文 献

- 1) Furlong, G.C. and McHugh, J.G. NACA Report No. 1399 (1957)
高田, 井改, 日本航空学会誌 55 (1958).
- 2) 生井, 半, 中村, 橋本, 樽谷, ミツ矢, 機械試験所所報 Vol. 13 No. 6 (1959).
- 3) 尼崎風洞整備試験報告 機械試験所資料 第22号 (1957)
生井, 平木, 中村, 橋本, 樽谷 日本航空学会誌 58 (1958).
- 4) 航空評議会 風洞試験規程 (昭 17.)
- 5) Shortal, J.A. and Maggin, B. NACA Tech. Note No. 1093 (1946).
- 6) Truckenbrodt, E. J. Aero. Soc. (1954/9).
- 7) Irving, H.B. Aircraft Engng. 9 (1937).
- 8) Black, J. J. Roy. Aero. Soc. 56, 57, (1952).
- 9) 光安, 林, 日本航空学会誌 40, (1957).
- 10) Kückemann, D.J. J. Roy. Aero. Soc. 57, (1953).

圧力を受ける円筒殻の円形開口部の応力集中について*

On the Stress Concentration in a Circular Cut-Out of a Circular Cylindrical Shell under Pressure

三 木 三 省**・太 田 友 弥***
Sansei MIKI and Tomoya OHTA

Abstract

There are several studies on the strength of a perforated shell in some approximate manner, but few on the bending theory of the shell.

This paper deals with the stress concentration at the edge of a circular cut-out of a circular cylindrical shell under pressure by the method of perturbation, which was applied to the shell under torsion by D. Withum.

The following conclusions are derived that in a cylindrical shell the stress concentration is greater than in a flat plate and it depends upon the parameter $\xi_0 = \sqrt[4]{3(1-\mu^2)} \rho_0 / \sqrt{Rt}$.

The edge of the cut-out is assumed to be free or unstiffened.

1. 緒 言

部分的に開口部をもつ円筒殻の問題は航空機構造はじめ一般の構造物において非常にしばしば現われるもので開口部の応力集中およびその有効な補強法の解明が要望される。この種の問題****を構造力学的に取扱ったものは少なくないが、これを殻の曲げ理論に基づいて解いたのは円形開口について A.I. Lourier が最初と思われ、後 D. Withum¹⁾ が解いた。Lourier は軸方向引張および内圧(二方向引張)の場合について孔の小さいときの近似解を求め Withum は円筒殻が捩りを受けるときに、捩動法によって開口の大きいときを取扱ったが、両者とも、円筒殻の場合には平板に比べて応力集中がより大きくなることを示した。ここで

は圧力を受ける円筒殻の円形開口部について Withum にならって捩動法により孔の比較的大きいときの解を求めた。ただし開口部は何ら補強または支持されていないものとする。

2. 基礎方程式

円筒殻開口部近傍の応力解析を行なうための基礎方程式として Withum にならい、Zerna, Green^{2),3)} によって導かれた応力関数と w による表示を用いる。すなわち、応力関数を Φ , 円筒の法線方向変位を w (内方正) とし、その他第1図および慣用の記号を用いて

$$\begin{cases} \Delta \Delta \Phi - \frac{Et}{R} w' = 0 \\ \Delta \Delta w + \frac{Et^3 R^3}{12(1-\mu^2)} \Phi'' = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$' = \partial/\partial(x/R), \cdot = \partial/\partial(y/R), \Delta = (\quad)'' + (\quad)''$

第1図 座標系および記号

上式は w, Φ を適当に複素結合することによって複素関数の1つの方程式に帰着される。すなわち

$$\psi = w + i\kappa\Phi \quad \kappa = 2\sqrt{3(1-\mu^2)}/Et^2$$

とおくことにより

$$\Delta \Delta \psi - 2i\alpha^2 \psi'' = 0 \quad \alpha = \sqrt[4]{3(1-\mu^2)}/\sqrt{Rt} \quad (2)$$

