論文

干渉計による円筒のまわりの超音速気流の実験的研究*

内 田 茂 男** 保 原 充***

Experimental Investigations of the Supersonic Flow past a Circular Cylinder by the Mach-Zehnder Interferometer

Shigeo UCHIDA and Michiru YASUHARA

Abstract

Studies of the supersonic flow past a circular cylinder at Mach number 2 are made by using a Mach-Zehnder interferometer.

First, a new method for adjusting fringes of the Mach-Zehnder interferometer using a penta-prism, a small quantity of mercury, and a telescope, is described.

Second, experimental investigations are carried out by the intermittent wind tunnel with a dryer. The pressure distribution along the surface of the cylinder, the density, and the stream line in the flow field are measured, and are compared with the other observations and theoretical calculations. General tendencies are coincident with each other, but some quantitative differences between the experiment and the calculation are observed in the region just behind the shock wave. The main error may be caused by the interference between the shock wave and the boundary layer along the side wall.

緒 言

超音速気流の中に鈍い物体が置かれた場合には、物体前方に離れた曲衝撃波が生ずるためその後の流れは等エントロピーとならず、また物体近傍には超音速、亜音速両域が共存していわゆる混合領域を形成するため、理論的解析がきわめて複雑となる。特に代表的物体として円筒についての解析が種々発表されているが^{1), 2), 3), 4)}、円筒と前方衝撃波との間の距離について調べても第 14 図に示す如く実験結果^{5), 6)}との喰違いが大きい場合が多くこのような流れの理論的解析を推進めると同時に、実験の見地から詳細に検討することが望ましい。さきに著者ら¹⁾は超音速多孔板を用いて実験を行い、円筒表面静圧の直接測定とシュリーレン写真による衝撃波観測を行ったが、流れの場の詳細な性質については検討出来なかった。本実験ではこれらの不足な点を補足し、流れの場の密度分布、流線等を求めると同時に計算結果との比較検討を行うのが主要目的である。幸い理工研に Mach-Zehnder 型干渉計が新設されることになり、建設調整をかねて本研究に使用出来たものである。

1. 装置および調整法

1-A. 装置 実験に用いられた装置の取付および操作は深津・玉木両教授および西川氏⁷⁾によって報告されたものと同様でその概要は第 1 図のとおりである。

第 1 図

第 2 図

* 昭和 31 年 10 月 26 日、日本航空学会東海地方、秋季大会にて講演発表。昭和 32 年 3 月 27 日原稿受理

** 東京大学理工学研究所

*** 同上

すなわち光源 A を出た光を一度集光レンズ B で集光し、スリット C_1 を通しこれを光学的光源となす。 C_1 を出た光をフィルター D , E によって単色光とした後コリメーター・レンズ L_1 で平行光線にし、この光を半透明のスプリッター・プレート S_1 , S_2 および反射鏡 M_1 , M_2 を図の如く配置して $S_1 \rightarrow M_1 \rightarrow S_2$ と $S_1 \rightarrow M_2 \rightarrow S_2$ を通る光に分け、最後に S_2 を通った光を集光してその後の望遠カメラに像を結ばせるものである。両方の光路の中間に被測定風洞および風洞窓硝子による光路差を補償するコンベンセーターを入れる。各部の仕様は次のとおりである。

