技 術 論 文

輻射加熱による平行四辺形平板の熱変形*

関 谷 壮**・角 誠之助**・松 本 鎧 一**
片 山 忠 一**・杉 本 一 平***

Thermal Deformation of Skew Plates under Radiant Heating

Tsuyoshi SEKIYA, Seinosuke SUMI, Eiichi MATSUMOTO,
Tadakazu KATAYAMA and Ippei SUGIMOTO

Abstract

The deformation of skew plate clamped along all edges under the uniform radiant heating was dealt experimentally and theoretically.

The temperature rise, the deflection and strains at many points on the surface of plate were measured continuously for the case of one surface heating. The thermal buckling phenomenon was clearly observed and the mode of the buckling was determined from the observed deflection of plate.

The fundamental differential equations for the thermal deformation of the skew plate were solved by the difference method, using the measured temperature distribution and considering the effect of the deformation of the clamping frame. The stress distribution, the critical temperature and the mode of the thermal buckling were calculated and compared with the experimental results.

1. 緒 言

近年、航空機の高速化をはじめ産業諸分野での工業技術のいちじらしい進歩発展にともない、種々の熱応力、熱変形問題が現われ、構造物の高温における挙動を理解しておくことが、ますます重要になってきている。

基本的な構造要素である平板の熱挙動は、空力加熱を受ける超音速機の問題とも密接に関連するため、従来から特に多くの研究がなされている^{1)~5)}。わが国でも、平板の熱変形については解析的ならびに数値的に問題を解いた多くの論文がすでに発表されている^{6)~14)}が、これらは大部分長方形平板に関するものである。一方、後退翼構造の要素となりうる平行四辺形平板については、ANDERSON¹⁵⁾が一辺に垂直および平行な圧縮力を受ける連続斜交板の挫屈問題を解いてお

り、周辺を固定された平行四辺形平板が、均一な面内境界圧縮応力を受ける場合について、GUEST¹⁶⁾がLAGRANGEの未定乗数法で、またWITTRICK¹⁷⁾がRAYLEIGH-RITZの方法により解を与えている。しかし、平行四辺形平板の熱変形についてなされた報告はまだ見当たらないようである。

本論文は、全周を固定された平行四辺形平板を、赤外線輻射加熱装置により加熱し、その熱変形挙動を観察するとともに、各時刻において実測された温度分布またはひずみ分布をもとに数値的な解析を行ない、平板内の面内変位分布、熱応力分布、挫屈条件および挫屈モードを求め、これらの結果を比較検討したものである。

平板の全周固定境界条件を満たすため、剛な平行四辺形固定枠を用いたが、実測によると完全に剛とはならず、枠の面内変形を考慮する必要があったので、理論解析においてはその影響をも考慮した。

2. 実験装置

i) 輻射加熱装置 本実験に使用した加熱源のユニットは、高い輻射熱エネルギーを集めるように、放物線断面の反射面をもつ米国リサーチ社製のSTRIP HEATER 5305-25 A (有効長さ 25 in) と石英管赤

第1図 輻射加熱ヒータ

* 昭和43年3月12日原稿受理

** 大阪府立大学工学部航空工学教室

*** 大阪府立大学大学院工学研究科

外線ランプ (定格 480 V, 2.5 kW) から構成されたものである。これを第1図に示すように8本平行に密に並べて加熱源とし、イグナイトロンにより出力を制御して試験平板を片面より加熱し、実験を行なった。

