翼胴結合体のフラッタについて*

(マッハ数の影響)

Wing-Body Flutter at High Mach Numbers

市 川 輝 雄**

Teruo ICHIKAWA

Abstract

General characteristics of aeroelastic instabilities of a wing-body combination were described in the previous paper, where aerodynamic forces were evaluated by the extended slender body theory.

In this paper, Mach number effects on the flutter of a wing-body are treated. Aerodynamic forces are evaluated by means of hypersonic approximations; i. e. the piston theory is applied for the wing, and the Newtonian flow theory for the nose. Flutter speeds are calculated for several wing-body configurations at various Mach numbers. Results of the slender body theory for unit Mach number are also presented for comparison.

The results of calculations show that (1) required stiffness to prevent flutter is smaller for transonic speeds than for high Mach number range, and (2) the flutter disappears above a certain Mach number which is very high.

1. ま え が き

著者は先に細長い翼胴結合体に起こる空力弾性的不安定の一般的性質を明らかにした¹⁾。そこでは空気力として、非定常運動に対して拡張された細長い物体の理論を使用した。細長い物体の理論は翼胴結合体が充分細長いか、またはそれほど細長くなくてもマッハ数が1に近い場合には適用できる理論で、適用範囲内ではマッハ数に無関係な結果を与える。一般に高速飛行体では胴体は細長く、翼は小さいアスペクト比と大きい前縁後退角を持つので、この理論がマッハ数の比較的広い範囲に対して適用される。しかしマッハ角が物体表面の主流に対する傾斜角より小さくなり、また翼前縁が超音速的となるような大きいマッハ数に対しては、もはや細長い物体の理論は適用できない。

本稿は空気力として極超音速における近似理論を使用し、このようなマッハ数範囲で翼胴結合体のフラッタ速度がどのように変化するかを検討する。翼にはピ

ストン理論を用い、胴体による吹上げの影響を考慮する。ノーズにはニュートン流理論を適用する。その他の胴体部分には揚力は作用しないものとする。

翼胴結合体のフラッタにおいても、空気力の主体は翼において発生し、超音速域ではマッハ数の増加とともにその大きさが減少するから、通常の翼フラッタと同様にフラッタ速度はマッハ数とともに増加する。ただ翼胴結合体ではノーズの空気力はフラッタに対して安定化の寄与をし、これはマッハ数に無関係にほぼ一定(ニュートン流理論では正確に一定)であるので、ノーズの寄与が翼に対して優位に立つような高いマッハ数ではフラッタは消失する。しかしこれは翼がもはや翼としての作用をしなくなるからであって、当然静的に不安定となるからこの現象に期待することはできない。また数値計算例の結果によると、フラッタを避けるために必要な剛性は、遷音速付近よりもむしろ高いマッハ数領域において大きくなる傾向を示している。

2. 記 号

- b 胴体中心線に垂直な任意の断面における半翼幅
- $b_0 = b(l_{w2})$ 半翼幅
- $c_0 = l_{w2} - l_{w1}$ 翼付根における翼弦長
- f_i, f_j モード函数
- k z 軸方向の単位ベクトル
- l 全長
- l_{w1}, l_{w2} 翼付根前縁および後縁の x 座標
- l_w, l_{n1} 翼およびノーズの空力中心の x 座標
- l_n ノーズ円錐の長さ
- n 円錐面の内向法線ベクトル
- p, p_0 局所および主流の圧力
- t 時間
- w 気流速度の翼面に垂直方向の成分、外向が正
- $x, y, z; x', y', z'$ デカルト座標
- z_0 胴体中心線の z 座標
- A_{ij}, B_{ij}, C_{ij} 一般力の係数
- C_p 圧力係数
- $F(M\tau)$ $M\tau$ の函数

* 昭和 35 年 8 月 29 日原稿受理

** 運輸技術研究所

M マッハ数

M_1 一般質量

R ノーズ円錐の中心線に垂直な任意の断面の半径

R_0 胴体半径

U 飛行速度

$V, \mathbf{V}$ 第1図の合速度およびそのベクトル

$Z(x, t)$ 単位翼弦長または単位長さ当りの揚力

$$\beta = \sqrt{M^2 - 1}$$

γ 比熱比, $=1.4$

ϕ 第2図の角

ρ 空気密度

θ ノーズ円錐の半頂角

τ 厚さ比, (4) 式においては翼の厚さ分布

$$\xi_w = (l_w - l_{n1}) / (l - l_{n1})$$

ω_3 曲げの固有円振動数

()_n ノーズの寄与をあらわす

()_w 翼の寄与をあらわす

3. 翼に作用する空気力

二次の項までとったピストン理論による圧力係数は

$$C_p = 2 \left(\frac{w}{U} \right)^2 \left[\frac{1}{M(w/U)} + \frac{\gamma+1}{4} \right] \quad (1)$$