A: (1) 空冷式高圧水銀燈 (100 V 交流) 1 基
リーケージ・トランス附属

(2) 白色光源 10 V 5 A トランス付 1 基

B: 集光レンズ直径 $D=48$ mm 焦点距離 $f=85$ mm

C_1 , C_2 : スリット 孔径 0.6 mm

D: ネオジウム硝子フィルター

E: 緑色フィルター

L_1 , L_2 : コリメーター・レンズ 直径 $D=120$ mm,
焦点距離 $f=600$ mm

S_1 , S_2 : スプリッター・プレート 直径 $D=120$ mm

M_1 , M_2 : 反射鏡 直径 $D=120$ mm

W_1 , W_2 : 風洞窓硝子およびコンベンセーター窓硝子

120 mm $\times$ 120 mm $\times$ 厚 8 mm 計 4 枚

F: 望遠鏡 焦点距離 200 mm, $f=4$, ニッコール,
ミラックスおよび 35 mm カメラ附属

M_1 , S_1 および M_2 , S_2 はそれぞれ一つの台に取付けられ、いずれも回転および平行の微動調整可能である。またこの台は高さの調節出来る三脚台上に据付けられ、かつ水平面内回転可能な構造である。二つの三脚台は $M_1-S_1-M_2-S_2$ を結ぶコの字型のベースにのせられ、その下に振動防止用のクッションゴム4個を挿入してある。第2図に装置の写真を示す。この装置の中心部はいうまでもなくスプリッター・プレート S_1 , S_2 , 窓硝子 W_1 , W_2 および反射鏡 M_1 , M_2 で、それぞれの両面の平行、均質度は光波長の程度の精度を以て十分に精密に仕上げなければ使いものにならない。また装置全体は出来れば暗室におさめて外部の光が入らないようにすることが望ましい。

1-B. 調整法 干渉計の調整には多くの方法が発表されているが、要は微細な調整が出来るような方式であることが必要である。著者らも種々の方法を試みた結果、その中で比較的簡単な一方法として以下の如き調整法を用いた。なお本調整では水平面を出すための水銀少量と、入射光を直角に曲げる五角プリズム1箇

および望遠鏡1台を使用する。第3図に五角プリズムの写真を示す。また五角プリズムにはプリズム調整用の小三脚台を附属せしめる。

まず光源としては単色光を用い、次の順序に従って調整する。

(1) スプリッター・プレート S および反射鏡 M をほぼ平行に据える。物指を用いてなるべく正確に

第3図

$S_1 M_1 = S_2 M_2$, $S_1 M_2 = S_2 M_1$ なる如くに調整する。

(2) 光源系を調整する。すなわち第4-a図の如くに水銀および五角プリズムを配置し、スリットをコリメーター・レンズの焦点の位置に置く。水銀面は完全な水平面であるから、スリットを出た光が水平光線ならばプリズムおよび水銀面で反射した光線は再びスリットの高さに焦点を結ぶ。したがって光源の高さを調

第4-a図

第4-b図

第4-c図

第4-d図

節して反射光の高さと一致させることにより水平光線を得る。

(3) 第1スプリッター・プレート S_1 を調整する。

まず五角プリズムを第 4-b 図の如くに配置してやると、スプリッター・プレートが光線となす角度 α が 45° の時には反射光は再びスリットと同じ垂直面内に焦点を結ぶ。反射光の焦点の像の高さはプリズム台の一脚を上下することにより調整出来るから、反射光がスリットを含む垂直線上にあるかどうかを検定することが出来る。次に第 4-c 図の如くに五角プリズムを配置して、光源の調整法と同様に水銀面の反射を利用して、スプリッター・プレートを垂直になるように調整する。

この二つの操作を交替に繰返してスプリッター・プレートが完全に垂直にかつ光軸と 45° をなす如くに調整する。大体 1 ないし 3 回繰返す程度でよい。

(4) 反射鏡 M_1, M_2 の調整もスプリッター・プレートの垂直および 45° を得る方法と全く同じ原理で行えばよい。

(5) 第 2 のスプリッター・プレート S_2 についても (3), (4) と同じ方法を用いて差支えないが、第 4-d 図の如くに望遠鏡を据えてピントを無限遠に合わせたのぞくと、 M_1 または M_2 を通った光がおのおの光点となって視野に映ずるから、この両光点が一致するように S_2 の上下、左右の傾きを調節する。

以上の五操作により調整が一応すんだことになり、 L_2 を挿入してその後に望遠鏡を置いてのぞくと干渉縞が見えるはずである。縞が見えないときには、調整法が粗雑であったか、または $S_1 \rightarrow M_1 \rightarrow S_2$, および $S_1 \rightarrow M_2 \rightarrow S_2$ を通る二つの光線の光路差が波長の程度以上あるかいずれかの可能性がある。第 1 の場合に対しては五操作を再び繰返して検査すれば良いが、なお縞が見えない場合には第 2 の原因があるものと考えられる。この場合には