ii) 試験平板および固定用枠 試験に使用した平行四辺形平板は、磨鋼板 (厚さ2.59 mm) から第2図に示されるような形状に切断加工し、板に存在する初期の曲がりや局所的な凹凸をできるだけ除去するようひずみ取り機を通した。また、この平板に周辺固定の境界条件を与えるための固定用枠は、厚さ 45 mm の厚鋼板より第3図に示すような断面の平行四辺形枠に加工し、板に十分剛な境界条件を与えるようにした。固定枠の平板をはさむ面は、板が一平面に固定されるに十分な精度をうるようすり合わせ加工を行なった。また、平板の加熱にともなう枠の温度も上昇し、その剛性は低下する。これを防止するには通水などによる冷却が考えられるが、既報の研究¹⁴⁾において熱変形が発生する前後までの比較的短時間の加熱においては、通水による冷却効果は多く期待できなかった。一方、また剛性を低下させないで通水路を設けるには、きわめて大きな枠が必要となることなどを考えて、本研究においては、第3図のような断面を採用し、板面内の曲げ剛性が大きくなるようにし、通水による冷却は行なわなかった。また、直接加熱による枠の温度上昇を防ぐには、ガラス・ファイバーを主体とする断熱材で枠の上面をおおった。

iii) 温度、たわみおよびひずみの測定 輻射加熱

平板有効寸法

$$a = 400 \text{ mm}$$

$$b = 200 \text{ mm}$$

第2図 試験平板寸法

第3図 平板固定用枠の断面図

により平行四辺形平板には過渡的温度場が生じる。その温度変化の測定は、平板の上下両面で行なったが、これには 0.3 mmφ のガラス・ウール被覆、銅・コンスタンタン熱電対を用い、先端は約 2 mm はなしてスポット溶接し、打点式記録計とペン・レコーダで連続記録した。また、たわみの計測には、非接着型ひずみゲージ (Uゲージ) と、動ひずみ計に直接組みこむことのできる D. T. F 型変位計を使用し、平板裏面より剛なレバーを介して測定した。この実験では、後述 (第5図) のように約 120°C で変形現象が発生したが、この程度の温度範囲では、自己温度補償型ひずみゲージの使用が可能であり、接着作業の容易なポリエステル・ベースのロゼット・ゲージを用いてひずみ測定を行なった。平行四辺形平板にこのゲージを貼り付けた後、まず大型加熱炉中で、無応力の状態で加熱をくり返し、接着剤を含めてのゲージの安定化をはかり、温度による零点移動量を各ゲージについて計測し、その試験平板を実験に使用して輻射加熱による平板上の熱ひずみ分布を求めた。なお、ゲージの結線は三線式¹⁴⁾を用いた。

3. 実験結果

i) 温度測定結果 輻射加熱による熱量を加熱器の高さおよび電力制御部の出力で平板の厚さに応じて調節し、平板上の過渡的温度分布をえた。ここで使用した板厚では表と裏の温度の違いはごくわずかで、後述の理論解析ではその平均値をとってその点の板の温度とした。板の長手中心線に沿っての温度分布 (表裏の平均値) の一例を、加熱開始後、増加していく中心点温度 $T_{\max}$ をパラメータとして第4図に示す。実験によると温度分布は平行四辺形平板の中心にほぼ点対称であるため、中心に関し互いに点対称な2つの位置の平均温度をこれらの2点の温度とみなして後述の理論解析を行なった。

ii) たわみ測定結果 たわみは剛なレバーを介して D. T. F および U ゲージで測定を行なった。板の

第4図 温度分布の変化

第5図 たわみの変動

中心点の温度上昇 ($T_{\max}$) に対するたわみ変化の一例を第5図に示す。 $T_{\max}$ が約 120°C のとき挫屈現象が生じていることが、この図から明らかに認められる。

(iii) ひずみ測定結果 実測したひずみ分布より応力分布を計算した。これについては後記の理論解析より求めた応力分布の図中に示すこととする (第11, 12図)。

4. 理論解析

i) 基礎式

記号

ξ, η, ζ : 斜交座標

d : 板厚

θ : $\angle \xi O \eta$

u, v, w : ξ, η, ζ 方向における中央面の変位の共変成分

α : 線膨張係数

E : 縦弾性係数

ν : POISSON 比

D : 板の曲げ剛性 ($=Ed^3/12(1-\nu^2)$)

