0 + \Delta V$$

$$T = T_0 + \Delta T = T_0 + \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right) \cdot \Delta V$$

$$\theta = \theta_0 + \Delta\theta$$

$$\sin \alpha = \sin(\alpha_0 + \Delta\alpha) = \sin \alpha_0 \cdot \left(1 - \frac{\Delta\alpha^2}{2} \right)$$

$$+ \cos \alpha_0 \cdot \Delta\alpha$$

$$\Delta V / V_0 = U$$

とおくと X 方向の運動方程式は

$$\begin{aligned} -m \dot{V} &= \frac{\rho}{2} (V_0^2 + 2V_0 \cdot \Delta V + \Delta V^2) \cdot C_x \cdot S - \left(T_0 + \frac{\partial T}{\partial V} \cdot \Delta V \right) \cdot \cos(\alpha_0 + \Delta\alpha_1) \\ &+ W \sin(\theta_0 - \alpha_0) \left\{ 1 - \frac{1}{2} (\Delta\theta - \Delta\alpha_1)^2 \right\} + W \cos(\theta_0 - \alpha_0) (\Delta\theta - \Delta\alpha_1) \\ \therefore -m V_0 \dot{U} &= \frac{\rho V_0^2}{2} (1 + 2U + U^2) C_x \cdot S - T_0 (\cos \alpha_0 - \sin \alpha_0 \cdot \Delta\alpha_1) - \frac{\partial T}{\partial U} \cdot U \cos \alpha_0 \\ &+ W \sin \gamma_0 \left\{ 1 - \frac{1}{2} (\Delta\theta - \Delta\alpha_1)^2 \right\} + W \cos \gamma_0 (\Delta\theta - \Delta\alpha_1) \\ &= q_0 S (1 + 2U + U^2) \{ C_{D0} + C_{x1}(\alpha_2) + C_{x2}(\alpha_2) \cdot \Delta\alpha_1 + C_{x3} \cdot \Delta\alpha_1^2 \} - q_0 S \cdot C_T (\cos \alpha_0 - \sin \alpha_0 \cdot \Delta\alpha_1) \\ &- \frac{\partial T}{\partial U} \cdot U \cdot \cos \alpha_0 + q_0 S C_z^* \sin \gamma_0 \left\{ 1 - \frac{1}{2} (\Delta\theta - \Delta\alpha_1)^2 \right\} + q_0 S C_z^* \cos \gamma_0 (\Delta\theta - \Delta\alpha_1) \\ (\because C_z^* &= \frac{W}{q_0 S}) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Z 方向についても同様に求めると

$$\begin{aligned} -m V_0 (\Delta\theta - \Delta\alpha_1) &= -q_0 S (1 + 2U + U^2) \{ C_{L0} + C_{z1}(\alpha_2) + C_{z2}(\alpha_2) \cdot \Delta\alpha_1 + C_{z3} \cdot \Delta\alpha_1^2 \} \\ &- q_0 S C_{T0} (\sin \alpha_0 + \cos \alpha_0 \cdot \Delta\alpha_1) - \frac{\partial C_T}{\partial U} \cdot U \cdot \sin \alpha_0 \cdot q_0 \cdot S + q_0 S C_z^* \cos \gamma_0 \left\{ 1 - \frac{1}{2} (\Delta\theta - \Delta\alpha_1)^2 \right\} \\ &- q_0 S C_z^* \sin \gamma_0 (\Delta\theta - \Delta\alpha_1) \end{aligned} \quad (2.13)$$

ここで, 定常直線飛行を考えると $\gamma_0 = 0$ とおけるからつぎの関係が求まる.

$$\left. \begin{aligned} C_2^* &= C_{20} = C_{L0} \\ C_{D0} &= -C_{20} \sin \gamma_0 + C_{T0} \cos \alpha_0 \\ &= C_{T0} \\ C_{L0} &= C_{20} \cos \gamma_0 - C_{T0} \sin \alpha_0 = C_{20} \end{aligned} \right\} (2.14)$$

また, $\partial G / \partial U \equiv 0$ において (2.12), (2.13) 式を書き直すとつぎようになる. ここに, 未知数自身の2乗項と微係数の高次微分を無視する.

$$\frac{m V_0}{S q_0} \cdot \dot{U} + \{2 C_{D0} + 2(C_{D'} - C_{L0}) \cdot \Delta \alpha_2 + C_{D'} \cdot \Delta \alpha_1\} \cdot U + \{C_{D'} - C_{L0} - C_{L'} \cdot \Delta \alpha_2 + C_{D'} \cdot U\} \cdot \Delta \alpha_1 + C_{L0} \cdot \Delta \theta = (C_{L0} - C_{D'}) \cdot \Delta \alpha_2 \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} & \{2 C_{L0} + 2(C_{L'} + C_{D0}) \cdot \Delta \alpha_2 + C_{L'} \cdot \Delta \alpha_1\} \cdot U - \frac{m V_0}{S q_0} \cdot \Delta \dot{\theta} - \frac{C_{L0}}{2} \cdot \Delta \alpha_1 \cdot \Delta \theta + \frac{m V_0}{S q_0} \cdot \Delta \dot{\alpha}_1 \\ & + \left\{ C_{L'} + C_{D0} + C_{D'} \cdot \Delta \alpha_2 + C_{L'} \cdot U - \frac{C_{L0}}{2} \cdot \Delta \theta \right\} \Delta \alpha_1 = -(C_{L'} + C_{D0}) \Delta \alpha_2 \end{aligned} \quad (2.16)$$