(6) M_1, M_2 のいずれかを前後に系統的に平行移動すれば縞が順次に明瞭に見えて来る。われわれの装置では M_1, M_2 を直接平行移動することは出来ないから、反射鏡を支えている三脚のねじを 1 本ずつ動かしてその長さを増減し、3 本とも同じ方向に移動した結果再び S_2 の後からのぞいて視野内の光点が一致するようにしてやれば反射鏡は 3 本の脚がそれぞれのびまたは縮んだ量だけ平行移動したことになる。もちろんこの場合には調整は反射鏡の三脚以外は用いないよう注意する。

以上の調整によってとにかく縞が得られたならば、次にいわゆる中心縞を選出する。その方法は (6) の操作と大体同様で、

(7) 望遠鏡で視野の縞を見ながら M_1, M_2, S_2 のいずれかを平行移動し、たとえば前進せしめることにより縞が薄くなるようであれば逆に後退せしめて縞が濃

くなるようにわずかず調節する。以上の操作でかなり濃い縞を得たならば次にこの縞の間隔を細かくする。これには視野を見ながら反射鏡の支えねじを 1 本回してやればよい。そうして次に光源を白色光に取換えると、視野内に数本程度だけ着色縞が見られる。その中で最も濃い縞と縞の間の明るい部分がいわゆる中心縞で、 M_1, M_2 を通る両光線の光学的光路長が同じとなる部分である。

以上の調整を完了したならば、次に風洞の窓硝子を光線に対し垂直に取付け、更に風洞と反対側の光の通路の中にコンペンセーターを挿入する。そうして望遠鏡の視野を見ながらコンペンセーターを回転して最も縞が明瞭になるように調節する。これで調整は完了する。

2. 風洞および模型

使用した風洞は、仕様マッハ数 2、幅 40 mm × 高 80 mm のラバール管で Foelsch の法で計算された壁形を有し⁹⁾、境界層の補正を考慮するために出口部分は若干の開閉調節可能な構造とした。縦型とし 5 in. ガス管で真空タンク (有効容量約 250 m³) に接続され、吸込口の前に乾燥機 (シリカゲル約 30 kg 使用第 2 図後方の長筒) を設けて空気を乾燥せしめる。第 5 図に

第 5 図

風洞内壁圧分布を示す。乾燥機を使用しない場合には水蒸気の凝縮による圧力上昇が見られる。凝縮の最大の影響はいうまでもなく凝縮衝撃波の誘発をとまなうことで、その場合に生ずる衝撃波の位置は、大体において空気の湿度の多いほどノズルのスロートに近く発生するが、また風洞内部の模型の大きさによっても影響を受けるようである。第 6 図はそれぞれ大気温 15°C 、湿度 80% のとき挿入円筒の直径が 4 mm および 6 mm

第 6 図

の場合の気流写真であるが、後者の写真には円筒による曲った衝撃波の前に凝縮衝撃波による密度変化の縞が後者よりも著しく、かつより前方に見られ、事実圧力損失も後者の方が大きい。この問題についてはなお充分の検討は出来なかった。第7図は風洞の形および

第7図

内部のマッハ数分布測定値を示す。

円筒模型を風路に挿入するに際しては、流れの二次元性を保たしめるために模型の長さとの比を約5.5以上とする必要があることが指摘されている。⁹⁾ また円筒の直径は、風洞の高さおよびマッハ数と関連して選定さるべきで本実験で種々試した結果、マッハ数2程度では円筒直径の風洞高さに対する比を0.1~0.08程度以下にすればまず心配のないことが確かめられた。

次に風洞壁には境界層が存在するため特に円筒前方の衝撃波とこの境界層との間に干渉が起る。この干渉の影響を最低に押えるためには円筒の両端を風洞壁から若干はなして取付ける必要があり、この距離は境界層の厚さ、衝撃波の強さによって異なる。¹⁾ 本実験ではこの距離を2mmに選定した。