$\sigma^{11}, \sigma^{22}, \sigma^{12}$: 斜交座標系における板の中央面の応力テンソルの反変成分

P_{ij}, Q_{ij}, R_j : (8)および(11)式で定義される係数

K_{10} : (7)式において温度により定まる項

h : 階差表示における格子間隔

$T(\xi, \eta, \zeta)$: 点 (ξ, η, ζ) の温度

$$\bar{T} = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} T(\xi, \eta, \zeta) d\zeta$$

$$\bar{T}' = \frac{1}{d^2} \int_{-d/2}^{d/2} \zeta T(\xi, \eta, \zeta) d\zeta$$

$p(\xi, \eta)$: 分布荷重

$$\lambda = (1/D)2dh^2 \sin^2 \theta$$

$$\nabla^4 = \operatorname{cosec}^4 \theta \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - 2 \cos \theta \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right)^2$$

添字 ξ, η は、 ξ および η に関する偏微分演算を表わす。

前節 i) で求めた平行四辺形平板の温度分布にもとづく熱変形が満足すべき微分方程式^{6), 19)~21)}は

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ u_{\xi} + \frac{1}{2} w_{\xi}^2 + (\cos^2 \theta + \nu \sin^2 \theta) \left(v_{\eta} + \frac{1}{2} w_{\eta}^2 \right) - \cos \theta (u_{\eta} + v_{\xi} + w_{\xi} w_{\eta}) \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ \frac{1}{2} (1 + \cos^2 \theta - \nu \sin^2 \theta) (u_{\eta} + v_{\xi} + w_{\xi} w_{\eta}) - \cos \theta \left(u_{\xi} + \frac{1}{2} w_{\xi}^2 + v_{\eta} + \frac{1}{2} w_{\eta}^2 \right) \right\} \\ & = (1 + \nu) \alpha (\bar{T}_{\xi} - \cos \theta \bar{T}_{\eta}) \sin^2 \theta \\ & \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \frac{1}{2} (1 + \cos^2 \theta - \nu \sin^2 \theta) (u_{\eta} + v_{\xi} + w_{\xi} w_{\eta}) - \cos \theta \left(u_{\xi} + \frac{1}{2} w_{\xi}^2 + v_{\eta} + \frac{1}{2} w_{\eta}^2 \right) \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ (\cos^2 \theta + \nu \sin^2 \theta) \left(u_{\xi} + \frac{1}{2} w_{\xi}^2 \right) + v_{\eta} + \frac{1}{2} w_{\eta}^2 - \cos \theta (u_{\eta} + v_{\xi} + w_{\xi} w_{\eta}) \right\} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
&= (1+\nu)\alpha(\bar{T}_\eta - \cos\theta\bar{T}_\xi)\sin^2\theta \\
&\frac{\partial}{\partial\xi}\left[w_\xi\left\{u_\xi + \frac{1}{2}w_\xi^2 + (\cos^2\theta + \nu\sin^2\theta)\left(v_\eta + \frac{1}{2}w_\eta^2\right) - \cos\theta(u_\eta + v_\xi + w_\xi w_\eta)\right\}\right. \\
&\quad \left.+ w_\eta\left\{\frac{1}{2}(1+\cos^2\theta - \nu\sin^2\theta)(u_\eta + v_\xi + w_\xi w_\eta) - \cos\theta\left(u_\xi + \frac{1}{2}w_\xi^2 + v_\eta + \frac{1}{2}w_\eta^2\right)\right\}\right] \\
&\quad + \frac{\partial}{\partial\eta}\left[w_\eta\left\{(\cos^2\theta + \nu\sin^2\theta)\left(u_\xi + \frac{1}{2}w_\xi^2\right) + v_\eta + \frac{1}{2}w_\eta^2 - \cos\theta(u_\eta + v_\xi + w_\xi w_\eta)\right\}\right. \\
&\quad \left.+ w_\xi\left\{\frac{1}{2}(1+\cos^2\theta - \nu\sin^2\theta)(u_\eta + v_\xi + w_\xi w_\eta) - \cos\theta\left(u_\xi + \frac{1}{2}w_\xi^2 + v_\eta + \frac{1}{2}w_\eta^2\right)\right\}\right] \\
&\quad - (d^2/12)\{w_{\xi\xi\xi\xi} - 4w_{\xi\xi\xi\eta}\cos\theta + 2(1+2\cos^2\theta)w_{\xi\xi\eta\eta} - 4w_{\xi\eta\eta\eta}\cos\theta + w_{\eta\eta\eta\eta}\} \\
&= (1+\nu)\alpha\sin^2\theta[d(\bar{T}_{\xi\xi} + \bar{T}_{\eta\eta} - 2\bar{T}_{\xi\eta}\cos\theta) + \frac{\partial}{\partial\xi}\{\bar{T}(w_\xi - w_\eta\cos\theta)\} \\
&\quad + \frac{\partial}{\partial\eta}\{\bar{T}(w_\eta - w_\xi\cos\theta)\}] - \frac{1-\nu^2}{Ed}p\sin^4\theta
\end{aligned} \quad (3)$$