さらに重心まわりのモーメントの方程式を求めると, 結局, つぎようになる.

$$\begin{aligned} & \frac{m V_0}{S q_0} \cdot \dot{U} - C_{zu} \cdot U - C_{za} \cdot \Delta \alpha_1 - C_w \Delta \theta = (C_{L0} - C_{D'}) \Delta \alpha_2 \\ & - C_{zu} \cdot U + \frac{m V_0}{S q_0} \cdot \Delta \dot{\alpha}_1 - C_{za} \cdot \Delta \alpha_1 - \frac{m V_0}{S q_0} \cdot \Delta \dot{\theta} - \left(\frac{C_{L0}}{2} \cdot \Delta \alpha_1 \right) \Delta \theta = -(C_{L'} + C_{D0}) \Delta \alpha_2 \\ & \frac{C}{2 V_0} C_{m\dot{\alpha}} \cdot \Delta \dot{\alpha}_1 - C_{ma} \cdot \Delta \alpha_1 + \frac{I_y}{S q_0 C} \Delta \ddot{\theta} - \frac{C}{2 V_0} C_{mq} \Delta \dot{\theta} = 0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} C_{zu} &= -\{2 C_{D0} + 2(C_{D'} - C_{L0}) \Delta \alpha_2 + C_{D'} \cdot \Delta \alpha_1\} \\ C_{za} &= -\{(C_{D'} - C_{L0}) - C_{L'} \cdot \Delta \alpha_2 + C_{D'} \cdot U\} \\ C_{zu} &= -\{2 C_{L0} + 2(C_{L'} + C_{D0}) \cdot \Delta \alpha_2 + C_{L'} \cdot \Delta \alpha_1\} \\ C_{za} &= -\left\{ C_{L'} + C_{D0} + C_{D'} \cdot \Delta \alpha_2 + C_{L'} \cdot U - \frac{C_{L0}}{2} \cdot \Delta \theta \right\} \\ C_w &= -C_{L0} \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

(2.17) 式は非定常係数を持った非線形系をあらわしている. 航空機の運動の初期では迎角変化が支配的になり, 過渡的応答は迎角変化が主であるが短周期的特性によってまもなく消滅してしまうものである. ここであつかっているように外乱が正弦波状に定常的に加

わるときは迎角変化は他のピッチ角とか速度変化にくらべて小さい. このことは, 後述するアナコンの実験からも明らかである. ところが, (2.17), (2.18) 式で非線形項を調べてみると, 全て迎角と couple したものである. これらの項を除くと次式が得られる.

$$\frac{m V_0}{S q_0} \dot{U} + \{2 C_{D0} + 2(C_{D'} - C_{L0}) \Delta \alpha_2\} \cdot U + (C_{D'} - C_{L0} - C_{L'} \cdot \Delta \alpha_2) \Delta \alpha_1 + C_{L0} \cdot \Delta \theta = (C_{L0} - C_{D'}) \cdot \Delta \alpha_2 \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} & \{2 C_{L'} + 2(C_{L'} + C_{D0}) \cdot \Delta \alpha_2\} U + \frac{m V_0}{S q_0} \cdot \Delta \dot{\alpha}_1 + (C_{L'} + C_{D0} + C_{D'} \cdot \Delta \alpha_2) \Delta \alpha_1 - \frac{m V_0}{S q_0} \Delta \dot{\theta} \\ & = -(C_{L'} + C_{D0}) \Delta \alpha_2 \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\frac{C}{2 V_0} C_{m\dot{\alpha}} \cdot \Delta \dot{\alpha}_1 - C_{ma} \cdot \Delta \alpha_1 + \frac{I_y}{S q_0 C} \Delta \ddot{\theta} - \frac{C}{2 V_0} C_{mq} \cdot \Delta \dot{\theta} = 0 \quad (2.21)$$

(2.19)~(2.21) 式に支配される航空機は TVP 系を構成している.

いま, 具体例として, 35° 後退翼を持った高亜音速機をとりあげる¹⁾. $M=0.1$ における航空機のパラメータの値, 空力特性は下記の如くである.

$M=0.6$ における高亜音速機

$$\begin{aligned} h &= 35,000 \text{ ft} & I_y &= 2,416 \text{ kg-s}^2\text{-m} \\ m &= 592.44 \text{ kg-s}^2\text{/m} & V_0 &= 178 \text{ m/s} \\ S &= 26.75 \text{ m}^2 & q_0 &= 611 \text{ kg/m}^2 \\ b &= 11.31 \text{ m} & \alpha_{\text{trim}} &= 5.3 \text{ deg} \end{aligned}$$

$$\bar{C} = 2.46 \text{ m} \quad C_{L\text{trim}} = 0.357$$

$$\bar{R} = 4.65 \quad C_{D0} = 0.027$$

$$C_{L\alpha} = 4.3 \text{ 1/rad} \quad C_{m\alpha} = -0.37 \text{ 1/rad}$$

$$C_{mq} = -9.97 \text{ 1/rad} \quad C_{m\dot{\alpha}} = -1.29 \text{ 1/rad}$$

$$C_{D\alpha} \doteq 2 C_{L0} \cdot C_{L\alpha} / \pi \bar{R} \quad m V_0 / S q_0 = 6.452$$

$$\bar{C} / 2 V_0 = 0.007 \quad I_y / S q_0 \bar{C} = 0.06$$

いま, 突風による迎角変動をつぎのようにおく.