の形となる。これが円筒座標で表わした通常の Zerna の式で、本場合の基礎方程式として用いるものであるが、今のように円形開口部近傍の応力解析を行なうためには上式を極座標で表わすのが有用である。そこで第1図に示すように、円形開口部中心を極とし、円筒殻中性面展開面上において極座標系をとり

* 昭和35年4月9日 日本航空学会年会において講演 昭和35年6月7日原稿受理

** 川崎重工業株式会社

*** 大阪大学工学部

**** この問題の研究の概要については Withum の論文の緒言に詳しい。

$$x = \rho \cos \varphi, y = \rho \sin \varphi (-\pi R < \rho \sin \varphi \leq \pi R)$$

これより、変数変換計算を行なって基礎方程式 (2) は次の如く書ける。

$$\begin{aligned} \Delta \Delta \psi + i \alpha^2 \left[\Delta \psi + \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial \rho^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} \right) \cos 2\varphi \right. \\ \left. - \left(\frac{2}{\rho} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \rho \partial \varphi} - \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right) \sin 2\varphi \right] = 0 \quad (3) \\ \Delta = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \end{aligned}$$

ここでさらに

$$\zeta = \xi \sqrt{i} = \alpha \rho \sqrt{i}$$

において、 ρ を ζ に変換し

$$\begin{aligned} \Delta^* (\Delta^* \psi + \psi) + \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial \zeta^2} - \frac{1}{\zeta} \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} - \frac{1}{\zeta^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} \right) \cos 2\varphi \\ - \left(\frac{2}{\zeta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \zeta \partial \varphi} - \frac{2}{\zeta^2} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right) \sin 2\varphi = 0 \quad (4) \\ \Delta^* = -\frac{i}{\alpha^2} \Delta = \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{\zeta} \frac{\partial}{\partial \zeta} + \frac{1}{\zeta^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \end{aligned}$$

となる。本式の解が得られれば開口部孔縁における境界条件を満足するようにすべての定数が決定され問題は解決する。ただし本計算においては、以上の式に見られるように、圧力による非同次項は考えていない。したがって、解は上の同次方程式の解として得られる擾乱を、はじめの完全円筒殻の膜応力状態に重畳して開口縁での境界条件を満足させる方法を探る。極座標で表わした膜応力状態は 4. に示す。なお、本計算においては、通常の円筒殻曲げ理論における仮定が成り立つものとし、また考えている開口部は円筒端または他の開口部等より十分離れてその影響は受けないものとする。

3. 断面力、モーメント、歪の極座標表示

後の計算に必要な諸量は極座標への変換計算を行なって次のようになる。

i) 直断面力

$$\begin{cases} n_r = \frac{\alpha^2}{\xi^2} \left(\xi \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} \right) \\ n_\varphi = \alpha^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} \\ n_{r\varphi} = \frac{\alpha^2}{\xi^2} \left(-\xi \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi \partial \varphi} + \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \right) \end{cases} \quad (5.1)$$

ii) モーメント

$$\begin{cases} m_r = -B \frac{\alpha^2}{\xi^2} \left(\xi^2 \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \mu \xi \frac{\partial w}{\partial \xi} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) \\ m_\varphi = -B \frac{\alpha^2}{\xi^2} \left(\mu \xi^2 \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \xi \frac{\partial w}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) \\ m_{r\varphi} = -(1-\mu) B \frac{\alpha^2}{\xi^2} \left(\xi \frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \varphi} - \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right) \end{cases} \quad (5.2)$$

$$B = Et^3/12(1-\mu^2)$$

iii) 横剪断力

$$q_r = -B \alpha \frac{\partial (\Delta w)}{\partial \xi} \quad (5.3)$$

$$q_\varphi = -B \frac{\alpha}{\xi} \frac{\partial (\Delta w)}{\partial \varphi}$$

