滑らかにされることを示している。X方向の静圧分布については、ほかに例も多いことであるのでここでは詳しくふれない。

5. 考 察

本報告では、特に干渉域における静圧の Y 方向変化について詳しく測定した結果を述べた。強い衝撃波と境界層の干渉理論について、従来の理論は絶望的であり、ナビヤー・ストークス方程式を基礎にするにしても、各物理量の再評価をせねばなるまい。

しかも、乱流境界層の場合には現在のところ全く手がかりがつかめそうもない。

こうした理論的検討はまたの機会に譲りたい。

6. あとがき

本報告は、干渉問題の実験的検討としては非常に限られたものということになるが、静圧分布の変化の定量化に1つの目安となれば幸いである。

なお本風洞では、吹下し型であるために、レイノルズ数が単位 cm 当り 2×10^5 程度であって、平板上に

において、前縁から 2~30 mm のところで遷移してしまい、層流部分は薄すぎて、われわれの実験では、層流の場合の検討は出来なかった。

文 献

- 1) L. Crocco, Consideration on the Shock-Boundary Layer Interaction, High-Speed Aeronautics, '54.
- 2) Crocco-Lees, A Mixing Theory for the Interaction between Dissipative Flows and Nearly Isentropic Streams, Jour. Aero. Sci., Oct., '52.
- 3) Honda, A Theoretical Investigation of the Interaction Between Shock Waves and Boundary Layer, Jour. Aero. Spa. Sci., Nov., '58.
- 4) A.G. Hammit, An Analysis of the Interaction of Shock Waves with Unseparated Turbulent Boundary Layer, AFISR TN 57-108, Rep. No. 371, Feb., '57.
- 5) Bogdonoff, A Preliminary Investigation of a Shock Wave-Turbulent Boundary Layer Interaction, Princeton Univ. Rep. No. 184, Nov., '51.
- 6) O'Donnel, Experimental Investigation at March Number of 2.41 of Average Skin Friction Coefficients and Velocity Profiles for Laminar and Turbulent Boundary Layers and Assessment of Probe Effect, NACA Tech. No. 3122, '54.

ホーミングを行なう飛しょう体の運動の安定性について*

On the Stability of Homing-Missile's Motion

大 須 賀 節 雄**

Setsuo OSUGA

Abstract

The effect of spin on the stability of homing missile's motion is described in this paper. Although the amount of this effect has much to do with airframe and guidance-and-control system dynamic characteristics, the spinning of missile has tendency to decrease its dynamic stability. And the analysis shows that there is permissible or critical value of this spin velocity below which destabilizing effect is small and that especially the influence of guidance-and-control system's characteristic on the stability of missile's motion is fairly large.

1. ま え が き

飛しょう体のホーミング運動について、筆者は文献(1)で近似化した解析を行ない、主としてスピンの影響を調べた。本稿はそれを更に拡張して誘導機器が種々の特性を有する場合につき、スピンの影響および機体の動特性の影響を調べ、かつ安定領域を出来るだけ大

にしスピンの影響を小にするような誘導機器特性(以下単に機器特性という)を求めてみた。飛しょう体がホーミングを行なう際には入力信号は目標との相対距離に反比例するため、最終段階で必ず発散傾向が生じる。実際にはサーボ装置等にリミッターがかかっているから、入力が増大したときには等価的な系の利得が減少することになってホーミング運動の発散は抑制されるが、これに関しては本稿では扱わない。しかしいずれにしても機器特性に非線系要素を含まない系の安定領域を最大にすることは飛しょう体の性能を決定するための重要な要素であることは論をまたない。本稿ではこれを行なうために、ホーミング運動の一般方程式を求め、特定の数値例について、機器特性をそれぞれ1次系、2次系、3次系で表わしたときの安定領域を求めスピンの影響、機体特性の影響を調べた。また複素平面上で根軌跡に条件を付すことにより安定領域を大にするための機器特性を求めた。なお飛しょう体、目標とも速度は一定とし、高度も一定とする。

2. 基礎方程式

すでに文献(1)で述べた如く、飛しょう体のホー

* 昭和 85 年 9 月 20 日原稿受理

** 富士精密工業株式会社

ミング運動を解析するには空間運動の方程式，誘導機特性および機体の動特性から成る閉ループ系を解かねばならない。

2-1 座標系 本稿で用いる座標系を次に示す。

$X_E Y_E Z_E$ 系—空間に固定された座標系で鉛直上方に Z_E 軸水平面内に $X_E Y_E$ 各軸をとる。

第1図 座 標 系

$\bar{X}_E \bar{Y}_E \bar{Z}_E$ 系—飛しょう体がランチャー上にある状態で原点を重心におき，機軸方向に $\bar{X}_E$ 軸，これに直角な面内，水平方向に $\bar{Y}_E$ 軸，これらと直角に $\bar{Z}_E$ 軸をとる。 $\bar{Y}_E$ は Y_E と一致し， $\bar{X}_E \bar{Z}_E$ 各軸は $X_E Z_E$ 各軸と γ_0 だけ傾いているものとする。