$$\Delta \alpha_2 = K \sin \nu t \quad (2.22)$$

ただし, $\begin{cases} K: \text{突風の振幅} \\ \nu: \text{突風の周波数} \end{cases}$

(2.18) 式はそれぞれ, つぎの関係を満足する.

$$C_{xu} = 0.293K \sin \nu t - 0.054 - 0.2103 \Delta \alpha_1 \quad (2.23)$$

$$C_{za} = 4.3K \sin \nu t + 0.147 - 0.2103 \Delta \alpha_1 \quad (2.24)$$

$$C_{zu} = -8.654K \sin \nu t - 0.714 - 4.3 \Delta \alpha_1 \quad (2.25)$$

$$C_{za} = -0.2103K \sin \nu t - 4.327 + 0.178 \Delta \theta - 4.3U \quad (2.26)$$

ただし,

$$C_L(t) = C_{L0} + C_L' K \sin \nu t + C_L' \Delta \alpha_1 \quad (2.27)$$

これらの関係を (2.17) 式に代入すると航空機の縦運動を支配するつぎの非線形微分方程式が得られる.

$$\begin{aligned} \ddot{U} = & (0.0454K \sin \nu t - 0.0084 - 0.0326 \Delta \alpha_1)U \\ & + (0.6664K \sin \nu t + 0.0228 - 0.0326U) \Delta \alpha_1 \\ & - 0.0553 \Delta \theta + 0.0227K \sin \nu t \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\alpha}_1 = & (-0.664U - 0.6706 - 0.326K \sin \nu t \\ & + 0.0276 \Delta \theta) \Delta \alpha_1 - (1.3413K \sin \nu t \\ & - 0.1107 - 0.6664 \Delta \alpha_1)U + \theta \\ & + (0.0276 \Delta \alpha_1 \Delta \theta - 0.6706K \sin \nu t \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$\Delta \dot{\theta} = -1.163 \Delta \theta + 0.15 \Delta \dot{\alpha}_1 - 6.167 \Delta \alpha_1 \quad (2.30)$$

また, (2.19)~(2.21) 式であらわされる TVP 系は (2.28)~(2.30) 式で非線形をあらわす項を零として求められる. しかし, この系は線形であるから入力依存性がなく, 安定判別は強制項を零としてあつかってよい. この結果, (2.19)~(2.21) 式に支配される TVP 系の特性方程式を求めるとつぎのようになる. ここで, x は特性方程式を支配する変数とした.

$$\begin{aligned} x^{(4)} + 1.876x^{(3)} + 6.9653x^{(2)} + 0.0619x^{(1)} \\ + 0.0038x \\ = 0.0128K \sin \nu t \cdot x^{(3)} - 0.058K \sin \nu t \cdot x^{(2)} \\ + 0.1827K \sin \nu t \cdot x^{(1)} - 0.4577K \sin \nu t \cdot x \end{aligned} \quad (2.31)$$

つぎに, 長周期運動は迎角変化が小さいとしてつぎの近似式であらわすことができる.

$$\left. \begin{aligned} 6.452\ddot{U} - (0.293K \sin \nu t - 0.054)U \\ + 0.357\Delta\theta = 0.1467K \sin \nu t \\ (8.654K \sin \nu t + 0.714)U \\ - 6.452\Delta\dot{\theta} = -4.327K \sin \nu t \end{aligned} \right\} \quad (2.32)$$

(2.32) 式は TVP 系を構成している. この系の特性方程式は右辺の強制項を零とおいてつぎのようになる.

$$\begin{aligned} x^{(2)} + 0.0084x^{(1)} + 0.0061x \\ = 0.0454K \sin \nu t \cdot x^{(1)} - 0.0742K \sin \nu t \cdot x \end{aligned} \quad (2.33)$$

また, 短周期運動は速度変動には影響されない運動と

して特性式を求めると次式となる.

$$\begin{aligned} x^{(2)} + 1.982x^{(1)} + 6.932x \\ = -0.0326K \sin \nu t \cdot x^{(1)} - 0.038K \sin \nu t \cdot x \end{aligned} \quad (2.34)$$

3. パラメータ励振系の安定判別論

前章で算出した, K, ν をパラメータとした特性 4 次式, 2つのモードに分離した 2 次近似式は全ての式の係数が正弦波状に変動する非定常線形系をあらわしている. これらの式で, 特に, 2 階の系に関してはゲインのみが time varying parameter になっているときには MATHIEU の方程式に帰着でき, これに関する安定判別法は古くから解決されている. しかし, 本論文であつかっている航空機の運動方程式のように, 2 階の系でも, 2つの係数が同時に正弦波状に変動したり, さらに, 特性 4 次式のように, 4つの係数が同時に時間の関数になっている制御系に対しては MATHIEU の手法は適用できない. 筆者らは, このような制御系の安定判別に関しても適用可能な手法を考えだした²⁾. この方法は, 制御系の階数は任意でよいという特長を持っていることに注目すべきである.