Kirchhoff の等価剪断力は

$$q_r^* = q_r - \frac{\alpha}{\xi} \frac{\partial m_{r\varphi}}{\partial \varphi} \quad (5.4)$$

iv) 歪^{*}

$$\begin{cases} \epsilon_r = \frac{1}{Et} (n_r - \mu n_\varphi) = \frac{\partial u}{\partial \rho} - \frac{w}{2R} (1 - \cos 2\varphi) \\ \epsilon_\varphi = \frac{1}{Et} (n_\varphi - \mu n_r) = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} + u \right) - \frac{w}{2R} (1 + \cos 2\varphi) \\ \gamma_{r\varphi} = \frac{2(1+\mu)}{Et} n_{r\varphi} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} - v + \rho \frac{\partial v}{\partial \rho} \right) - \frac{w}{R} \sin 2\varphi \end{cases} \quad (5.5)$$

4. 完全円筒殻の膜応力状態の極座標による表示

開口をもたない完全円筒殻が一様外圧を受けるときの膜断面力は

$$n_y = -pR, n_x = -pR/2, n_{xy} = 0$$

これを極座標で表わせば

$$\begin{cases} n_r = -\frac{pR}{4} (3 - \cos 2\varphi) \\ n_\varphi = -\frac{pR}{4} (3 + \cos 2\varphi) \\ n_{r\varphi} = -\frac{pR}{4} \sin 2\varphi \end{cases} \quad (6)$$

これに対応する応力関数は

$$\Phi = -\frac{1}{2} \left(\frac{pR}{4} \right) \rho^2 (3 + \cos 2\varphi) \quad (7)$$

5. 基礎方程式の解

ψ を φ についての Fourier 級数

$$\psi = -\frac{1}{2} \psi_0(\zeta) + \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n(\zeta) \cos 2n\varphi$$

に展開し (4) 式に代入すれば、 ψ_{n-1} 、 ψ_n 、 ψ_{n+1} についての漸化式を得る。

$$\Delta_n (\Delta_n \psi_n + \psi_n) + \frac{1}{2} [\Delta_{n+1} \psi_{n+1} + \Delta_{n-1} \psi_{n-1}] = 0$$

$$n=0, 1, 2, \dots$$

$$\Delta_n = \frac{d^2}{d\zeta^2} + \frac{1}{\zeta} \frac{d}{d\zeta} - \frac{4n^2}{\zeta^2}$$

$$\Delta_{n\pm 1} = \frac{d^2}{d\zeta^2} \pm \frac{4n\pm 3}{\zeta} \frac{d}{d\zeta} + \frac{4n(n\pm 1)}{\zeta^2}$$

$$\text{ただし, } \psi_{-1} \equiv \psi_1 \quad (8)$$

ここで ψ_{n-1} 、 ψ_{n+1} は ψ_n に対しては影響が少ないことを考え、Withum に従って、振動パラメタ ϵ を導入し、[] 内項を振動項と考えると (8) 式を

$$\Delta_n (\Delta_n \psi_n + \psi_n) + \epsilon \frac{1}{2} [\Delta_{n+1} \psi_{n+1} + \Delta_{n-1} \psi_{n-1}] = 0$$

と書き、さらに

^{*} Withum の歪の表示式には符号の誤りがあり、誤値と思われる。

$$\phi_n = \sum_{\nu=1}^{\infty} \varepsilon^{\nu} \phi_n^{(\nu)}(\zeta)$$

とて ε のべき級数に展開し、同次の項を比べて

$$\Delta_n(\Delta_n \phi_n^{(\nu)} + \phi_n^{(\nu)}) = -\frac{1}{2}(\Delta_{n+1} \phi_{n+1}^{(\nu-1)} + \Delta_{n-1} \phi_{n-1}^{(\nu-1)}) \quad (9)$$

$$\nu=0, 1, 2, \dots, \phi_n^{(-1)} \equiv 0$$

を得る。計算は $n=0, \nu=0$ より始めれば、 $\phi_{n-1}^{(\nu-1)}, \phi_{n+1}^{(\nu-1)}$ は既知となるから逐次解くことが出来る。(9) 式の解は直ちに得られるが、特に $n=0$ については別に取扱わねばならない。

