論文

昇降加速度計の試作研究

武田、晋一郎*

A New Differential Rate-of-Climb Meter

Shin'ichiro TAKEDA

The present paper describes the general theory and the experiment of the newly invented "differential rate-of-climb meter" which indicates the vertical acceleration of the airplane by the change of the atmospheric pressure. When the airplane is in phygoid motion, the lag of the indication of the differential rate-of-climb meter is very small compared to the vertical speed. So the pilots of the airplane will be able to control his plane more easily than the common rate-of-climb meter is used. One method of affording the differential character to the common rate-of-climb meter is proposed.

1. まえがき
2. 昇降加速度計の原理
3. 昇降加速度計の作動理論
4. 昇降加速度計の実験
5. 昇降計に昇降加速度計の性質を与える方法とその作動理論
6. その実験
7. むすび

1. まえがき

飛行機の昇降度を看る計器としては現在昇降速度計(通称昇降計)が用いられている。昇降計は毛細管の両端の圧力差により気圧の変化の割合を測定するものであるが、遅れが相当大きいので、計器飛行のとき縦運動の安定および減衰に用いると操縦者の熟練を要する欠点がある。このときの操縦者の熟練を分析すれば、昇降計の指度の変化の様相から昇降の加速度を直観的に感得して操縦するものと考えられる。したがって、昇降の加速度を直示する計器があれば、未熟練者でも計器飛行を容易に実施しうるものと想像される。

昇降の加速度は慣性の原理による加速度計によっても測定できるが、飛行機の水平飛行時の縦運動の加速度はきわめて小さいのでこの方法によって直示計器を作ることは困難である。著者は昇降計の原理を拡張して昇降加速度を気圧変化の加速度によって直示する新計器を考究し、きわめて安定確実なる昇降加速度計を試作することができた。また実用上の考慮より現在使われている昇降計を改造して、昇降速度と昇降加速度

とを同一計器で直示する方法の研究も行って良好なる結果を得たので、以下これについてその概要を述べる。

2. 昇降加速度計の原理

普通の昇降計は気圧の変化率を測定して昇降速度を指示するものであるが、昇降加速度計は気圧の変化の加速度を測定して昇降加速度を指示するものである。すなわち、昇降速度計の微分値を指示するものであるから、昇降計よりも遅れが少いわけである。

昇降加速度計の原理的構造は第1図の通りであって、毛細管を用いて昇降計の変位を微分した値を指示するようになっている。昇降計の微分操作には種々の構成様式が考えられるが、第1図は最も簡単なものである。

加速度指示部

昇降速度計部

第1図 昇降加速度計の原理的構造

第1図の右側部は昇降速度計を構成し、左側部は昇降加速度指示計を構成している。昇降速度計の空盒

* 法政大学工学部

(2) の変位による空気の入出流は毛細管 (1) を通じて開放大気中に流れるので、その両端に生ずる圧力差は空盒 (1) によって指示される。空盒 (2) の変位は昇降速度に比例するので、その変位速度に比例する空盒 (1) の変位は昇降加速度に比例するのである。したがって、左側の空盒 (1) の変位を拡大指示すれば昇降加速度計となるわけである。

第2図は昇降速度計の指針の移動と昇降加速度計の指度との関係を示したもので、昇降速度計の指針が移動速度を持っていれば加速度計は有限値を示しているが、静止すれば零を示すのである。

第2図 昇降速度計と昇降加速度計の指度の比較

3. 昇降加速度計の作動理論

気圧、圧力差、流量、毛細管の抵抗係数を第1図のように定める。矢印の方向を各量の正の方向にとる。圧力と圧力差の関係は¹⁾

$$p_1 \equiv P_1 - P \quad p_2 \equiv P_2 - P \quad (1)$$

$$p_{21} \equiv P_2 - P_1 = p_2 - p_1 \quad (2)$$

毛細管内の空気の流れは層流であるから、ポアジュリエの法則により

$$p_1 = \alpha_1 q_1 \quad p_2 = \alpha_2 q_2 \quad (3)$$

q_1 は空盒 (1) および (2) の内部よりの容積流出量であるから、空盒 (1) および (2) の容積変化率をそれぞれ

$$\frac{dV_1}{dp_1} \equiv B_1 \quad \frac{dV_2}{dp_{21}} \equiv B_2 \quad (4)$$

とおけば、

$$q_1 = -B_1 \frac{dp_1}{dt} + B_2 \frac{dp_{21}}{dt} \quad (5)$$

となる。(2)、(3) および (5) より

$$\alpha_1 (B_1 + B_2) \frac{dp_1}{dt} + p_1 = \alpha_1 B_2 \frac{dp_2}{dt} \quad (6)$$