まず, 長周期と短周期とに分離した近似式 (2.33), (2.34) であらわされる 2 階の系をとりあげる. これらの特性式に支配される制御系の出力を x として, 一般式をかくと次式となる.

$$\ddot{x} + (a_1 + l_1 \sin \nu t)\dot{x} + (a_0 + l_0 \sin \nu t)x = 0 \quad (3.1)$$

ただし, a_1, a_0 は一定とし, l_1, l_0 はそれぞれ K を含んだパラメータをあらわす. (3.1) 式であらわされる制御系をブロック図にかけると, 第 2 図で表現可能なこ

第2図 パラメータ励振を含んだ特性 2 次式のブロック図

とがわかる. ここに, $p = d/dt$, X は掛け算をあらわし, $W(s)$ はつぎの伝達関数をあらわす.

$$W(s) = \frac{1}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad (3.2)$$

線形固定係数系では安定限界においては単一の正弦波が系の中を定常的に巡かんする. これは, ある一対の特性根がちょうど虚軸上に存在する条件である. ところが, 第 2 図のような可変係数系では安定限界において単一の正弦波が系の中を定常的に巡かんすることは

不可能であるが、第1近似として、固定係数系に準じて単一の正弦波が系の中を定常的に循環するという仮定を設ける。第1近似解では、仮定した正弦波の第3高調波が系の中で無視できるぐらいに減衰するという仮定が必要であるが、工学的議論においては記述関数の手法の妥当性と同様に可能である。近似度をさらに高めるには、はじめに無視した高調波を考慮することによっていくらか精度をあげることが可能である。

まず、第1近似として、 $e(t)$ が純粋の正弦波のみのときには

$$e(t) = b_1 e^{j\omega t} \quad (3.3)$$

とおいて、第2図からつぎの関係が求まる。

$$x(t) = b_1 [W(j\omega)] \cdot e^{j\omega t} \quad (3.4)$$

$$m_0(t) = \frac{b_1 l_0}{2j} [W\{j(\omega + \nu)\} \cdot e^{j(\omega + \nu)t}$$

$$- W\{j(\omega - \nu)\} \cdot e^{j(\omega - \nu)t}] \quad (3.5)$$

$$x(t) = b_1 \cdot j\omega [W(j\omega)] \cdot e^{j\omega t} \quad (3.6)$$

$$m_1(t) = \frac{b_1 l_1 \omega}{2} [W\{j(\omega + \nu)\} \cdot e^{j(\omega + \nu)t}$$

$$- W\{j(\omega - \nu)\} \cdot e^{j(\omega - \nu)t}] \quad (3.7)$$

安定限界では $-\{m_0(t) + m_1(t)\}$ が (3.3) 式に等しくなければならない。 $-\{m_0(t) + m_1(t)\}$ は $\omega + \nu, \omega - \nu$ という2つの周波数を持っているので厳密にはこれらが (3.3) の ω という単一の正弦波に等しくはなり得ない。しかし、 $W(s)$ の低域特性を考慮することによって高調波成分、 $\omega + \nu$ の項は省略してもさしつかえない。このとき、 $\omega = \nu/2$ とすれば安定限界条件を満足していることがわかる。 $\omega = \nu/2$ として高調波成分を省略した式を求めると

$$-\{m_0(t) + m_1(t)\} = \frac{b_1 l_0}{2j} \left[W\left(-j\frac{\nu}{2}\right) \right] \cdot e^{-j\frac{\nu}{2}t} - \frac{b_1 l_1}{2j} \left(\frac{\nu}{2}\right) \left[W\left(-j\frac{\nu}{2}\right) \right] \cdot e^{-j\frac{\nu}{2}t}$$

となり、ここで複素数、 $b_1 = b_{10} e^{j\theta_1}$ とおくと

$$e(t) = b_{10} e^{j\left(\frac{\nu}{2}t + \theta_1\right)} \quad (3.8)$$

$$-\{m_0(t) + m_1(t)\} = \frac{b_{10} \cdot l_0}{2} \left| W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right| \cdot e^{j\left[\theta_1 - <W\left(j\frac{\nu}{2}\right) - \frac{\pi}{2} - \frac{\nu t}{2}\right]} + \frac{b_{10} \cdot l_1}{2} \left(\frac{\nu}{2}\right) \left| W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right| \cdot e^{j\left[\theta_1 - <W\left(j\frac{\nu}{2}\right) - \frac{\nu t}{2}\right]} \quad (3.9)$$

(3.8), (3.9) 式を比較することによってつぎのことがいえる

$$\left. \begin{aligned} -l_0/2 \left| W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right| \cdot \sin\left[<W\left(j\frac{\nu}{2}\right) - 2\theta_1\right] + l_1/2 \cdot \left(\frac{\nu}{2}\right) \left| W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right| \cdot \cos\left[<W\left(j\frac{\nu}{2}\right) - 2\theta_1\right] &= 1 \\ l_0/2 \left| W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right| \cdot \cos\left[<W\left(j\frac{\nu}{2}\right) - 2\theta_1\right] + l_1/2 \cdot \left(\frac{\nu}{2}\right) \left| W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right| \cdot \sin\left[<W\left(j\frac{\nu}{2}\right) - 2\theta_1\right] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

(3.10) 式で θ_1 を消去すると、

$$\left\{ l_0^2 + \left(l_1 \frac{\nu}{2} \right)^2 \right\} \cdot \left\{ \frac{\left| W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right|^2}{2} \right\} = 1 \quad (3.11)$$