$$\begin{cases} n=0 & \phi_0^{(\nu)} = a_{0,0}^{(\nu)} + b_{0,0}^{(\nu)} \log \zeta + c_{0,0}^{(\nu)} J_0(\zeta) \\ & + d_{0,0}^{(\nu)} H_0^{(1)}(\zeta) + \phi_{0L}^{(\nu)} \\ n \geq 1 & \phi_n^{(\nu)} = a_{n,n}^{(\nu)} \zeta^{2n} + b_{n,n}^{(\nu)} \zeta^{-2n} \\ & + c_{n,0}^{(\nu)} J_{2n}(\zeta) + d_{n,0}^{(\nu)} H_{2n}^{(1)}(\zeta) + \phi_n^{(\nu)} \end{cases} \quad (10)$$

ここに、 $J_{2n}(\zeta), H_{2n}^{(1)}(\zeta)$ は引数 $\zeta = \xi \sqrt{i}$ (ξ は実数) の Bessel および第1種の Hankel 関数で、 $a_{n,n}^{(\nu)}, b_{n,n}^{(\nu)}, c_{n,0}^{(\nu)}, d_{n,0}^{(\nu)}$ は積分定数 (一般に複素数)、 $\phi_n^{(\nu)}$ は (9) 式で右辺の非同次項による特解を表わす。ここで孔縁より生ずる擾乱は孔縁より十分離れた点では消滅すべきであるから

$$a_{n,n}^{(\nu)} = c_{n,0}^{(\nu)} = 0$$

でなければならない。(9) 式の特解は $\nu=0$ については0であるから $\nu=0$ より始めて逐次各々の n, ν について解を求め、計算を進めることが出来、結局(10)式は次のように書くことが出来る。

$$\phi_0^{(\nu)} = b_{0,0}^{(\nu)} \log \zeta + \sum_{p=0}^{\nu} d_{0,p}^{(\nu)} Z_{0,p}(\zeta) + \phi_{0L}^{(\nu)} \quad (11)$$

$$\phi_n^{(\nu)} = \sum_{p=1}^n b_{n,p}^{(\nu)} \zeta^{-2p} + \sum_{p=0}^{\nu} d_{n,p}^{(\nu)} Z_{n,p}(\zeta) + \phi_{nL}^{(\nu)}$$

ここで

$$Z_{n,p}(\zeta) = \zeta^p H_{2n-p}^{(1)}(\zeta)$$

$b_{n,p}^{(\nu)}, d_{n,p}^{(\nu)}$ は (11) 式を (9) 式に代入して得られる次の関係式より求めることが出来る。

$$\begin{aligned} b_{n,p}^{(\nu)} &= 4(n-p+1)(n+p-1)b_{n,p-1}^{(\nu)} \\ &+ \frac{n+p-1}{2(n-p)} b_{n-1,p}^{(\nu-1)} + \frac{n-p+1}{2(n+p)} b_{n+1,p}^{(\nu-1)} \\ d_{0,p}^{(\nu)} &= -\frac{1}{2p} d_{1,p-1}^{(\nu-1)} - d_{1,p}^{(\nu-1)} \\ d_{n,p}^{(\nu)} &= -\frac{1}{4p} d_{n+1,p-1}^{(\nu-1)} - \frac{1}{2} d_{n+1,p}^{(\nu-1)} \\ &- \frac{1}{4p} d_{n-1,p-1}^{(\nu-1)} + \frac{1}{2} d_{n-1,p}^{(\nu-1)} \\ &- \sum_{t=1}^{\nu} (-2)^{t-1} \frac{(p+t)!}{p!} d_{n-1,p+t}^{(\nu-1)} \end{aligned} \quad (12)$$

また、 $\log \zeta$ に由来する特解は一つのまとまった形には表わし難いのでこれを $\phi_{nL}^{(\nu)}$ と書いてある。当面必要な解は次のようである。

$$\phi_{nL}^{(0)} = 0, \phi_{0L}^{(\nu)} = 0, \phi_{1L}^{(\nu)} = -\frac{1}{4} b_{0,0}^{(\nu)}$$

$$\phi_{2L}^{(1)} = 0, \phi_{2L}^{(2)} = -\frac{1}{16} b_{0,0}^{(0)} - b_{0,0}^{(0)} \zeta^{-2}, \dots \quad (13)$$