で与えられるが、このまま取り扱うには非常に複雑な計算が必要であるため、これらを線型化した次式により、初期の面内変形と応力、初期挫屈条件および挫屈モードを求め、比較検討する。

まず中央面内変位の共変成分 u, v が満足すべき方程式は

$$\begin{aligned}
&u_{\xi\xi} - 2u_{\xi\eta}\cos\theta + (1/2)u_{\eta\eta}(1+\cos^2\theta - \nu\sin^2\theta) - v_{\xi\xi}\cos\theta + (1/2)v_{\xi\eta}(1+3\cos^2\theta + \nu\sin^2\theta) - v_{\eta\eta}\cos\theta \\
&= \alpha(1+\nu)(\bar{T}_\xi - \cos\theta\bar{T}_\eta)\sin^2\theta
\end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
&-u_{\xi\xi}\cos\theta + (1/2)u_{\xi\eta}(1+3\cos^2\theta + \nu\sin^2\theta) - u_{\eta\eta}\cos\theta + (1/2)v_{\xi\xi}(1+\cos^2\theta - \nu\sin^2\theta) - 2v_{\xi\eta}\cos\theta + v_{\eta\eta} \\
&= \alpha(1+\nu)(\bar{T}_\eta - \cos\theta\bar{T}_\xi)\sin^2\theta
\end{aligned} \quad (5)$$

また、板のたわみ w の満足すべき方程式は

$$\begin{aligned}
D\nabla^4 w &= d \operatorname{cosec}\theta(\bar{\sigma}^{11}w_{\xi\xi} + 2\bar{\sigma}^{12}w_{\xi\eta} \\
&\quad + \bar{\sigma}^{22}w_{\eta\eta})
\end{aligned} \quad (6)$$

で与えられる。

(4)および(5)式を解くため第6図のような格子点配置に対し、これらを階差方程式に変換すれば次式となる。

$$\sum_{j=0}^8 P_{ij}u_j + \sum_{j=0}^8 Q_{ij}v_j = K_{i0} \quad (i=1, 2) \quad (7)$$