となり、(3.11) 式が $\omega = \nu/2$ における第1近似の安定限界条件をあらわす。

第1近似では高調波成分 $3\nu/2$ の項を無視してあつ

かったが、これがフィード・バックされて $e(t)$ 点に戻ってくることを考慮し、第2近似として $e(t)$ をつぎのようにおく。

$$e(t) = b_1 e^{j\omega t} + b_3 e^{j3\omega t} \quad (3.12)$$

前述と同様に、 $m_0(t), m_1(t)$ を求めると

$$x(t) = b_1 [W(j\omega)] \cdot e^{j\omega t} + b_3 [W(j3\omega)] \cdot e^{j3\omega t} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} m_0(t) &= \frac{b_1 l_0}{2j} \{ W[j(\omega + \nu)] \cdot e^{j(\omega + \nu)t} - W[j(\omega - \nu)] \cdot e^{j(\omega - \nu)t} \} \\ &+ \frac{b_3 l_0}{2j} \{ W[j(3\omega + \nu)] \cdot e^{j(3\omega + \nu)t} - W[j(3\omega - \nu)] \cdot e^{j(3\omega - \nu)t} \} \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$x(t) = b_1 j\omega [W(j\omega)] e^{j\omega t} + b_3 j3\omega [W(j3\omega)] e^{j3\omega t} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} m_1(t) &= \frac{b_1 l_1 \omega}{2} \{ W[j(\omega + \nu)] \cdot e^{j(\omega + \nu)t} - W[j(\omega - \nu)] \cdot e^{j(\omega - \nu)t} \} \\ &+ \frac{b_3 l_1 \omega}{2} \{ W[j(3\omega + \nu)] \cdot e^{j(3\omega + \nu)t} - W[j(3\omega - \nu)] \cdot e^{j(3\omega - \nu)t} \} \end{aligned} \quad (3.16)$$

$\omega = \nu/2$ のとき、 $5\nu/2$ の高調波成分を省略し、 $b_1 = b_{10} e^{j\theta_1}$ 、 $b_3 = b_{30} e^{j\theta_3}$ なる関係を用いると、

$$e(t) = b_{10} e^{j\left(\frac{\nu}{2}t + \theta_1\right)} + b_{30} e^{j\left(\frac{3\nu}{2}t + \theta_3\right)} \quad (3.17)$$

$$-\{m_0(t) + m_1(t)\} = \frac{b_{10} \cdot l_0}{2} \left| W\left(j\frac{3\nu}{2}\right) \right| \cdot e^{j\left[\frac{3\nu}{2}t + <W\left(j\frac{3\nu}{2}\right) + \theta_1 + \frac{\pi}{2}\right]}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{b_{10}l_0}{2} \left| W\left(-j\frac{\nu}{2}\right) \right| \cdot e^{-j\left[\frac{\nu}{2}t + <W\left(j\frac{\nu}{2}\right) + \frac{\pi}{2} - \theta_1\right]} + \frac{b_{30}l_0}{2} \left| W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right| e^{j\left[\frac{\nu}{2}t + <W\left(j\frac{\nu}{2}\right) + \theta_3 - \frac{\pi}{2}\right]} \\
& + \frac{b_{10}l_1}{2} \left(\frac{\nu}{2}\right) \left| W\left(j\frac{3\nu}{2}\right) \right| \cdot e^{j\left[\frac{3\nu}{2}t + <W\left(j\frac{3\nu}{2}\right) + \theta_1 + \pi\right]} + \frac{b_{30}l_0}{2} \left(\frac{\nu}{2}\right) \left| W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right| \cdot e^{-j\left[\frac{\nu}{2}t + <W\left(j\frac{\nu}{2}\right) - \theta_1\right]} \\
& + \frac{b_{30} \cdot l_1}{2} \cdot \left(\frac{3\nu}{2}\right) \left| W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right| \cdot e^{j\left[\frac{\nu}{2}t + <W\left(j\frac{\nu}{2}\right) + \theta_3\right]} \quad (3.18)
\end{aligned}$$

(3.17) 式に対する (3.18) 式の各項について振幅比, 位相差を比較すると安定限界条件を満足するにはつぎの関係になっていることがわかる.

$$\begin{aligned}
& -\frac{l_0}{2} \left| W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right| \cdot \sin\left[<W\left(j\frac{\nu}{2}\right) - 2\theta_1\right] + \frac{l_0}{2} \left(\frac{b_{30}}{b_{10}}\right) \left| W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right| \cdot \sin\left[<W\left(j\frac{\nu}{2}\right) + \theta_3 - \theta_1\right] \\
& + \frac{l_1}{2} \left(\frac{\nu}{2}\right) \left| W\left(-j\frac{\nu}{2}\right) \right| \cdot \cos\left[<W\left(j\frac{\nu}{2}\right) - 2\theta_1\right] + \frac{l_1}{2} \left(\frac{3\nu}{2}\right) \left(\frac{b_{30}}{b_{10}}\right) \left| W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right| \cdot \cos\left[<W\left(j\frac{\nu}{2}\right) + \theta_3 - \theta_1\right] \\
& = 1 \quad (3.19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{l_0}{2} \left| W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right| \cdot \cos\left[<W\left(j\frac{\nu}{2}\right) - 2\theta_1\right] - \frac{l_0}{2} \cdot \left(\frac{b_{30}}{b_{10}}\right) \left| W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right| \cdot \cos\left[<W\left(j\frac{\nu}{2}\right) + \theta_3 - \theta_1\right] \\
& + \frac{l_1}{2} \cdot \left(\frac{\nu}{2}\right) \left| W\left(-j\frac{\nu}{2}\right) \right| \cdot \sin\left[<W\left(j\frac{\nu}{2}\right) - 2\theta_1\right] + \frac{l_1}{2} \cdot \left(\frac{3\nu}{2}\right) \left(\frac{b_{30}}{b_{10}}\right) \left| W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right| \cdot \sin\left[<W\left(j\frac{\nu}{2}\right) + \theta_3 - \theta_1\right] \\
& = 0 \quad (3.20)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{l_0}{2} \left(\frac{b_{10}}{b_{30}}\right) \cdot \left| W\left(j\frac{3\nu}{2}\right) \right| \cdot \sin\left[<W\left(j\frac{3\nu}{2}\right) + \theta_1 - \theta_3\right] - \frac{l_1}{2} \left(\frac{\nu}{2}\right) \left(\frac{b_{10}}{b_{30}}\right) \left| W\left(j\frac{3\nu}{2}\right) \right| \cdot \cos\left[<W\left(j\frac{3\nu}{2}\right) + \theta_1 - \theta_3\right] \\
& = 1 \quad (3.21)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{l_0}{2} \left(\frac{b_{10}}{b_{30}}\right) \left| W\left(j\frac{3\nu}{2}\right) \right| \cdot \cos\left[<W\left(j\frac{3\nu}{2}\right) + \theta_1 - \theta_3\right] - \frac{l_1}{2} \left(\frac{\nu}{2}\right) \left(\frac{b_{10}}{b_{30}}\right) \left| W\left(j\frac{3\nu}{2}\right) \right| \cdot \sin\left[<W\left(j\frac{3\nu}{2}\right) + \theta_1 - \theta_3\right] \\
& = 0 \quad (3.22)
\end{aligned}$$