を得る。 q_2 は容積 V_2 の空気室よりの空気の流出量

と空盒 (2) の変位による空気の流出量との和であって、空気室内の空気の状態変化は等温であるとするれば、

$$\begin{aligned} q_2 &= -\frac{1}{\rho_2} \frac{d}{dt} (\rho_2 V_2) = -\frac{1}{\rho_2} \frac{d\rho_2}{dt} V_2 - \frac{dV_2}{dt} \\ &= -\frac{V_2}{P_2} \frac{dP_2}{dt} - \frac{dV_2}{dt} \frac{dp_{21}}{dt} = -\frac{V_2}{P_2} \frac{dP}{dt} \\ &\quad - \frac{V_2}{P_2} \frac{dp_2}{dt} - B_2 \frac{dp_2}{dt} + B_2 \frac{dp_1}{dt} \end{aligned}$$

となる。この式と (3) とより

$$\begin{aligned} \alpha_2 \left(\frac{V_2}{P_2} + B_2 \right) \frac{dp_2}{dt} + p_2 \\ = -\alpha_2 \frac{V_2}{P_2} \frac{dP}{dt} + \alpha_2 B_2 \frac{dp_1}{dt} \quad (7) \end{aligned}$$

を得る。

(6) と (7) とは p_1 および p_2 に対する連立1次微分方程式である。これから p_2 または p_1 を消去すれば、 p_1 および p_2 に対する2次微分方程式を得る。

$$A \frac{d^2 p_1}{dt^2} + B \frac{dp_1}{dt} + C p_1 = -\alpha_1 \alpha_2 \frac{V_2}{P_2} B_2 \frac{d^2 P}{dt^2} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} A \frac{d^2 p_2}{dt^2} + B \frac{dp_2}{dt} + C p_2 \\ = -\alpha_1 \alpha_2 (B_1 + B_2) \frac{V_2}{P_2} \frac{d^2 P}{dt^2} - \alpha_2 \frac{V_2}{P_2} \frac{dP}{dt} \quad (9) \end{aligned}$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} A &\equiv \alpha_1 \alpha_2 \left\{ (B_1 + B_2) \frac{V_2}{P_2} + B_1 B_2 \right\} \\ B &\equiv \alpha_2 \left(\frac{V_2}{P_2} + B_2 \right) + \alpha_1 (B_1 + B_2) \\ C &\equiv 1 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

飛行機の高度 z と気圧 P との関係は

$$\frac{dP}{dt} = -\rho g \frac{dz}{dt}$$

であるから、

$$\frac{d^2 P}{dt^2} = -g \frac{d}{dt} \left(\rho \frac{dz}{dt} \right) = -\rho g \frac{d^2 z}{dt^2} - g \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \frac{d\rho}{dz}$$

である。昇降速度 dz/dt が余り大きくなければ、右辺の第2項は省略してよいので、これらの関係を (8) と (9) に代入し、更にその差 p_{21} に対する式をも求めると次のようになる。

$$A \frac{d^2 p_1}{dt^2} + B \frac{dp_1}{dt} + C p_1 = D \frac{d^2 z}{dt^2} \quad (11)$$

$$A \frac{d^2 p_2}{dt^2} + B \frac{dp_2}{dt} + C p_2 = E \frac{dz}{dt} + F \frac{d^2 z}{dt^2} \quad (12)$$

$$A \frac{d^2 p_{21}}{dt^2} + B \frac{dp_{21}}{dt} + C p_{21} = E \frac{dz}{dt} + G \frac{d^2 z}{dt^2} \quad (13)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} D &\equiv \alpha_1 \alpha_2 \frac{V_2}{P_0} B_2 \frac{T_0}{T} \rho_0 g \\ E &\equiv \alpha_2 \frac{V_2}{P_0} \frac{T_0}{T} \rho_0 g \\ F &\equiv \alpha_1 \alpha_2 \frac{V_2}{P_0} (B_1 + B_2) \frac{T_0}{T} \rho_0 g \\ G &\equiv F - D \equiv \alpha_1 \alpha_2 \frac{V_2}{P_0} B_1 \frac{T_0}{T} \rho_0 g \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