$X_E' Y_E' Z_E'$ 系—飛しょう体がランチャー上にあるときは $\bar{X}_E \bar{Y}_E \bar{Z}_E$ 系と一致しており，ランチャー離脱後も各軸方向は不変であるが原点は常に飛しょう体の重心と一致している。なおこの各軸方向の単位ベクトルを i_E', j_E', k_E' とする。

XYZ 系— $X_E' Y_E' Z_E'$ 系より次のようにして作られる。まず Z_E' 軸まわりに ϕ だけ回転して $X_1 Y_1 Z_1$ を作り，次いで Y 軸まわりに θ だけ回転して XYZ 系に到達する。X軸は機軸方向と一致する。この各軸方向の単位ベクトルを i, j, k とする。

$X_A Y_A Z_A$ 系—機体に固定した座標系で XYZ 系を更に X 軸まわりに φ だけ回転して得られる。 X_A 軸と X 軸とは一致しており， Y_A, Z_A 軸は対称十字翼の各一對の翼ヒンジ方向と一致させる。単位ベクトルは i_A, j_A, k_A とする。

2-2 空間運動方程式 第2図のように目標の位置，速度方向および飛しょう体の速度方向を定義すると，空間運動方程式として，

$$\left. \begin{aligned} \dot{R} \cos \sigma_2 - R \dot{\sigma}_2 \sin \sigma_2 &= V_T \cos \gamma_{T2} \\ &\times \cos(\gamma_{M1} - \sigma_1) - V_M \cos \gamma_{M2} \\ &\times \cos(\gamma_{M1} - \sigma_1), \\ \dot{R} \sin \sigma_2 + R \dot{\sigma}_2 \cos \sigma_2 &= V_T \sin \gamma_{T2} \\ &- V_M \sin \gamma_{M2}, \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\begin{aligned} R \dot{\sigma}_1 \cos \sigma_1 &= V_T \cos \gamma_{T1} \sin(\gamma_{T1} - \sigma_1) \\ &- V_M \cos \gamma_{M2} \sin(\gamma_{M1} - \sigma_1), \end{aligned}$$

が導かれる。

第2図 空間運動の関係

2-3 操舵シグナルおよび誘導機特性 飛しょう体は目視線の変化速度を入力シグナルとして検知し，これを Y_A, Z_A 両軸上に分解する。文献(1)で扱ったと同様に目視線角速度ベクトル $\dot{\alpha}$ を，

$$\dot{\alpha} = \dot{\sigma}_2 i_E' \sin \sigma_1 - \dot{\sigma}_2 j_E' \cos \sigma_1 + \dot{\sigma}_1 k_E' \quad (2)$$

と表わす。また i_A, j_A, k_A と i_E', j_E', k_E' の関係は， θ, ϕ が微小として2次の項を省略するなら，

$$\left. \begin{aligned} i_A &= i_E' + \phi j_E' - \theta k_E', \\ j_A &= (-\phi \cos \varphi + \theta \sin \varphi) i_E' \\ &\quad + \cos \varphi j_E' + \sin \varphi k_E', \\ k_A &= (\phi \sin \varphi + \theta \cos \varphi) i_E' - \sin \varphi j_E' \\ &\quad + \cos \varphi k_E', \end{aligned} \right\} (3)$$

と表わされる。 Y_A, Z_A 各軸方向の入力シグナルを e_y, e_z とすると，

$$\left. \begin{aligned} e_y &= \dot{\alpha} \cdot j_A = \dot{\sigma}_2 \sin \sigma_1 (-\phi \cos \varphi \\ &\quad + \theta \sin \varphi) - \dot{\sigma}_2 \cos \varphi \cos \sigma_1 + \dot{\sigma}_1 \sin \varphi, \\ e_z &= \dot{\alpha} \cdot k_A = \dot{\sigma}_2 \sin \sigma_1 (\phi \sin \varphi + \theta \cos \varphi) \\ &\quad + \dot{\sigma}_2 \sin \varphi \cos \sigma_1 + \dot{\sigma}_1 \cos \varphi, \end{aligned} \right\} (4)$$

が得られる。ここで，

$$-e_y + i e_z = E, \quad -\theta + i \phi = \Phi, \quad (5)$$

とし，また $\varphi = pt$ とおくと(4)式は，

$$E = [\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 (-i \Phi \sin \sigma_1 + \cos \sigma_1)] e^{i pt}, \quad (6)$$

となる。(6)式中の $-i \dot{\sigma}_2 \Phi \sin \sigma_1 e^{i pt}$ は機軸変化に伴うシグナルの変動分である。これは非線形の項でありこの取り扱いが極めて困難であるが，操舵翼の空力中心と重心とが著しく離れていない場合には $|\Phi| \ll 1$ であり，また飛しょう体は主に目標の後方から発射されるとすれば $\sin \sigma_1 \ll \cos \sigma_1$ となるから，この項は—まず省略する。