(3.21), (3.22) 式から b_{30}/b_{10} , $\theta_3 - \theta_1$ はつぎの関係になる.

$$\begin{aligned}
\frac{b_{30}}{b_{10}} &= \left\{ \frac{l_0}{2} + \frac{l_1}{2} \left(\frac{\nu}{2}\right)^2 \cdot \frac{l_1}{l_0} \right\} \cdot \left| W\left(j\frac{3\nu}{2}\right) \right| \\
&\times \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{l_1}{l_0} \frac{\nu}{2}\right)^2}} \quad (3.23) \\
\theta_3 - \theta_1 &= <W\left(j\frac{3\nu}{2}\right) + \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{l_1}{l_0} \frac{\nu}{2}\right)^2}} \quad (3.24)
\end{aligned}$$

また, (3.19), (3.20) 式から次式を得る.

$$\begin{aligned}
& \left\{ \left(\frac{l_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{l_1}{2} \frac{\nu}{2}\right)^2 \right\} \cdot \left| W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right|^2 \\
& = 1 - 2 \cdot \frac{b_{30}}{b_{10}} \cdot \left| W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right| \cdot \left\{ \frac{l_0}{2} \cdot \sin\left[<W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \theta_3 - \theta_1\right] + \frac{l_1}{2} \left(\frac{3\nu}{2}\right) \cos\left[<W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \theta_3 - \theta_1\right] \right\} + \left(\frac{b_{30}}{b_{10}}\right)^2 \left| W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right|^2 \\
& \times \left\{ \left(\frac{l_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{l_1}{2} \frac{3\nu}{2}\right)^2 \right\} \quad (3.25)
\end{aligned}$$

(3.23), (3.24) 式の関係を (3.25) 式に代入したとき, (3.25) 式が第2近似の安定限界条件式である. これらの式で, $l_1 = 0$ すなわち, ゲインだけが正弦波状に変

動している場合には (3.23), (3.24) 式は

$$\frac{b_{30}}{b_{10}} = \frac{l_0}{2} \left| W\left(j\frac{3\nu}{2}\right) \right|, \quad \theta_3 - \theta_1 = <W\left(j\frac{3\nu}{2}\right) - \frac{\pi}{2}$$

となり, これを (3.25) 式に代入するとつぎの条件式になる

$$\begin{aligned}
& 1 - \frac{l_0^2}{2} \cdot \left| W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right| \cdot \left| W\left(j\frac{3\nu}{2}\right) \right| \cdot \cos\left[<W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right. \\
& \quad \left. + <W\left(j\frac{3\nu}{2}\right) \right] + \frac{l_0^4}{16} \left| W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right|^2 \cdot \left| W\left(j\frac{3\nu}{2}\right) \right|^2 \\
& = \frac{l_0^2}{4} \left| W\left(j\frac{\nu}{2}\right) \right|^2 \quad (3.26)
\end{aligned}$$

(3.26) 式はゲインが正弦波状に変動するときの第2近似式を与える²⁾ から (3.25) 式はこういう場合も含めた一般式をあらわしていることがわかる. 以下, 全く同様の手順によって近似度を高めることが可能である. すなわち, 一般に第 $(2n+1)$ 高調波が系の中で無視できるくらいに減衰するという仮定にもとづいて, 第 n 近似解が得られる. ただし, 後章で明らかに, 第1近似解がアナコム・シミュレートと非常によく合っており, 実際問題としては, 第2近似解以上は実用性が少ない.

前述の議論は $w \equiv \nu/2$ における安定限界を求めたのであるが, $w = 2 \times \nu/2$ でもループ内に周期解が存在し, 安定限界が得られる. このとき, $e(t)$ は直流成分

を含んでいるのでつぎのようにおく.

$$e(t) = b_0 + b_1 e^{j\omega t} \quad (3.27)$$

前述の手法を用いるとつぎの結果を得る.

$$\frac{b_{10}}{b_{00}} = \left[1 + \left(\frac{l_1 \nu}{l_0} \right)^2 \right]^{1/2} / W(j\nu) \cdot \left(\frac{l_0}{2} + \frac{l_1}{2} \cdot \nu^2 \cdot \frac{l_1}{l_0} \right) \quad (3.28)$$

$$\theta_0 - \theta_1 = -\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{l_1 \nu}{l_0} \right)^2}} \quad (3.29)$$

$$1 + 2 \cdot \frac{l_0}{2} \cdot \left(\frac{b_{00}}{b_{10}} \right) \cdot |W(j\nu)| \cdot \sin(\angle W(j\nu)) + \theta_0 - \theta_1 = 0 \quad (3.30)$$

(3.28), (3.29) 式を(3.30)式に代入したときの(3.30)式が $\omega = 2 \times \nu/2$ における第1近似解である. いま, $l_1 = 0$ とすると

$$1 - \frac{l_0^2}{2} W(j0) \cdot |W(j\nu)| \cdot \cos[\angle W(j\nu)] = 0 \quad (3.31)$$

となり, ゲインが正弦波状に変動する場合の安定限界条件式と一致する²⁾.