定常状態においては、(11), (12), (13) の左辺の第3項のみが残るので、 p_1 は飛行機の昇降加速度 d^2z/dt^2 に比例する。したがって、空盒(1)の変位を拡大指示すれば昇降加速度を測定することができるのである。

微分方程式(11)の特性方程式は根の判別式

$$\begin{aligned} B^2 - 4AC &= \left\{ \alpha_2 \left(\frac{V_2}{P_2} + B_2 \right) + \alpha_1 (B_1 + B_2) \right\}^2 \\ &\quad - 4\alpha_1 \alpha_2 \left\{ (B_1 + B_2) \frac{V_2}{P_2} + B_1 B_2 \right\} \\ &= \left\{ \alpha_2 \left(\frac{V_2}{P_2} + B_2 \right) - \alpha_1 (B_1 + B_2) \right\}^2 \\ &\quad + 4\alpha_1 \alpha_2 B_2^2 \end{aligned}$$

が常に正であるから、負の2実根を持つ。すなわち、

$$\lambda = - \frac{\alpha_2 \left(\frac{V_2}{P_2} + B_2 \right) + \alpha_1 (B_1 + B_2) \pm \sqrt{\left\{ \alpha_2 \left(\frac{V_2}{P_2} + B_2 \right) - \alpha_1 (B_1 + B_2) \right\}^2 + 4\alpha_1 \alpha_2 B_2^2}}{2\alpha_1 \alpha_2 \left\{ (B_1 + B_2) \frac{V_2}{P_2} + B_1 B_2 \right\}}$$

である。

α_1 は α_2 に比して小さくとてあるので、 $B \gg A$ と考えることができる。この場合の λ の近似値は

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= - \frac{\alpha_2 (V_2/P_2 + B_2) + \alpha_1 (B_1 + B_2)}{\alpha_1 \alpha_2 \{ (B_1 + B_2) V_2/P_2 + B_1 B_2 \}} \\ \lambda_2 &= - \frac{1}{\alpha_2 (V_2/P_2 + B_2) + \alpha_1 (B_1 + B_2)} = - \frac{1}{B} \end{aligned}$$

となり、 $\lambda_1 \gg \lambda_2$ となるので(11)の一般解は $e^{-\lambda_1 t}$ および $e^{-\lambda_2 t}$ の和よりなるから、遅れの大勢は λ_2 に支配されることがわかった。この遅れを小さくするに

第3図 昇降加速度計の振幅の周期による変化

は、

$$B = \alpha_2 \left(\frac{V_2}{P_2} + B_2 \right) + \alpha_1 (B_1 + B_2) \quad (15)$$

を小さくすればよい。一方、昇降加速度の指示圧が(14)の D 、すなわち $\alpha_1 \alpha_2 V_2 B_2$ に比例し、これを小さくすることは不利であることを考慮すれば

$$\alpha_1, B_1$$

を小さくし、 $\alpha_2 V_2$ を一定に保ちつつ V_2 を大にすればよいことになる。最小になし得る極限の遅れは $\alpha_2 V_2/P_2$ である。これは昇降速度計部の指示圧より来る遅れで、昇降加速度計の遅れは昇降速度計の遅れ常数よりは小さい値をとり得ないこととなる。しかし、昇降加速度計は加速度を指示するので、昇降速度計よりも位相が大略 90° 進んだ指示を与えることは勿論である。