ただし

$$\begin{aligned}
P_{10} &= Q_{20} = -(3 + \cos^2\theta - \nu\sin^2\theta) \\
P_{12} &= P_{14} = Q_{21} = Q_{23} = \frac{1}{2}(1 + \cos^2\theta - \nu\sin^2\theta) \\
P_{11} &= P_{13} = Q_{22} = Q_{24} = 1 \\
-P_{15} &= P_{16} = -P_{17} = P_{18} = -Q_{25} = Q_{26} = -Q_{27} = Q_{28} = \frac{1}{2}\cos\theta \\
P_{20} &= Q_{10} = 4\cos\theta \\
P_{21} &= P_{22} = P_{23} = P_{24} = Q_{11} = Q_{12} = Q_{13} = Q_{14} = -\cos\theta \\
P_{25} &= -P_{26} = P_{27} = -P_{28} = Q_{15} = -Q_{16} = Q_{17} = -Q_{18} = \frac{1}{8}(1 + 3\cos^2\theta + \nu\sin^2\theta) \\
K_{10} &= \frac{1}{2}\alpha h(1+\nu)\{T_1 - T_3 - (T_2 - T_4)\cos\theta\}\sin^2\theta \\
K_{20} &= \frac{1}{2}\alpha h(1+\nu)\{T_2 - T_4 - (T_1 - T_3)\cos\theta\}\sin^2\theta
\end{aligned} \quad (8)$$

したがって、第7図のような等間隔平行四辺形格子の格子配置に対し、各内点に(7)式の形の二つずつの階差方程式が得られるが、温度分布が平行四辺形平板の中心点に関して点対称な場合は、変位ベクトルはこの中心点に関して点対称となるので中心点の変位はなく、第7図の格子点 1, 2……10 における変位の方程式を解くだけでよい。

第6図 代表格子

変位の共変成分が得られると、これより応力テンソルの反変成分は次式右边を階差化した式より数値的に求められる¹⁸⁾。

$$\begin{pmatrix} \bar{\sigma}^{11} \\ \bar{\sigma}^{22} \\ \bar{\sigma}^{12} \end{pmatrix} = \frac{E \operatorname{cosec}^3 \theta}{1 - \nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \cos^2 \theta + \nu \sin^2 \theta & -\cos \theta \\ \cos^2 \theta + \nu \sin^2 \theta & 1 & -\cos \theta \\ -\cos \theta & -\cos \theta & (1/2)(1 + \cos^2 \theta - \nu \sin^2 \theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_\xi \\ v_\eta \\ u_\eta + v_\xi \end{pmatrix} - \frac{E \alpha \bar{T}}{1 - \nu} \begin{pmatrix} \operatorname{cosec} \theta \\ \operatorname{cosec} \theta \\ -\cot \theta \end{pmatrix} \quad (9)$$

(9)式より得られる応力成分を(6)式に代入し挫屈条件を検討する。そのため第8図の格子点配置に対し(6)式を階差方程式に変換すると

$$\sum_{j=0}^{20} R_j w_j = 0 \quad (10)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= 40 \left(1 + \frac{4}{5} \cos^2 \theta \right) + 2\lambda(\bar{\sigma}^{11} + \bar{\sigma}^{22}) \\ R_1 &= R_2 = -\{16(1 + \cos^2 \theta) + \lambda \bar{\sigma}^{11}\} \\ R_3 &= R_4 = R_7 = R_8 = 2 \\ R_5 &= R_6 = -\{16(1 + \cos^2 \theta) + \lambda \bar{\sigma}^{22}\} \\ R_9 &= R_{11} = 4(1 + 2 \cos \theta + 2 \cos^2 \theta) - \frac{1}{2} \lambda \bar{\sigma}^{12} \\ R_{10} &= R_{12} = 4(1 - 2 \cos \theta + 2 \cos^2 \theta) \\ &\quad + \frac{1}{2} \lambda \bar{\sigma}^{12} \\ -R_{13} &= -R_{14} = R_{15} = R_{16} = -R_{17} \\ &= -R_{18} = R_{19} = R_{20} = 2 \cos \theta \\ \lambda &= \frac{1}{D} \cdot 2 d h^2 \sin^3 \theta \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