以上は2つの係数が正弦波状に変動する場合を解析したが, 航空機の縦運動特性式は(2.31)式であらわされる如く, 4つの係数が時間の関数になっている4次式である. この場合も前述までに導いた手法を全く同じに適用できる. (2.31)式は一般につぎのように書くことができる.

$$\begin{aligned} x^{(4)} + K_3 x^{(3)} + K_2 x^{(2)} + K_1 x^{(1)} + K_0 x \\ = l_3 \sin \nu t \cdot x^{(3)} - l_2 \sin \nu t \cdot x^{(2)} \\ - l_1 \sin \nu t \cdot x^{(1)} - l_0 \sin \nu t \cdot x \end{aligned} \quad (3.32)$$

ここで, $K_3, K_2, \dots$ は定数であり, $l_3, l_2, \dots$ は K を含んだパラメータをあらわす. (3.32)式は第3図のブロック図で表現可能である.

第3図 パラメータ励振を含んだ特性4次式のブロック図

ここで, $W(s)$ は次式の関係式をあらわす.

$$W(s) = \frac{1}{s^4 + K_3 s^3 + K_2 s^2 + K_1 s + K_0} \quad (3.33)$$

第1近似として, $e(t) = b_1 e^{j\omega t}$ とおき, $\omega = \nu/2$ における安定限界条件を求めると

$$\left[\frac{l_0}{2} - \frac{l_2}{2} \left(\frac{\nu}{2} \right)^2 \right] + \left[\frac{l_1}{2} \left(\frac{\nu}{2} \right) - \frac{l_3}{2} \left(\frac{\nu}{2} \right)^3 \right]^2$$

$$\times \left| W \left(j \frac{\nu}{2} \right) \right|^2 = 1 \quad (3.34)$$

となり, $l_2 = l_3 = 0$ とおくと (3.11) 式と一致する.

4. 実機への応用

前章で導いた安定限界条件式を用いて, 第2章にとりあげた航空機の縦運動特性の安定, 不安定領域を実際に計算し, アナコムで検討する. $M=0.6$ における特性4次式, (2.31)式において各係数の値をつぎのようにおく.

$$\begin{aligned} l_3 &= -0.0128 K, \quad l_2 = 0.058 K, \\ l_1 &= -0.1827 K, \quad l_0 = 0.4577 K \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$W(s) = \frac{1}{s^4 + 1.876s^3 + 6.9653s^2} \quad (4.2)$$

(4.1), (4.2) 式を(3.4)式に代入するとつぎの関係式を得る.

$$\begin{aligned} K^2 &= \frac{(0.0625\nu^4 - 1.7413\nu^2 + 0.038)^2}{(0.2288 - 0.007\nu^2)^2} \\ &\quad + \frac{(0.0305\nu - 0.2345\nu^3)^2}{(0.0457\nu - 0.0008\nu^3)^2} \end{aligned} \quad (4.3)$$

横軸を ν , 縦軸を K として (4.3) 式を ν - K 線図であらわしたのが第4図である. 同様に特性2次式は

第4図 縦運動の安定不安定領域

(3.11) 式を適用し, (2.33) 式から計算し, 実線で示してある. また, $M=0.9$ における安定限界線図も同様の手法で求めてある. 短周期近似式についても同様に計算できる. この場合, $K < 1$ の範囲で不安定になるような突風周波数は存在しないことがわかった. このことは(2.33), (2.34) 式で $K=0$ としたときの長周期モード, 短周期モードの非減衰固有振動数, 減衰比を比較してみれば明らかである.

$$\zeta_p = 0.054 \quad \omega_{np} = 0.078 \quad (4.4)$$

$$\zeta_s = 0.376 \quad \omega_{ns} = 2.633 \quad (4.5)$$

すなわち, 短周期モードの極の配置は長周期モードにくらべて虚軸上から遠い所にあるという事実に由来し

ている。虚軸から遠方の極は $K < 1$ の範囲で励振をうけても虚軸を飛び越えて右半平面に入る可能性がほとんどないから励振によって不安定になり得ない。結局、短周期モードは $K < 1$ の範囲での正弦波状の突風

第5図 4次式のアナコム・シミュレート ($M=0.6$)