以上の諸条件とその他を考慮して、本実験では次の2種の模型を使用した。

円筒直径 6mm および 4mm, 長さ 36mm
(ただし風洞高さ 80mm, 幅 40mm)

3. 実験, および結果の整理

干渉計の縮写真をとる場合には一般に風洞中心附近に望遠鏡の焦点を合わせると最も精度が良いことが指摘されており、実際には模型の風洞中心部に相当する所に目印のものを置いて焦点を合わせて置く。まず単色光源を用いて S_1 , S_2 , M_1 , M_2 をそれぞれ完全に平行に調整し、望遠鏡視野内を一色(縞間隔を無限大に広げた状態)にして風を通し写真をとると、この時現われる干渉縞は等密度線をあらわす。

また、静止状態で平行な縞を出しておいて、通風時にそれが移動した距離を測れば実際の密度を計算することが出来る。このためにはまず白色光源を用いて中心縞を視野内に出して置きその方向および縞間隔を決めておいて静止時の写真を1枚とっておく。次に風洞に風を通すと縞が移動するからこの状態の写真を撮る。この2枚の写真から中心縞近傍の代表的な1本の移動量が観測出来る。次に光源を単色光として静止時および通風時の写真をとって前二者と対応させることにより視野内の縞全体の移動量が中心縞を基準として決められる。以上の4枚の写真を解析することにより風洞内の密度分布を決定することが出来るわけである。

第8図は静止時に縞間隔を無限大に広げた状態で気流を通した場合の縮写真、シュリーレン写真、および影写真を示す。第9図は気流方向に干渉縞を合わせた場合の一組の写真をまた第10, 11図は気流と直角方向に干渉縞を合わせた場合の一組の写真を示す。

第8図

第9図

第 10 図

第 11 図

一般に気流の密度と縞の移動量（静止状態の縞に対して移動した縞の本数で表わす）の関係は

$$\rho_1 - \rho = \left(\frac{\rho}{n-1} \right)_0 \frac{\lambda_0}{L} \varepsilon \quad (1)$$

ρ_1 : 静止大気密度.

λ_0 : 光波長 (5462 Å)

L : 風洞幅 (40 mm).

n : 空気屈折率 $(n-1)_0 = 293 \times 10^{-6}$

ρ_0 : 標準大気密度 $\rho_0 = 0.1317 \text{ kgs}^2/\text{m}^4$

指標 0: 0°C , 760 mm Hg での大気の状態で表され、これから ρ を計算する. 実際には風洞幅にわたっての密度は完全に一様ではなく、特に窓硝子に沿う境界層内では密度が変化し、また衝撃波のある所では境界層との干渉が生ずるなどのため、光の屈折による誤差を除いても (1) 式は正しい意味では厳密には成立し

ない. これらの複雑な影響を完全に補正することは難しいが、風洞幅 L が大きいときには誤差は少くなると予想出来る. 本解析では L として風洞幅を用いたが、円筒幅を 36 mm にしてあるから、大体の誤差は $(40-36)/40=0.1$ すなわち 10% 程度あるものと予想される. 第 12 図は上式によって計算された等密度分布図を示す. 同時に内田の計算結果を記入してある.

円筒に沿う流れの粘性を無視して非粘性流と仮定し、垂直衝撃波の後の流線が円筒の滞点を通して円筒表面に沿って流れるものと考えれば密度分布と一様気流内の静圧、動圧を知れば円筒表面の圧力係数 C_p が計算される.

第 13 図にかくして計算された圧力分布を示す. 同時に直接測定による実験値および内田の計算結果を示す. なお第 14 図に衝撃波と円筒との距離の円筒直径に対する比をマッハ数の函数として示し、同時に種々の実験結果^{5), 6)} および計算結果^{2), 3)} をも示す.