となる。全周固定の場合を考えると第9図の周辺の内点*i*と対称な外点0に対し

$$w_0 = w_i \quad (12)$$

の関係が成立するから、第7図の周辺の外側にさらに一層の外部格子を追加し、これらの点の*w*を(12)式

第7図 平行四辺形平板上の格子配置

第8図 代表格子

により消去することにより *w* に関する連立1次方程式を得る。この連立方程式の係数行列式が0となると挫屈がおこる。この際平板の辺長比が2:1であるため、反対称モードで挫屈すると仮定する(全領域にわたって *w* の対称性または反対称性を仮定しないで解析しても、ほとんど同じ最小臨界状態が得られ、上に仮定したと同じ反対称モードのたわみが初期挫屈において現われることを数値計算的に確かめた)。したがって、加熱を始めてからの中心点温度上昇を横軸に、上記の係数行列式の値を縦軸にとってグラフを描けば、この曲線が横軸を切るときに挫屈が起こることになる。

ii) 数値計算結果 3節i)で得られた温度分布を(8)式に代入し、階差方程式(7)を解くことにより各格子点の変位の共変成分(*u*, *v*)が得られる。第7図の格子点配置に対して、これは20元1次連立方程式となり、これを電子計算機で解いて各格子点の(*u*, *v*)を求めた。計算は加熱開始後のいくつかの温度分布について行なった。はじめ、周辺固定枠の変形はなく、平板の全周は完全に固定されていると仮定して解析したが、実際に加熱した場合、かなり剛性の大きな固定枠であったにもかかわらず枠は変形した。そのため、加熱のさいの枠の変形による周辺格子点の変位を測定し、それより周辺での *u*, *v* の値を求めこれを周辺値として、温度分布がないとき (*T*=0) の(7)式の解を求め、さきの解と合成して補正した。これら本論文の解析手順を第10図に示す。

以上のようにして求めた変位分布および温度分布を(9)式に代入して面内応力分布を計算した。この結果を実験のさいのひずみ測定より得られた応力分布とともに示したのが第11図、第12図であり、高温におけるひずみ測定の困難さを考慮すれば、両者の値はよく

第9図 周辺境界の格子

第10図 本論文の解析手順

第11図 面内応力の実験値と理論値の比較(1)

第12図 面内応力の実験値と理論値の比較(2)

一致していると思われる。このようにして応力分布が得られ、これを(10)式に代入して、その係数行列式 Δ の値を計算した。この Δ は棒の変形がないときと、棒の変形をも考慮したときの2つに対して求めたが、これらを第13図に示す。この図より棒の変形がないときは棒の変形があるときよりかなり早く挫屈条件に到達することがわかる。棒の変形を考慮したときの挫屈温度 $T_{\max, cr}$ は第5図および第13図より明らかなように実測たわみが急に増加しはじめる温度とほぼ一致しており、実測たわみの急増温度より少し高くなっていることがわかる。これは理論解析では、平板は一応完全に初期たわみを持たず、またたわみに対する周辺固定条件 $w=0$, $\partial w/\partial n=0$ (n は周辺の法線方向)が完全に満たされているとしているのに対し、実験平板ではこれらの条件を理想的に満たすことは困難であることなどによるものと思われる。また、棒の

変形を考慮したときの挫屈時のモードの理論解析結果と実験結果の比較を第14図に示す。実験平板の初期たわみや棒の変形などによる影響から、若干の誤差はやむを得ないことを考えると、理論ならびに実験より求めたモードはおおむね一致しているものと思われる。一方、棒の変形がない場合の各挫屈温度、すなわち第13図の曲線が横軸を切る3点 $T=T_{1cr}$, T_{2cr} , T_{3cr} ($T_{1cr} < T_{2cr} < T_{3cr}$)に対してモード解析を行なった結果を第15~17図に示す。