に対しては発散モードにはなり得ないことがわかる。この事実は第4図で、特性4次式と長周期近似式の安定限界線図がほとんど等しいことから立証できる。

アナコム・シミュレートはつぎの手順で実験した。まず、(2.28)~(2.30)式の実線運動方程式をアナコムでシミュレートし、試行錯誤的に安定限界を求め、第4図にプロットした。また、 $u, \Delta\alpha_1 = \alpha_1, \Delta\theta = \theta$ として、実際の時間応答を第5図に示してある。つぎに、(2.19)~(2.21)式に支配される TVP 系をシミュレートした結果が非線形系の安定限界とよく一致した。これらが (2.31) 式から求めた TVP 系の特性方程式の安定限界と一致していることから、TVP 系近似が非常によい結果を与えていることがわかる。このことは迎角の変動分が他にくらべて小さく、この couple したものが系の特性にほとんど影響を与えないことに由来していると考えられる。また、シミュレートの結果をみればわかるように、 $w = v/2$ なる関係が支配的であることも明らかである。長周期運動は (2.32) 式をシミュレートし、第6図に示してあるが、この限界が (2.33) 式から得た安定限界線図と一致していることから、突風によって発生する強制項は特性モードの安定性には影響を与えないことがわかる。また、実験結果からつぎのことが結論づけられる。 $v = 2w_{np}$ の励振を受けたとき、最も小さい振幅の突風で不安定領域が発生する。また、高速になるほど励振周波数の小さい所で不安定領域が発生する傾向を示している。これは、 w_{np} が速度に逆比例することからいえることであり、高速になるほど、ゆっくりした外乱 (v が小) で特性モード (主として長周期モード) は不安定になりやすく、速い突風に対しては特性モードの安定性はほとんど影響をうけない。ただし、これらの議論は突風の振幅が小さいことを前提としてのことである。

第6図 長周期近似のアナコム・シミュレート

ここで求めた安定限界線図は $w=\nu/2$ における第1近似解だけであるが、アナコム・シミュレートの結果と非常によく一致していることから第1近似解だけで十分であることがわかる。このことは、十分な減衰特性を持っている制御系のパラメータ発散は $w=\nu/2$ で支配的であるという振動論の一般議論とよく一致していることを示している。また、特性4次式の不安定領域が長周期近似式とほぼ同じになった理由をつぎのように考える。本論文は、deterministic gust のもっとも厳しいものとして持続的突風としての正弦波をとりあげたが、もし、突風がパルスみたいに一定区間だけで、持続しない場合には航空機固有の短周期特性の静安定 ($C_{ma} < 0$) によって α の変化を減ずる方向に働き、風の方向と航空機の進行方向が一致し、 $\Delta\alpha$ はまもなく零となり、短周期特性が終了した後の長周期運動は α の変化には関係のない通常の運動となる。しかし、正弦波状の突風が加わると α_{gust} を生じ、この結果が速度変動を起こし、抵抗や推力の変化をひき起こしたり、垂直方向の力の変動をもたらしことになるので C_{zu} , C_{zu} が TVP となって長周期モードを不安定にしている。もちろん、 C_{za} , C_{za} も TVP となり、迎角の変化が直接的に効いてくるが、縦特性モードの不安定現象は速度変動が主たる原因になっていると考える。この傾向は高速になるほど著しいことも実験結果から明らかである。結局、TVP 系の安定限界はほとんど長周期モードに支配されると結論づけられる。さらに、迎角変化による外乱をあつかう場合には非線形系を線形非定常系に帰着して安定判別してもさしつかえないといえる。ただし、未知数の変化分自身の2乗は高次項として無視して以上の議論を進めてきたが、このことは迎角のように変化分の小さいものに対しては

妥当であるが、速度変化についての省略は疑問が残る。しかし、この場合でも、不安定なら、これらの影響をさらに助長すると考えられ、第1段階の近似としては前述までの手法は許されると考える。

5. む す び

航空機が定常直線飛行をしているとき、対称面内の突風を正弦波状にうけたとき、外乱の振幅がかなり小さい場合でも不安定領域が発生することが明らかになった。特に、発生する不安定振動はフーゴイド振動にあらわれ、長周期の非減衰固有振動数の2倍の突風周波数で不安定領域が最大に広がる。結論的につぎのことがいえる。航空機の安定性については、従来の固定係数系としての安定判別でも大体よいが、ある周期、ある強さの気流等の振動的擾乱をうけるときの安定判別をより厳密にやるために TVP 系としての安定判別をやってみたところ、従来の安定判別では安定と考えられる飛行条件の中にも不安定な領域があることがわかった。したがって、オートパイロットの設計とか、乱気流の中をパイロットが操縦する場合には TVP 系としての航空機を考慮すべきである。

終わりに、有益な助言をいただきました井町教授、西村教授、防大航空工学教室の塚原教授の皆様深く感謝致します。

文 献

- 1) William C. TRIPLETT: The Dynamic Response Characteristics of a 35° Swept-Wing Airplane as Determined from Flight Measurements, NACA TR 1950 (1955)
- 2) 市川, 金井: Successive Approximate Stability Criterion of Linear System with Sinusoidally Excited Gain Constant. 名大自動制御研究施設報告 XIII 40.12

球状先端をもつ鈍頭円錐物体まわりの極超音速流について*

木 村 雄 吉**

Hypersonic Flow around a Spherically Blunted Cone

Takeyoshi KIMURA

Abstract

In a hypersonic flow, an analysis of the flow around a spherically blunted cone was carried out by applying the equivalence principle. The present experiments were carried out at Mach numbers

of 10 by the use of Kyoto University pilot gun tunnel, and the drag and the shock wave shape were measured by the strain gage balance and the Schlieren photographs, respectively. The results of the theoretical analysis was compared with the experimental ones and it was resulted that the drag of the slightly blunted cone is nearly equal to or rather less than the drag of the sharp

* 第3回関西支部・中部支部共催秋期大会講演

昭和42年2月15日原稿受理

** 京都大学工学部