つぎに、実際に使用する場合に最も重要な飛行機の縦運動時の作動を調べる。飛行機の縦運動を高度差 $2\Delta z$ 、周期 $T=2\pi/\omega$ の調和振動と仮定すれば

$$\frac{dz}{dt} = \omega \Delta z \cos \omega t \quad \frac{d^2z}{dt^2} = -\omega^2 \Delta z \sin \omega t$$

である。これを(11), (12), (13)に代入して定常状

態における解を求めると

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= - \frac{D\omega^2 \Delta z}{\sqrt{(A\omega^2 - C)^2 + B^2\omega^2}} \sin(\omega t - \phi_1) \\ \tan \phi_1 &= \frac{B\omega}{A\omega^2 - C} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

加速度分 p_1 と速度分 p_2 の振幅の比は $DE/D = \alpha_1 B_2 \omega$ となるので、昇降加速度の指数は α_1 と B_2 とを大にすれば大になる。また ω に比例するので周期の小さいほど大になる。

第4図 昇降加速度計の位相の周期による変化

後述の実験に使用した諸常数值を用いて昇降加速度計の振幅の変化および位相の遅れを計算した結果はつぎの第3図および第4図のごとくである。

4. 昇降加速度計の実験

昇降加速度計が原理的に成立することは上述のように明瞭になった。その実験を行うため、普通昇降計の各部品を流用して第5図のような配置と数値とを有する昇降加速度計の構成を作った。

第5図 試作昇降加速度計の配置構成図

加速度指示器は 10 m/s 用の昇降計を改造して、機械的拡大率を約2倍にし、10 m/s の指度が氷柱 17 mm 出るようにした。 α_0 なる抵抗係数を有する毛細管 (0) は空盒 (1) および (2) の内部容積が毛細管 (1) と連合して一種の昇降計のような作用を行い、昇降速度が存在する場合に加速度の指示に昇降速度の指示が混入するのを相殺するもので、容積 V_1 と抵抗 α_0 との連合を利用したものである。かくして空盒 (1) の変位は純粋に昇降加速度のみに比例することができる。

空盒 (2) は昇降速度に比例する変位を行うものであって、昇降加速度に対する効果は空盒の変位による内容積の変化率が大きいほど有効である。試作品では空盒が1個の場合と2個の場合とがある。魔法瓶は容積 V_2 の値を大きくするために追加したもので、容器 (2) の内容積が十分大きければ不必要のものである。

毛細管の抵抗係数の実測値は空気流量 毎秒 0.1 π cm^3 に対する差圧が

毛細管 (1) 7.24 mm aq

毛細管 (2) 10.9 mm aq

となるようなものである。毛細管 (0) の抵抗係数は空盒 (2) が1個の場合と2個の場合とによって相違するが、大体容積 V_1 と空盒系の内容積との比と同じ比を毛細管 (1) に対して持っていて、ちょうど昇降計効果を打消すように撰んである。

空盒 (2) の有効容積は次のごとくである。

空盒1個の場合 230 cm^3

空盒2個の場合 600 cm^3

1) 静的試験結果 昇降加速度計の指度と昇降加速度の値との関係を定めるため、普通の昇降速度計と昇降加速度計とを低圧槽に入れて内部圧力を変化して

昇降速度計の一定目盛幅をその指針が通過する時間を測定して昇降加速度の値を求め、そのときの昇降加速度計の指度と比較した。その結果は次の第6図および第7図のとおりである。

第6図 昇降加速度計の指度の静的試験（空盒1個の場合）

第7図 昇降加速度計の指度の静的試験（空盒2個の場合）

これを見れば、実験点は大体一直線上にのり、昇降加速度計が正しく作動していることがわかる。これは一定の昇降加速度の値を与えている場合であるから、静的試験というべきものである。

2) 動的試験結果 昇降加速度計の動的性質を調べるため、低圧槽の中に普通の昇降速度計と同時にを入れて飛行機の縦の周期運動に相当する圧力変化をピストン装置にて与えて、差圧計とともにそれらの指度の変化の様子を時間的に記録した。その結果は第8~11図のとおりである。差圧計の指示は高度変化量に比例することに注意すれば、普通の昇降計は昇降速度に対して可成り遅れているが、昇降加速度計は昇降速度に対しても遅れがなく、むしろ少し進んでいることがわかる。