5. 結 論

本研究は一樣な輻射加熱を受ける周辺固定平行四辺形平板の熱変形を実験および理論的に取り扱ったもので、その要旨はつぎのとおりである。

まず実験においては、赤外線輻射加熱器により片面加熱を行ない、平板内の温度、たわみおよびひずみの

第13図 平板中心点の温度上昇に対する λ の変化

第14図 長手中心線上の撓屈モード

第15図 棒の変形を考慮しない場合の撓屈変形の等値曲線 (撓屈温度 $=T_{1,cr}$)

第16図 棒の変形を考慮しない場合の撓屈変形の等値曲線 (撓屈温度 $=T_{2,cr}$)

第17図 棒の変形を考慮しない場合の撓屈変形の等値曲線 (撓屈温度 $=T_{3,cr}$)

各分布の加熱開始後の推移を求めた。たわみ測定により撓屈現象が明らかに観察されたが、本実験条件のもとで、このときの平板内最高温度上昇は約 120°C であった。この程度の温度上昇においては、自己温度補償型ひずみゲージの使用が可能であり、あらかじめ温度による零点移動量を検定してひずみの測定を行ない、平板面内の応力分布を計算して理論値と比較したが、高温実験におけるひずみ測定の困難などを考慮に入れると、かなりよい一致がみられた。

一方理論解析においては、非線型連立偏微分方程式で表わされる厳密な基礎式を線型化した式により、実測の温度分布にもとづく板面内の変位および応力の分布を求め、さらに撓屈条件の検討を行ない、さらには撓屈モードを求めて、実験で得られた結果との比較検討を行なった。

本実験による撓屈開始温度は、理論解析より求めた撓屈開始温度と非常によく一致しており、実験実施上の困難さ、理論解析の近似性などを考えればかなり満足すべきものと思われる。

実験に使用した平板周辺固定用枠は、かなり剛性の大きいものであり、また枠の直接加熱を防止するためグラス・ファイバー断熱材を使用した。実際には枠の変形が観察された。当然この変形が撓屈条件に大きな影響を与えるので、枠の変形がないとした場合および枠の変形を考慮した場合についてそれぞれ計算を行なった。

終わりに本研究には昭和 41 年度より昭和 42 年度にわたる文部省科学試験研究費の援助を受けたことを記し、実験には東京大学植村益次教授のご好意により、東京大学宇宙航空研究所の装置を一部借用させて頂いたことに対し、深甚な謝意を表する次第である。また、実験および数値計算などに助力していただいた矢田康之君、ならびに図面と原稿の整理に助力していただいた八幡秀児、渡部文子両君に感謝する。

文 献

- 1) PARKES, E. W.: Transient thermal stresses in wings, Aircraft Engng., Vol. 25, No. 298, (1953/12) p. 373.
- 2) ISACKSON, G: A simple model study of transient temperature and thermal stress distribution due