次に w と $\kappa \Phi$ を求めるために ϕ を実虚部に分けて (一は実部, $\wedge$ は虚部を表わす)

$$\begin{cases} w_0^{(\nu)} = \bar{b}_{0,0}^{(\nu)} \log \xi - \frac{\pi}{4} \bar{b}_{0,0}^{(\nu)} + \bar{d}_{0,p}^{(\nu)} \bar{Z}_{0,p}(\xi) \\ - \bar{d}_{0,p}^{(\nu)} \bar{Z}_{0,p}(\xi) + \bar{\phi}_{0L}^{(\nu)} \\ w_n^{(\nu)} = \Sigma \left[\left(\bar{b}_{n,p}^{(\nu)} \cos \frac{p\pi}{2} + \bar{b}_{n,p}^{(\nu)} \sin \frac{p\pi}{2} \right) \xi^{-2p} \right. \\ \left. + \bar{d}_{n,p}^{(\nu)} \bar{Z}_{n,p}(\xi) - \bar{d}_{n,p}^{(\nu)} \bar{Z}_{n,p}(\xi) \right] + \bar{\phi}_{nL}^{(\nu)} \\ n \geq 1 \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} \kappa \Phi_0^{(\nu)} = \bar{b}_{0,0}^{(\nu)} \frac{\pi}{4} + \bar{b}_{0,0}^{(\nu)} \log \xi + \bar{d}_{0,p}^{(\nu)} \bar{Z}_{0,p}(\xi) \\ + \bar{d}_{0,p}^{(\nu)} \bar{Z}_{0,p}(\xi) + \bar{\phi}_{0L}^{(\nu)} \\ \kappa \Phi_n^{(\nu)} = \Sigma \left[\left(-\bar{b}_{n,p}^{(\nu)} \sin \frac{p\pi}{2} + \bar{b}_{n,p}^{(\nu)} \cos \frac{p\pi}{2} \right) \right. \\ \left. \times \xi^{-2p} + \bar{d}_{n,p}^{(\nu)} \bar{Z}_{n,p}(\xi) + \bar{d}_{n,p}^{(\nu)} \bar{Z}_{n,p}(\xi) \right] \\ + \bar{\phi}_{nL}^{(\nu)} \quad n \geq 1 \end{cases}$$

の形に表わすことが出来る。4つの積分定数は次の4つの境界条件より定まる。

6. 開口縁での条件

孔縁での条件として開口部が何ら補強または支持されないとき孔縁では stress free である。すなわち $\xi = \xi_0 = \alpha \rho_0$ において

$$n_p = n_{pp} = m_p = q_p^* = 0^* \quad (15)$$

である。これらの諸量は3.より $\kappa \Phi$ と w で表わされるが、前節の解に対応し得るように、 $w, \kappa \Phi$ を φ の Fourier および ε のべき級数に展開して

$$\begin{cases} n_p^{(\nu)} = \frac{\alpha^2}{\xi^2} \left(\xi \frac{d\Phi_n^{(\nu)}}{d\xi} - (2n)^2 \Phi_n^{(\nu)} \right) \\ n_{pp}^{(\nu)} = \frac{\alpha^2}{\xi^2} \left(2n\xi \frac{d\Phi_n^{(\nu)}}{d\xi} - (2n)\Phi_n^{(\nu)} \right) \\ m_p^{(\nu)} = -B\alpha^2 \left[\frac{d^2 w_n^{(\nu)}}{d\xi^2} + \frac{\mu}{\xi} \frac{dw_n^{(\nu)}}{d\xi} \right. \\ \left. + \frac{\mu}{\xi^2} (-4n^2) w_n^{(\nu)} \right] \\ q_p^*^{(\nu)} = -B\alpha^3 \left[\frac{d^3 w_n^{(\nu)}}{d\xi^3} + \frac{1}{\xi} \frac{d^2 w_n^{(\nu)}}{d\xi^2} - \frac{1}{\xi^2} \right. \\ \left. \times (1 + (2-\mu)4n^2) \frac{dw_n^{(\nu)}}{d\xi} + \frac{1}{\xi^3} (12n^2 - 4\mu n^2) w_n^{(\nu)} \right] \end{cases} \quad (16)$$