さて一様流のマッハ数 M_1 および衝撃波の傾斜角が

第 12 図

第 13 図

第14図

知れば衝撃波の後の物理量速度の大きさ、方向、状態量が計算される。また1本の流管に沿っては流量一定でかつエントロピーが一定でありエネルギー積分が存在する。

したがってこれらの関係式を用いて逐次に流線を描

第15図

くことが出来、同時に各流線上でマッハ数が1となる音速点が決められるから音速線が画ける。第15図にかくして画かれた流線および音速線を示す。同図に内田の計算結果を記入してある。

4. 結果の検討

第13図より知る如く、干渉計による圧力分布は直接測定結果と若干の喰違がある。また第12図を検討すれば知れるように、特に強い衝撃波部分では、その直後の密度は、一様流のマッハ数と衝撃波の傾きから計算された密度より低く出ており、干渉計で得られた流れの場は完全な二次元性を保っていないことが見られる。この原因としては、風洞高さに亘ってのマッハ数分布が第7図に示すように一様でないことの外に、特に測壁の境界層と衝撃波の干渉がかなり大きな誤差の原因となっていることが考えられる。これらの点を改善するためには、風洞高さに亘ってのマッハ数分布を一様ならしめるようにノズルを調整すること、風洞幅（光の通路方向の）を更に増大して風洞壁の境界層の厚み対風洞幅の比を可能な限り小さくすることなどが有効であると考えられる。なお後者の問題に対して

は衝撃波管を用いると境界層の厚みを減小させ得るようと思われる。流線解析法によって求められた衝撃波および密度分布と比較すると第12図に示す如く衝撃波の観測値は計算値よりも円筒から離れていること、したがって音速点も離れていることが見られる。また強い衝撃波の直後の密度分布は、計算値よりも低く出ており、これは理論的には点線の如くに修正さるべきもので、流線を求めるときにはこの修正された値を用いた。これらを除いては密度分布はお互いに同じ傾向を保っているが総体に計算値よりも若干低く出ているようである。第15図の流線図を流線解析法による結果と比較すれば、円筒近傍では両者共かなり近い値を示しているが、 Y/D の大きい所では衝撃波の位置が互に開いているので当然喰違った通路を通っている。

結 論

Mach-Zehnder 型干渉計により円筒を過ぎる超音速気流を調べ、流線解析法によって求めた結果との比較を行う目的で実験を行った。第1に Mach-Zehnder 干渉計で干渉縞を得るための一方法として、五角プリズムと水銀を用いる方式を述べた。用いた風洞は縦型でしたがって干渉計は水平に設置されているが、干渉計が縦に設置された場合にも同じような考え方で調整が出来ると考えられる。第2に特に強い衝撃波をとまなう超音速気流を調べる場合には空気中の水分がかなり大きな影響を及ぼすことを測定および写真で説明し、乾燥機を用いたことを述べた。第3に干渉縞の写真と一様流中の静圧動圧測定値から密度分布、圧力分布流線を求め、流線解析法による結果と比較した。特に強い衝撃波の後では光路方向での風洞内の気流は風洞壁の境界層と衝撃波の干渉が大きく干渉縞読取りの際の大きな誤差の原因となり得ることを示し、これをさけるためには風洞幅を可能な限り長くすることが望ましいこと、更に風洞壁境界層を減ずるために衝撃波管による実験がすぐれているであろうことが予想された。流線解析法による計算と比較した結果は、特に衝撃波が計算値よりも円筒からはなれていることが見られ、また密度分布は強い衝撃波の後を除いてはそれぞれ互に近い傾向を有していることが見られた。また流線も円筒近傍では計算値に近いことが確かめられた。

最後に本実験に際して、干渉計の調整には根岸稔研究生の、また円筒実験には学生千葉徳蔵、長尾明両君の御協力を得た。末筆ながら感謝申上げる。

文 献

- 1) S. Uchida and M. Yasuhara: The Rotational Field Behind a Curved Shock Wave Calculated by the Method of Flux Analysis, J. Aero. Sci., Vol. 23, pp. 830-845, Sept., 1956.
- 2) K. Tamada: On Detached Shock Wave of Circular;