- to aerodynamic heating, *J. Aero. Sci.*, Vol. 24, No. 8, (1957/8) p. 611.
- 3) TRAMOSCH, H.: Theoretical and experimental investigation of thermal stresses in hypersonic aircraft wing structures, *J. Aero. Sci.*, Vol. 29, No. 6, (1962/6) p. 719.
 - 4) HOFF, N. J.: Thermal buckling of supersonic wing panels, *J. Aero. Sci.*, Vol. 23, No. 11, (1956/11) p. 1019.
 - 5) NEUT, A. VAN DER: High temperature effects in aircraft structures, Pergamon Press, New York (1958).
 - 6) M. UEMURA and M. SUNAGAWA: Deformation and thermal stress in a rectangular plate subjected to kinetic heating, *Proc. of the 10th Japan Nat. Congr. for Appl. Mech.*, (1960) p. 55.
 - 7) M. SUNAGAWA and M. UEMURA: Deformation and thermal stress in a rectangular plate subjected to aerodynamic heating (for the case of simply supported edges), *Aero. Res. Inst., Univ. of Tokyo, Rep. No. 359* (1960/12).
 - 8) 砂川恵, 植村益次: 空力加熱による長方形平板の変形と熱応力 (四辺単純支持の場合) 日本機械学会論文集 27巻, 179号, (昭36/7) p. 1074.
 - 9) 砂川恵: 空力加熱による矩形平板の熱変形 (四辺固定の場合) 日本航空学会誌 9巻, 85号, (1961/2) p. 37.
 - 10) 植村益次, 砂川恵, 冬木稔: 輻射加熱による構造要素試験装置と一実験結果, 日本航空学会誌 10巻, 98号, (1962/3) p. 79.
 - 11) 砂川恵, 渡辺利光, 井上向史, 阿部慎蔵: 初期変形を有する加熱平板の非線型自由振動, 日本航空学会誌, 15巻, 157号, (1967/12) p. 39.
 - 12) K. MIURA: Thermal buckling of rectangular plates, *Aero. Res. Inst., Univ. of Tokyo, Rep. No. 353* (1960/5).
 - 13) M. UEMURA: Deformation and thermal stress of rectangular beams of flat strips heated at one surface, *Aero. Res. Inst., Univ. of Tokyo, Rep. No. 352* (1960).
 - 14) Y. SUGIYAMA, T. SEKIYA and S. SUMI: Wärme spannungen einer geklemmten rechteckigen Platte durch radialer Erwärmung, *Bull. Univ. Osaka Pref., Ser. A, Vol. 16, No. 1* (1967) p. 29.
 - 15) ANDERSON, R. A.: Charts giving critical compressive stress of continuous flat sheet devided into parallelogram-shaped panels, *NACA Tech. Note 2392* (1951).
 - 16) GUEST, J.: The buckling of uniformly compressed parallelogram plates having all edges clamped, *Aero. Research Lab. Report S.M. 172* (1951).
 - 17) WITTRICK, W. H.: Buckling of oblique plates with clamped edges under uniform compression, *Aero. Quart.*, Vol. 4 (1953/2) p. 151.
 - 18) 吉村慶丸: 平行四辺形板の弾性論, 日本航空学会誌, 1巻, 3号, (1953) p. 127.
 - 19) MORLEY, L. S. D.: Skew plates and structures, Pergamon Press, New York (1963).
 - 20) HEMP, W. S.: Fundamental principles and theorems of thermoelasticity, *Aero. Quart.*, Vol. 7, (1956/8) p. 184.
 - 21) T. KATAYAMA, E. MATSUMOTO and T. SEKIYA: Fundamental equations for thermoelastic deformation of skew plates, *Bull. Univ. Osaka Pref., Ser. A, Vol. 16, No. 2* (1967).

ランダム荷重による浅い殻の振動*

小林 繁 夫**

Vibration of Shallow Shells Caused by Random Loading

Shigeo KOBAYASHI

Abstract

In order to numerically clarify the effect of small curvature on vibration prevention of panels for random loading, an analytical study is carried out by the linear theory for a shallow shell having a constant curvature in x and y directions, respectively, and a rectangular plane figure. The boundary condition is "simply supported" for bending. And two cases, i.e. free and constraint, are considered for in-surface displacements. The mean-square of the amplitude of each component mode is calculated. As a result, it is clarified that the lowest mode is predominant and the curvature

is effective to diminish the mean-square of the amplitude. The difference of the natural frequency due to the in-surface boundary condition becomes small according as the depth-thickness ratio of the shallow shell becomes large. But the "constraint" in-surface displacement condition more diminishes the mean-square of the amplitude.

1. 緒言

ジェット機の後部胴体および尾部では、ジェット・ノイズによるパネルの音響疲労 (acoustic fatigue または sonic fatigue) が構造設計上一つの問題になっている。また自動車では走行時に路面から受ける動的な荷重による各部パネルの振動が乗り心地の上から問題になっている。これらの荷重はいわゆるランダムな性

* 昭和42年7月8日 構造強度に関する講演会において発表, 昭和43年3月18日原稿受理

** 東京大学工学部航空学科