前述の如く、本解法では前節の解と膜応力を重畳して境界条件を満足せしめるような方法を探るから、(15)の条件式は

$$n_p^{(\nu)} = -n_{pp}^{(\nu)}, n_{pp}^{(\nu)} = -n_{pp}^{(\nu)}, m_p^{(\nu)} = 0, q_p^*^{(\nu)} = 0$$

ただし、添字 m は膜応力を表わし、4.より

) $q_p^ = 0$ の条件は物理的には不都合と思われるが、適当な外力または対称位置に同じ大きさの開口があって外部的には約合っているものとする。

$$\left\{ \begin{array}{ll} n_{\rho} \rangle_m = -3/4 \cdot pR & n=0 \\ = 1/4 \cdot pR & n=1 \\ = 0 & n \geq 2 \\ n_{\rho\varphi} \rangle_m = -1/4 \cdot pR & n=1 \\ = 0 & n \geq 2 \end{array} \right. \quad (17)$$

である。よって境界条件としては $n \geq 2$ については条件は同次式となる。以上の如くして所要の境界条件が求められたわけであるが、 $n=0$ については $n_{\rho\varphi} \rangle_0 = 0$ の条件が恒等的に満足するため条件が1個不足する。その条件は次の如くして求まる。すなわち $n=0$ に対しては $w_0^{(0)} \equiv 0$ であるから (5.5) 式より

$$\begin{aligned} \epsilon_{\rho} \rangle_0 &= \frac{1}{Et} \left[\frac{\alpha^2}{\xi^2} \left(\xi \frac{d\Phi_0}{d\xi} \right) - \mu \alpha^2 \frac{d^2\Phi_0}{d\xi^2} \right] \\ &= \alpha \frac{dw_0}{d\xi} - \frac{1}{2R} (w_0 - w_1) \\ \epsilon_{\varphi} \rangle_0 &= \frac{1}{Et} \left[\alpha^2 \frac{d^2\Phi_0}{d\xi^2} - \mu \frac{\alpha^2}{\xi^2} \frac{d\Phi_0}{d\xi} \right] \\ &= \frac{\alpha}{\xi} w_0 - \frac{1}{2R} (w_0 + w_1) \end{aligned}$$

これより w_0 を消去すれば

$$\begin{aligned} \xi \frac{d^3(\kappa\Phi_0)}{d\xi^3} + \frac{d^2(\kappa\Phi_0)}{d\xi^2} - \frac{1}{\xi} \frac{d(\kappa\Phi_0)}{d\xi} \\ = -2w_1 - \xi \left(\frac{dw_0}{d\xi} + \frac{dw_1}{d\xi} \right) \end{aligned}$$

さらに 5. の計算を行なって

$$\begin{aligned} \xi \frac{d^3(\kappa\Phi_0^{(v)})}{d\xi^3} + \frac{d^2(\kappa\Phi_0^{(v)})}{d\xi^2} - \frac{1}{\xi} \frac{d(\kappa\Phi_0^{(v)})}{d\xi} \\ + \xi \frac{dw_0^{(v)}}{d\xi} = -2 \left(w_1^{(v-1)} + \frac{1}{2} \xi \frac{dw_1^{(v-1)}}{d\xi} \right) \quad (18) \end{aligned}$$