の形に書くことができる²⁾。(1)式は極超音速相似則

$$C_p = \tau^2 F(M\tau) \quad (2)$$

を満足する形であるから, M のかわりに $\beta = \sqrt{M^2 - 1}$ と書き換えることによって, 比較的低い超音速領域まで適用できることが期待される³⁾。そうすると

$$C_p = 2 \left[\frac{1}{\beta} \frac{w}{U} + \frac{\gamma+1}{4} \left(\frac{w}{U} \right)^2 \right] \quad (2)$$

ピストン理論は元来二次元理論であるが, 充分大きいマッハ数では擾乱の影響する翼幅方向の範囲が狭くなるので, 三次元翼に対してもよい近似を与える。前報告と同様の翼胴結合体が, 同様の変形, 運動を行なうものとして

$$w/U = (1/2)(d\tau/dx) \pm (dz_g/dx + \dot{z}_g/U) \quad (4)$$

複号は上面が正, 下面が負である。変形, 運動による擾乱は微小と考えて二次の項を省略し, また翼は厚さがないとすると, (3)式において w/U の二次の項が落ちて

$$C_p = \pm (2/\beta)(dz_g/dx + \dot{z}_g/U) \quad (5)$$

(5)式は結果的には定常の二次元線型理論をストリップ法によって準定常運動に適用したのと同等になる。胴体の吹上げによる影響は, 翼表面のダウン・ウォッシュが $(R_0/y)^2$ 倍だけ増加したこと相当する⁴⁾。これを考慮すると

$$C_p = \pm (2/\beta)(dz_g/dx + \dot{z}_g/U) [1 + (R_0/y)^2] \quad (6)$$

となる。

単位翼弦長当りの揚力は

$$Z(x, t) = 2 \int_{R_0}^{\infty} (1/2) \rho U^2 (C_{p \text{ 下面}} - C_{p \text{ 上面}}) dy \\ = -(4/\beta) \rho U^2 (dz_g/dx + \dot{z}_g/U) (b - R_0^2/b) \quad (7)$$

運動方程式の空気力による一般力の係数 A_{ij} , B_{ij} , C_{ij} に対する翼の寄与をそれぞれ $(A_{ij})_w$, $(B_{ij})_w$, $(C_{ij})_w$ とし, (7) 式よりこれを計算すると

$$\begin{aligned} (A_{ij})_w &= 0 \\ (B_{ij})_w &= (4/\pi\beta)(1/R_0^2) \int_{lw_1}^{lw_2} (b - R_0^2/b) f_i f_j dx \\ (C_{ij})_w &= (4/\pi\beta)(1/R_0) \int_{lw_1}^{lw_2} (b - R_0^2/b) f_i f_j' dx \end{aligned} \quad (8)$$

ピストン理論では翼面上の圧力はその点の垂直速度のみに関係するから, 付加質量に相当する係数 $(A_{ij})_w$ は当然零である。細長い物体の理論におけると同様に

$$(C_{i1})_w = 0 \quad (9)$$

$$(B_{i1})_w = (C_{i2})_w / R_0 f_2' \quad (10)$$

なる関係があることがわかる。

4. ノーズに作用する空気力

円錐体に作用する空気力は, $M\theta > 1$ ならばニュートン流理論がよい結果を与える⁵⁾。変形および運動をする円錐体の圧力係数を求めるため, 第1図のように

第1図 主流と運動との合速度

主流の速度と運動との合成された相対速度を V とする。変形は微小であって, 円錐体の中心線に直角な断面は最初の形を保つものとする。

ニュートン流理論の圧力係数は

$$C_p = \left(\frac{V}{U} \right)^2 \frac{p - p_0}{(1/2) \rho U^2} \\ = 2(V/U)^2 \cos^2(\mathbf{V}, \mathbf{n}) \quad (11)$$

と書くことができる⁶⁾。ここに $\mathbf{n}$ は円錐面上の考えている点における内向法線ベクトル, $\cos(\mathbf{V}, \mathbf{n})$ はベクトル $\mathbf{V}$ とベクトル $\mathbf{n}$ のなす角の余弦で, 明らかに

$$V \cos(\mathbf{V}, \mathbf{n}) = U \cos(\mathbf{U}, \mathbf{n}) - \dot{z}_g \cos(\mathbf{k}, \mathbf{n}) \quad (12)$$

の関係がある。いま第2図のように新しい直角座標系

第2図 $O'-x'y'z'$ 座標系

$O'-x'y'z'$ を考える。原点 O' は円錐体の中心線上にあり, 考えている点を $y'z'$ 平面内に含むものとする。

x' 軸は中心線の接線方向(後向), y' 軸は y 軸に平行, z' 軸は右手系をなすようにとる. そうするとベクトル n, U, k の x', y', z' 軸に対する方向余弦は第1表のよう