第8図 昇降加速度計の動的試験

第9図 昇降加速度計の動的試験

第10図 昇降加速度計の動的試験

第11図 昇降加速度計の動的試験

これらの結果は各計器の指数にて記録したものであるが、これらを差圧に換算して表現すれば第8図は第12図のようになる。すなわち、

昇降計は差圧計の 37 %

昇降加速度計は昇降計の 15 %

の圧力差で作動していることがわかる。これは昇降が差圧の1次微分量で、昇降加速度計が差圧の2次分量にて作動する性質のものであることを考慮すれば当然のことである。

昇降加速度計の昇降計に対する作動圧力比を更に小さくすることは若干の改良にて可能であるが、昇降速度計は普通の昇降計よりも一層小さい差圧にて動し得るように指示器を設計することが必要である。

第12図 昇降加速度計と昇降計の動的試験 (差圧の比較)

5. 昇降計に昇降加速度計の性質を与える方法とその作動理論

飛行機の水平飛行中の縦の安定の監視計器には昇降加速度計の方がすこぶる有利なことが知れた。昇降計は水平飛行の監視の外に定常上昇または下降の速度を知ることはまた重要な仕事である。したがってこの二種の仕事を同一の計器でなしとげることが昇降計の

第13図 昇降計に昇降加速度計の性質を与える方式

想であるから、昇降速度計と昇降加速度計の両種の性格を具えた計器として第13図のような原理的構造のものを考案した。

これは第1図の昇降加速度計の空盒系(1)および(2)の内部に毛細管(3)を通じて空気槽(3)を連結した格好になっている。これはまた見方を変え、空盒(1)および毛細管(1)と空気槽(3)とより普通の昇降速度計が構成されていて、その連絡導管に空盒(2)および空気室(2)が連結されて加速度指示を与えようとしたものとも見られる。したがって、現在の昇降計を改造して容易にこの昇降速度・加速度計を作ることができる。

空気室(2)は加速度指示を与えんとするものであるから、その温度変化はほとんど指示に無影響であり、保温装置は全然不必要で簡単な気密箱で差支えないのである。

いま記号を第13図のとおり定めて、この方式の計器の作動を理論的に考究すると次のようになる。

$$\begin{aligned} P_1 - P &\equiv p_1 & P_2 - P &\equiv p_2 \\ P_2 - P_1 &\equiv p_{21} = p_2 - p_1 & P_3 - P_1 &\equiv p_{31} = p_3 - p_1 \quad (17) \\ p_1 &= \alpha_1 q_1 & p_2 &= \alpha_2 q_2 & p_{31} &= \alpha_3 q_{31} \quad (18) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= -B_1 \frac{dp_1}{dt} + B_2 \frac{dp_{21}}{dt} + q_1 \\ q_2 &= -\frac{V_2}{P_2} \frac{dP}{dt} - \frac{V_2}{P_2} \frac{dp_2}{dt} - B_2 \frac{dp_2}{dt} + B_2 \frac{dp_{31}}{dt} \\ q_{31} &= -\frac{V_3}{P_3} \frac{dP}{dt} - \frac{V_3}{P_3} \frac{dp_1}{dt} - \frac{V_3}{P_3} \frac{dp_{31}}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

(18)と(19)とより p_1, p_2, p_{31} に対する連立微分方程式が求められる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 \left(B_1 + B_2 + \frac{V_2}{P_3} \right) \frac{dp_1}{dt} + p_1 \\ = -\alpha_1 \frac{V_3}{P_3} \frac{dP}{dt} + \alpha_1 B_2 \frac{dp_2}{dt} - \alpha_1 \frac{V_3}{P_3} \frac{dp_{31}}{dt} \\ \alpha_2 \left(\frac{V_2}{P_2} + B_2 \right) \frac{dp_2}{dt} + p_2 = -\alpha_2 \frac{V_2}{P_2} \frac{dP}{dt} \\ + \alpha_2 B_2 \frac{dp_{31}}{dt} \\ \alpha_3 \frac{V_3}{P_3} \frac{dp_{31}}{dt} + p_{31} = -\alpha_3 \frac{V_3}{P_3} \frac{dP}{dt} - \alpha_3 \frac{V_3}{P_3} \frac{dp_1}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