が ξ について恒等的に成り立つべきことが要せられる。この条件は $n=0$ に対する適合条件式に他ならない。上式に $\xi^{-1}d/d\xi$ をかければ一般の適合条件式、(1)の第一式の極座標表示になることは直ちに証明出来る。(11)式で与えられる $w_0^{(v)}$, $\kappa\Phi_0^{(v)}$ を本式に代入すれば $\bar{b}_{0,0}^{(v)}$ を除いては他の項はすべて打消して消滅するから、これが ξ について恒等的に成り立つためには

$$\bar{b}_{0,0}^{(v)} = 0 \quad (19)$$

なるべきことが必要である。

7. 計算過程および計算結果

以上の如くして必要な方程式の解、および境界条件が表わされたから実際計算は $n=0$, $\nu=0$ より始めて逐次解いて行くことが出来る。 $\psi_n^{(v)}$ は $\psi_{n-1}^{(v)}$ および $\psi_{n+1}^{(v-1)}$ に関係するが、 $\psi_0^{(v)} \rangle_p = 0$ および境界条件としては $\psi_0^{(0)}$, $\psi_1^{(0)}$ を除いてはすべて同次式であるから恒等的に消滅する項が生ずる。計算の過程を第1表に示す。表中、0 と書いてあるのは上記の理由より消失する項である。数値計算においては主として $Z_{n,p}(\xi)$ の計算が面倒であるが、(例えば Jahnke-Emde の数表には $Z_{0,0}$, $Z_{1,1}$ の表があるが有効数字に乏しいため用いられない) 円筒関数の性質より漸化式関係によ

第1表 計算過程表

$\nu \backslash n$	0	1	2	3	4
0	$\psi_0^{(0)}$	$\psi_1^{(0)}$	$\psi_2^{(0)}$	$\psi_3^{(0)}$	$\psi_4^{(0)}$
1	$\psi_0^{(1)}$	$\psi_1^{(1)}$	$\psi_2^{(1)}$	$\psi_3^{(1)}$	$\psi_4^{(1)}$
2	0	$\psi_1^{(2)}$	$\psi_2^{(2)}$	$\psi_3^{(2)}$	$\psi_4^{(2)}$
3	0	0	$\psi_2^{(3)}$	$\psi_3^{(3)}$	$\psi_4^{(3)}$

 第2表 $n_{\varphi} \rangle_n^{(v)} \xi = \xi_0 / (-pR)$

n	ξ_0	ν			
		0	1	2	3
0	0.1	1.5000	0.0018		
	0.5	1.5000	-0.0797	-0.0208	-0.0158
	1.12468	1.5000	-0.1086	-0.1629	-0.0220
	2	1.5000	-0.8318	-0.3016	0.0674
1	0.1	1.0089	0.0059		
	0.5	1.0919	0.1368	0.0114	
	1.12468	1.4069	0.5660	-0.0440	
	2	2.1010	1.6521	-0.1938	
3	0.1				
	0.5		-0.0053		
	1.12468		-0.0720		
	2		-0.3885		

って、 $Z_{n,p}(\xi)$ およびその導関数は $Z_{0,0}$, $Z_{1,1}$ で表わされるから、これのみを計算しておけばよい。数種の ξ_0 についての最大応力計算結果を第2表に示す。孔縁での最大応力は平板の場合と同じ位置 ($\varphi=0$) に生じ円筒の場合には平板の場合の応力集中度 2.5 に比べて大きい値を示す。その理由は円筒の場合には中性面の伸縮に加えて法線方向変位 w による歪が付加されるためと思われる。また孔縁の応力集中は本理論では $\xi_0 = \alpha \rho_0 = \sqrt{3(1-\mu^2)} \rho_0 / \sqrt{Rt}$ (ρ_0 は孔の半径) なるただ1つのパラメータで決まる。これは既に Withum に

 第2図 応力集中度 $\sim \xi_0$

よって求められたところであるが円筒の場合には応力集中が円筒殻の半径、板厚にも関係することは興味あることである。第2図に応力集中率の ξ_0 による変化状況を示す。

8. 結 言

円形開口部をもつ円筒殻が圧力を受けるときの孔縁における応力集中率を求め、平板の場合より大きくなることを示し、 ξ_0 に対して図示した。開口が非常に大きくなったときおよび本法の適用限界についてはさらに考究の要があろう。終りに本研究において終始有益な御教示、御討議を頂いた東京大学工学部航空学科