第1表

	x'	y'	z'
n	$\sin \theta$	$-\cos \theta \cos \phi$	$-\cos \theta \sin \phi$
U	1	0	$-dz_g/dx$
k	dz_g/dx	0	1

になる. ϕ は第2図に示す偏角である. 第1表から

$$\cos(U, n) = \sin \theta + (dz_g/dx) \cos \theta \sin \phi \quad (13)$$

$$\cos(k, n) = (dz_g/dx) \sin \theta - \cos \theta \sin \phi \quad (14)$$

(11) 式に (12), (13), (14) 式を代入し, dz_g/dx と z_g の二次以上の項を省略すると

$$C_p = 2[\sin^2 \theta + (dz_g/dx + z_g/U) \sin 2\theta \sin \phi] \quad (15)$$

円錐面上の単位面積当たりの z 方向の力は, x' 方向の成分を省略すると

$$dZ = -(1/2)\rho U^2 C_p R d\phi dx \sin \phi \quad (16)$$

したがって単位長さ当たりの z 方向揚力は

$$Z = 2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{dZ}{dx} dx$$

$$= -\pi \rho U^2 R \sin 2\theta (dz_g/dx + z_g/U) \quad (17)$$

A_{ij}, B_{ij}, C_{ij} に対するノーズの寄与をそれぞれ $(A_{ij})_n, (B_{ij})_n, (C_{ij})_n$ とし, (17) からこれを求めると

$$\left. \begin{aligned} (A_{ij})_n &= 0 \\ (B_{ij})_n &= (1/R_0^2) \sin 2\theta \int_0^{l_n} R f_i f_j dx \\ (C_{ij})_n &= (1/R_0) \sin 2\theta \int_0^{l_n} R f_i f_j dx \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

この場合も付加質量は零で, また

$$(C_{11})_n = 0 \quad (19)$$

$$(B_{11})_n = (C_{12})_n / R_0 f_2' \quad (20)$$

の関係が成立する

5. 解法

一般力の係数は, 胴体の寄与を省略すると

$$\left. \begin{aligned} A_{ij} &= (A_{ij})_w + (A_{ij})_n = 0 \\ B_{ij} &= (B_{ij})_w + (B_{ij})_n \\ C_{ij} &= (C_{ij})_w + (C_{ij})_n \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

で与えられるから, 前報告と同じ運動方程式によりフラッタの問題を解くことができる. (9), (10), (19), (20) 式により, 細長い物体の理論の場合と同様に

$$C_{11} = 0 \quad (22)$$

$$B_{11} = C_{12} / R_0 f_2' \quad (23)$$

の関係が成立するから, 特性方程式はやはり四次となりその係数は前報告の (14) 式で与えられる. フラッタ

の限界速度は前報告の (22) 式のように X を定義すると, 前報告 (40) 式において p_2, p_3, p_4 は X の一次式となるから, これを X について解いて求められる. この解の中, λ^2 の値を正とするものと負とするものがあるが, 負とするものが真のフラッタ限界を与えることは明らかである.

6. 計算例

前報告とほぼ同様の形状をもつ翼胴結合体のフラッタ速度を種々のマッハ数に対して計算した. $M > 4$ の範囲に対して本稿の理論がほぼ適用できるものとし, $N=1$ に対しては細長い物体の理論を適用した. 仮定した常数は $l-l_{n1}=40R_0$, $l_n=3R_0$, $c_0=10R_0$, $M_1/\pi \rho R_0^3=5 \times 10^4$ であり, $b_0=4R_0$ および $6R_0$ に対して翼位置 ξ_w をそれぞれ 0.6 および 0.7 の二通り変えて計算した.

翼およびノーズの空力中心の座標はそれぞれ

$$l_w = l_{w1} + \int_{l_{w1}}^{l_{w2}} (b-R_0^2/b)(x-l_{w1})dx / \int_{l_{w1}}^{l_{w2}} (b-R_0^2/b)dx \quad (24)$$

$$l_{n1} = \int_0^{l_n} R x dx / \int_0^{l_n} R dx \quad (25)$$

で与えられる. 円錐形のノーズでは

$$l_{n1} = (2/3)l_n \quad (26)$$

となり, 細長い物体の理論と一致するが, 翼の場合はわずかに異なる. このため $M=1$ の場合と, $M > 4$ の場合とでは翼の位置がわずかに異なるが問題となるほどではない.