これから p_1 に対する3次微分方程式

$$\begin{aligned} A \frac{d^3 p_1}{dt^3} + B \frac{d^2 p_1}{dt^2} + C \frac{dp_1}{dt} + D p_1 \\ = a \frac{d^3 P}{dt^3} + b \frac{d^2 P}{dt^2} + c \frac{dP}{dt} \quad (21) \end{aligned}$$

を得る。ただし

$$\begin{aligned} A &\equiv \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \frac{V_3}{P_3} \left(\alpha_3 \frac{V_3}{P_3} - \alpha_2 \frac{V_2}{P_2} - \alpha_2 B_2 \right) \\ &\times \left\{ (B_1 + B_2) \frac{V_2}{P_2} + B_1 B_2 \right\} \\ B &\equiv \alpha_2 \alpha_3 \frac{V_3}{P_3} \left(\frac{V_2}{P_2} + B_2 \right) \left(\alpha_3 \frac{V_3}{P_3} - \alpha_2 \frac{V_2}{P_2} - \alpha_2 B_2 \right) \\ &+ \alpha_1 \alpha_3^2 \frac{V_3^2}{P_3^2} (B_1 + B_2) \\ &+ \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \frac{V_3}{P_3} \left(\frac{V_3^2}{P_3^2} - B_2^2 \right) - \alpha_1 \alpha_2^2 \left(\frac{V_2}{P_2} + B_2 \right) \\ &\times \left\{ \left(B_1 + B_2 + \frac{V_3}{P_3} \right) \frac{V_2}{P_2} + B_1 B_2 + B_2 \frac{V_3}{P_3} \right\} \\ C &\equiv \alpha_3^2 \frac{V_3^2}{P_3^2} - \alpha_1^2 \frac{V_3}{P_3} \left(B_1 + B_2 + \frac{V_3}{P_3} \right) \\ &- \alpha_1 \alpha_2 \left(\frac{V_2}{P_2} + B_2 \right) \left(B_1 + B_2 + \frac{V_3}{P_3} \right) \\ &- \alpha_2^2 \left(\frac{V_2}{P_2} + B_2 \right)^2 \\ D &\equiv \alpha_1 \frac{V_3}{P_3} - \alpha_2 \left(\frac{V_2}{P_2} + B_2 \right) \quad (22) \\ a &\equiv -\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \frac{V_2}{P_2} \frac{V_3}{P_3} B_2 \left(\alpha_3 \frac{V_3}{P_3} - \alpha_2 \frac{V_2}{P_2} - \alpha_2 B_2 \right) \\ b &\equiv -\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \frac{V_3}{P_3} \left(\frac{V_2}{P_2} \frac{V_3}{P_3} + B_2 \frac{V_3}{P_3} + B_2 \frac{V_2}{P_2} \right) \\ &+ \alpha_1 \alpha_2^2 \left(\frac{V_2}{P_2} + B_2 \right) \left\{ \frac{V_3}{P_3} \left(\frac{V_2}{P_2} + B_2 \right) + B_2 \frac{V_2}{P_2} \right\} \\ C &\equiv -\alpha_1 \left\{ \alpha_1 \frac{V_3}{P_3} - \alpha_2 \left(\frac{V_2}{P_2} + B_2 \right) \right\} \frac{V_3}{P_3} \quad (23) \end{aligned}$$

である。これらの式において $\alpha_1 = 0, V_3 = 0$ とすれば第3節の p_1 に対する式に帰着する。

dP/dt が一定の場合には

$$p_1 = \frac{c}{D} \frac{dP}{dt} = -\alpha_1 \frac{V_3}{P_3} \frac{dP}{dt} \quad (24)$$

となり、毛細管(1)と容積 V_3 のみが定常昇降速度の指示 p_1 に関係することがわかる。

周期 $T = 2\pi/\omega$ で飛行機が高度変化 Δz の振動を行う場合のこの計器の指示 p_1 を調べる。高度変化 Δz に気圧変化 ΔP が対応するものとすれば、