林毅教授、船舶工学科山本善之助教授に対し厚く感謝の意を表す。また面倒な数値計算を行なわれた川崎重工技術研究所植西正裕君に対して感謝する。

文 献

- 1) D. Withum "Die Kreiszyllinderschale mit kreisförmigem Ausschnitt unter Schubbeanspruchung" Ingenieur Archiv 1958 S. 435/446
- 2) W. Zerna "Zur Berechnung der Randstörungen kreiszyllindrischer Tonnenschalen" Ingenieur Archiv 1952 S. 857/862
- 3) A.E. Green & W. Zerna "Theoretical Elasticity" Oxford Press 1954

抄 録 (続き)

(284 頁より続く)

付近である。粒子のほとんど大部分は電子で、のこりは陽子である。これらの粒子が地球におりてくると極光を生ずる。バン・アレン帯を通るとき、宇宙船もしくは宇宙ステーションの乗員は放射性障害を受けるかも知れないと心配されている。とくに太陽活動の盛んなときにはひどくなる。

宇宙線 宇宙線は陽子、アルファ粒子、および原子核などからなる。宇宙船もしくは宇宙ステーション内にいる人間は、敏感なところ、たとえば目の網膜などが宇宙線にやられる心配がある。

流星 宇宙船のキャビンが流星塵と衝突してパンクしたら重大だ。現在の資料によると、直径 3 m の球形の宇宙船が、1 cm の厚さのアルミニウム表面をもっているとすると、1年に1度くらいの割でパンクするという推定になるという。エクスプロアラー1号の資料によると、 10^{-9} グラムもしくはそれ以上の質量をもつ粒子が 10 秒につき 1 回の割でこの宇宙船と衝突することになり、たまには (1日につき1回) 衝撃音が聞こえるであろう。流星雨 (シャワー) のときには、その率は 100 倍にも達するだろう。

電磁放射 太陽からくる電磁放射は約 2 カロリ/ $\text{cm}^2 \cdot \text{秒}$ である。これらは主として可視光線部分でおこっている。地球からの放射もある。アルベード 0.4 で地球が太陽光線を反射するから、昼の部分は輝いて見えよう。夜は夜光と極光が見えるであろう。

宇宙旅行に際しての環境 **加速度** 現在の無人飛行のときの加速度は、発進のときの 1 g 以下から、ロケットの最終段階での 50 g くらいまでである。有人のときは発進段階では割に処理しやすい。宇宙空間から直接帰るときには負の加速度が 100 g にも達するだろう。この負の加速度は下降の入射角を 2° にすると 8 g に低下できる。適当な制動ロケットを使うと、負

の加速度を人間のたえ得るくらいに下げられる。

宇宙空間で無重力状態になるが、重力のあるような感じを出すには、宇宙船を回転させれば達成できる。

加熱 発進段階では航空力学的昇温から乗員を守ることは大して問題でない。問題は帰還するときの航空力学的昇温を低下させることである。むずかしいが、多分克服できるだろう。

宇宙旅行中は太陽放射を受けることによる居室の昇温を防ぐ問題がある。衛星のように地球をまわるとき、地球によって太陽が掩われたり、またその陰から出たりして、温度が昇降することの対策をたてなければならぬ。

視覚的バックグラウンド 宇宙船からのぞくと、真黒い空、かがやく星、ギラギラする太陽が見えるだろう。昼間は地球は明るく見え、夜は地球の夜光と極光がボンヤリ見えるだろう。

聴覚的バックグラウンド 音は宇宙船のなかでの音源から起こるだろう。流星と衝突する音がポツン、ポツンと間をおいて聞こえるだろう。

心理的な環境 心理的雰囲気 (孤独と人間社会からの隔絶) と人間自身との組合せとして、特殊な心理的環境が形成されるが、それは著者の論ずる領域ではない。(荒川秀俊)

表紙写真説明

軟鋼円板が回転によって降伏をしているときの様子を観察したものである。円板の大きさは外径 200 mm、内径 20 mm、厚さ 2 mm である。回転数はそれぞれ 30,000, 33,600, 35,600, 36,000 rpm であって、回転を上げるに従って降伏が進行している様子がよく分かる。