第3図 ある翼胴結合体の安定限界——実線はフラッタ限界, 点線は静的安定限界, 小円は細長い物体の理論によるフラッタ速度

(a) $\xi_w=0.6$, $b_0=4R_0$ (b) $\xi_w=0.6$, $b_0=6R_0$

(c) $\xi_w=0.7$, $b_0=4R_0$ (d) $\xi_w=0.7$, $b_0=6R_0$

計算結果を第3図に示す。実線がフラッタ限界、参考のために静的不安定の限界、 $p_1=0$ の解、を点線で記入してある。

(i) $\xi_w=0.6$ の場合(第3図(a),(b))フラッタ速度はマッハ数とともに増加し、その模様は通常の主翼フラッタの場合に似ている。大きいマッハ数では翼の揚力傾斜が減少して静的不安定が起こる。この限界は変形の影響のためにマッハ数の大きい方に向かって曲っている。(a),(b)両図を比較すると、翼の大きい方がフラッタ速度は低く、静的不安定限界マッハ数は高い。

(ii) $\xi_w=0.7$ の場合(第3図(c),(d))この場合はフラッタに上の限界速度があらわれている。上下の限界はマッハ数の増加とともに近づき、 $b_0=4R_0$ の場合には $M=16.7$ においてフラッタが消失している。静的不安定の限界はマッハ数の低い方に向かって曲っている。(c),(d)両図を比較すると、翼の大きい方がフラッタの下限界速度は低く、上の限界速度は高い。静的不安定限界マッハ数は同様に翼の大きい方が高いのは当然の結果である。

大きいマッハ数でフラッタが消失するのは第3図(c)の場合だけではなく、一般的に予想されることである。前報告によればフラッタを起こさない条件は $C_{32}>0$ なることであつた。 C_{32} に対するノーズの寄与 $(C_{32})_n$ は常に正で、かつニュートン流理論によればマッハ数に無関係に一定である。すなわちノーズはフラッタに対して安定化の寄与をする。一方翼の寄与 $(C_{32})_w$ はフラッタが起こる翼位置では負の値をとり、これがノーズの寄与よりも大きいために全体として $C_{32}<0$ となつてフラッタが起こる。しかし $(C_{32})_w$ はマッハ数の増加とともに β に逆比例して小さくなるので、いつかは $C_{32}>0$ となつてフラッタが消失することが予想される。ただ消失マッハ数は $C_{32}=0$ の条件では正確な値が得られない。理由として次のことが考えられる。上記の条件は減衰項を省略して得られた結果であるが、フラッタが消失する翼位置に対してはよい結果が得られた。これは翼位置に対する C_{32} の変化が比較的急激であるためと考えられ、一方マッハ数

に対しては、問題となるような大きいマッハ数では C_{32} の変化は極めて緩慢であるので、減衰項を省略する近似がマッハ数の大きい誤差となつてあらわれるものと考えられる。いずれにしても、このことは実際的に重要なことではない。

飛行体の飛行条件は、仮に音速を一定とすると第4図の $U-M$ 線図において原点から引いた直線であらわれる。この直線が安定限界と交わるとき不安定現

第4図 安定限界と飛行条件の関係

象が起こる。第3図の縦座標は ω_s で除してあるから、同様な直線を引くことにより、他の量を一定とした時フラッタを避けるために必要な曲げ振動数、もしくは剛性を見出すことができる。第3図の結果は、必要な剛性が遷音速付近よりもむしろ高いマッハ数領域において大きいことを示している。

7. むすび

翼胴結合体のフラッタに対するマッハ数の影響をしらべるため、極超音速近似理論を簡単な形状の翼胴結合体に適用した。空力加熱その他の影響は考慮しなかった。

文 献

- 1) 市川輝雄：細長い翼胴結合体の空力弾性的不定について、航空誌、8巻、72号、(1960/1)、p. 1.
- 2) Ashley, H. and Zartarian, G.: Piston Theory—A New Aerodynamic Tool for the Aeroelastician, J. Aero. Sci., Vol. 23, No. 12, (1956/12), p. 1109.
- 3) Van Dyke, M. D.: The Combined Supersonic-Hypersonic Similarity Rule, J. Aero. Sci., Vol. 18, No. 7, (1951/7), p. 499.
- 4) Morikawa, G.: Supersonic Wing-Body Lift, J. Aero. Sci., Vol. 18, No. 4, (1951/4), p. 217.
- 5) Lees, L.: Hypersonic Flow, Proc. 5th Inter. Aero. Conf., (1955), p. 241.
- 6) Grimminger, G.: Lift on Inclined Bodies of Revolution in Hypersonic Flow, J. Aero. Sci., Vol. 17, No. 11, (1950/11) p. 675.

表紙写真説明

模型による自由飛行実験の1例

滑空中の模型が吹上げ突風を受けたときの運動位置を横からみてストロボ写真に撮ったもの。

時間間隔 約 1/10 s

模型の全長 680 mm

主翼々弦長 105 mm

滑空速度 約 1.6 m/s

細長い棒が胴体、大きな矩形が主翼、小さな矩形が尾翼で、矢印の位置に吹上げがある。

(東大・工学部・航空学科・山名研究室)