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= \omega \Delta P \cos \omega t, & \frac{d^2 P}{dt^2} &= -\omega^2 \Delta P \sin \omega t, \\ \frac{d^3 P}{dt^3} &= -\omega^3 \Delta P \cos \omega t \end{aligned}$$

であるから、方程式(21)の右辺は

$$\begin{aligned}
 & -a\omega^2 \Delta P \cos \omega t - b\omega^2 \Delta P \sin \omega t + c\omega \Delta P \cos \omega t \\
 & = (c - a\omega^2) \omega \Delta P \cos \omega t - b\omega^2 \Delta P \sin \omega t \\
 & \equiv x \cos \omega t + y \sin \omega t
 \end{aligned} \quad (25)$$

となる。これに対する定常指度の振幅を求めると

$$p_1 = Z \sin(\omega t + \varphi) \quad (26)$$

ただし

$$Z = \omega \frac{\sqrt{a^2 \omega^4 + (b - 2ac) \omega^2 + c^2} \sqrt{A \omega^3 - B \omega^2 - C \omega + D}}{(A \omega^3 - C \omega)^2 + (-B \omega^2 + D)^2} \Delta P \quad (27)$$

$$\varphi = \pi - \tan^{-1} \frac{(c - a\omega^2) \omega (A \omega^3 - C \omega) + b\omega^2 (-B \omega^2 + D)}{(c - a\omega^2) \omega (-B \omega^2 + D) - b\omega^2 (A \omega^3 - C \omega)} \quad (28)$$

となり、高度変化 $\Delta P \sin \omega t$ に対しての振幅減少度および位相の進み φ がわかる。

6. その実験

昇降加速度計としての作用を行う昇降計を前節の原理に従って試作して簡単な実験を行った。その結果の

詳細は省略するが、大体希望通りの成果を得た。各部の要素の数値も前の諸節に用いた程度のものである。

7. むすび

飛行機の昇降度の看視計器として新しい計器—昇降加速度計を考案試作し、概して良好な成績を得た。その特徴は昇降計として指示の遅れがなく、水平飛行の操縦が容易となる点にある。これは高々度の飛行機の操縦にも大きな効用があるのではないかと考えられる。指示器としては空盒の感度および機構の拡大率のより大きなものの研究は重要である。これらの点の研究および実用面の実験は今後更に進めたいと思っている。

終りに、本研究に協力された山田勝成氏に厚く感謝の意を表す。

文 献

- 1) 武田晋一郎：昇降計に関する研究，応用力学，第5巻第30・31号 (1952・12—1953・2) 142/153 頁

Applications of the Characteristic Method to the Supersonic Jet with Axial Symmetry

By Akira TAKANO

Abstract

The numerical and graphical method of characteristics for the irrotational, steady flow with axial symmetry is outlined at first and then the method solving the flow involving the envelope of the compression waves is developed. Making use of this method, the flow pattern of the supersonic jet with axial symmetry can be determined assuming the the irrotational flow behind the envelope which is formed by the compression wave issuing from the free surface. With respect to the accuracy of this method, the convergency of iteration is very poor in the neighbourhood of the axis of symmetry and then the characteristic network must be taken as fine as possible and repeated iteration should be made in order to attain the required accuracy.

1. Introduction.

The method of characteristics for steady and axial symmetrical flow has been developed by Ferri¹⁾, who dealt with the irrotational and rotational supersonic flow in the slender open-nosed bodies of revolution. And recently Cronvich²⁾ has extended this method numerically and graphically. From Ferri's results, it has been seen that the oblique curved shock occurs from the edge of the duct and the subsonic region appears in the neighbourhood of the axis. But the open-nosed bodies of revolution with which he dealt was, in

any case, the converging nozzle to the downstream and therefore the shock waves took place from the noses of the bodies. If the duct is diverging to the downstream, the expansion wave region may occur in stead of the shock. In this case the configurations will be quite altered. The shock wave owing to the envelope of the compression waves which follow after the expansion wave region may occur and reflect as the shock on the axis, ordinarily or unordinarily. While the flow in front of the shock is uniform in Ferri's examples, the flow in front of the envelope is not