- Cylinder and Sphere Moving with Supersonic Velocities, Tomotika Lab., Tech. Memo., No. 25, Faculty of Physics, Univ. of Kyoto, Sept., 1950.
- 3) K. Hida: An Approximate Study on the Detached Shock Wave in Front of a Circular Cylinder and a Sphere, J. Phys. Soc. Japan, Vol. 8, No. 6, pp. 740-745, Dec., 1952, Janu., 1953.
 - 4) T. Kawamura: A Note on the Detached Shock Wave in Front of a Body, J. Japan Soc. Appl. Mech., Vol. 5, No. 30/31, pp. 162-165, Dec., 1952, Janu., 1953.
 - 5) M. Alperin: Experimental Information on Two-dimensional Detached Shock Waves Jet Prop. Lab., C.I.T., Progress Rep. No. 4-44, pp. 1-26, May, 1950.
 - 6) C.S. Kim: Experimental Studies of Supersonic Flow past a Circular Cylinder, J. Phys. Soc. Japan, Vol. 11, No. 4, pp. 439-445 April, 1956.
 - 7) 深津了蔵・玉木章夫・西川正治郎: Mach-Zehnder 干渉計による高速気流の測定, 東京帝国大学航空研究所報告, 第 20 巻 272 号, 昭和 18 年 9 月, pp. 97-121.
 - 8) 河村龍馬・正田行男・小口伯郎・野口糸子: Foelsch の方法を用いて計算した超音速測定筒 (二次元および軸対称) の数表とこれに関する若干の試験結果, 日本航空学会誌, 第 3 巻, 昭和 30 年 9 月, pp. 229-235.

タイヤの力学

(第一報 基礎的考察について)*

赤 坂 隆**

Mechanics of Tyre

(1st Report, On the fundamental survey)

Takashi AKASAKA

Abstract

The elastic deformations of tyre will give a great effect on the running performances of airplanes and motor cars on the ground.

Also, the determination of the stress state in the tyre caused by the deformations under various running loads will be one of the most important problems in the design of tyre.

In this report, the fundamental survey on the anisotropic elastic properties of tyre were given by the theoretical and experimental considerations.

Furthermore, the stress state of the anisotropic toroidal shell under uniform inner pressure was analyzed in the two cases of boundary conditions, as the initial state of the tyre to be loaded further.

1. 緒 言

航空機の離着陸時の運動性能において、タイヤの弾性変形特性が重要な役割を果すことは論を俟たない。また変形に伴うタイヤの内力分布は、タイヤ設計上重要な問題である。しかるに、タイヤの解析的研究は今日までほとんど見当らない状態である。この問題に関し、著者¹⁾は前に、内圧をうけるゴム・ボールの平押し問題を解析し、変形特性と内力分布を計算した。

本論文では、更に、ゴム層と繊維層から成るタイヤの直交異方性を調べるとともに、タイヤが種々の変形(平押し、横りなど)を起す前の力学的状態として、内圧をうける直交異方性円環殻の内力分布を解析した。

2. タイヤの構造

タイヤの弾性力学的特性を支配するのは、環断面上の各位置における繊維交角分布である。交角は環の周方向には変化なく、子午面(断面)内で対称分布をする。任意点における交角は周方向母線によって二等分されるので、タイヤは母線(x 軸)と子午線(y 軸)とを対称二軸とする斜方晶系直交異方性をもち、かつ異方性が断面の周方向に変化する直交異方性回転殻と考えられる。このような交角変化を生ずるのは、始め平面状の布がゴムによって円環状に固められるためである。交角分布を求めるには、まず原始状態 I. として第 1 図のように半径 r なる円筒の母線に対し、繊維群が一定の交角 θ_0 で spiral に巻きついた状態を考える。次に、加工後の状態 II. としては、I. 状態の長さ $2\pi(R+r)$ なる円筒を、外周が不伸長なる如く、一様に曲げて円環状にした状態を考える。ただし、変形

* 昭和 32 年 2 月 25 日, 日本航空学会, 主題構造講演会にて発表。

昭和 32 年 4 月 8 日 原稿受理。

** 中央大学工学部。