他方 Y_A 軸， Z_A 軸上の翼の操舵角を δ_y, δ_z とし，またこの合成量に等しい角 δ_y', δ_z' をとる仮想的な操舵翼を Y_E', Z_E' 軸上に考える。

$$-\delta_y + i\delta_z = \Delta, \quad -\delta_y' + i\delta_z' = \Delta' \quad (7)$$

とすると、この間には、

$$\Delta = \Delta' e^{i\phi}, \quad (8)$$

の関係がある。誘導機器の特性を一般に n 次系であらわすと、 E なる入力シグナルに対して、舵角は、

$$f(D) \cdot \Delta = (a_n D^n + a_{n-1} D^{n-1} + \cdots + a_1 D + a_0) \Delta = \left(\sum_{r=0}^n a_r D^r \right) \Delta = E, \quad (9)$$

と表わされる。ただし $D = d/dt$ である。(8) 式を代入し、整理すると、

$$\left[K \prod_{r=1}^m (D + 1/\tau_r + ip) \cdot \prod_{j=1}^{\frac{n-m}{2}} \{ D^2 + 2(\zeta_j \omega_j + ip) D + \omega_j^2 - p^2 + 2\zeta_j \omega_j ip \} \right] \Delta' = k(iD\sigma_1 + \cos \sigma_1 D\sigma_2), \quad (10)$$

$$K = \prod_{r=1}^m \tau_r \cdot \prod_{j=1}^{\frac{n-m}{2}} \omega_j^{-2}, \quad (11)$$

が得られる。

2-4 機体の動特性 機体の動特性を求めるために、まずわれわれは飛しょう体の一般運動方程式をたてておく。通常の機体運動方程式は機体座標 $X_A Y_A Z_A$ 系についてたてられるが、スピンを伴う飛しょう体においては ϕ, θ は 1 次の微小量であるが φ は有限の大きさを有するため、微小擾乱理論を適用するためには XYZ 系を用いた方が便利である。 $X_E' Y_E' Z_E'$ 系が $X_A Y_A Z_A$ 系に対して γ_0 だけ傾いているものとし、機軸方向の速度およびスピン速度は一定としているから X 軸方向の方程式を除くと、線型化された運動方程式は、

$$\left. \begin{aligned} & \left(1 - \frac{\rho S l}{4m} C_{y\beta} \right) \dot{v} - \frac{\rho S l^2}{8m V_M} C_{v\beta} \dot{\phi} \dot{v} \\ &= \frac{\rho V_M S}{2m} C_{y\beta} v + \frac{\rho S l^2}{8m} C_{y\alpha\phi} \dot{\phi} \dot{\theta} \\ &+ \frac{\rho S l}{4m} C_{y\alpha\phi} \dot{\phi} \dot{w} + \left(\frac{\rho V_M S l}{4m} C_{y\alpha} - V_M \right) \dot{\phi} \\ &+ \frac{\rho V_M^2 S}{2m} C_{y\delta} (\delta_z \cos \varphi + \delta_y \sin \varphi) \\ &- g \phi \sin \gamma_0, \\ &\frac{\rho S l^2}{8m V_M} C_{z\beta\phi} \dot{\phi} \dot{v} + \left(1 - \frac{\rho S l}{4m} C_{z\alpha} \right) \dot{w} \\ &= - \frac{\rho S l}{4m} C_{z\beta\phi} \dot{\phi} v + \frac{\rho V_M S}{2m} C_{z\alpha\omega} \\ &+ \frac{\rho S l^2}{8m} C_{z\alpha\phi} \dot{\phi} \dot{\theta} - \left(\frac{\rho V_M S l}{4m} C_{z\alpha} - V_M \right) \dot{\theta} \\ &+ \frac{\rho V_M^2 S}{2m} C_{z\delta} (-\delta_y \cos \varphi + \delta_z \sin \varphi) \\ &+ g \theta \sin \gamma_0 - g \cos \gamma_0, \\ &\dot{\theta} - \frac{\rho S l^3}{8 V_M I_y} C_{m\beta\phi} \dot{\phi} \dot{v} - \frac{\rho S l^2}{4 I_y} C_{m\alpha} \dot{w} \\ &= \frac{\rho S l^2}{4 I_y} C_{m\beta\phi} \dot{\phi} v + \frac{\rho V_M S l}{2 I_y} C_{m\alpha\omega} \\ &+ \frac{\rho V_M S l^2}{4 I_y} C_{m\alpha\phi} \dot{\phi} \dot{\theta} + \left(\frac{\rho S l^3}{8 I_y} C_{m\alpha\phi} - \frac{I_x}{I_y} \right) \dot{\phi} \dot{\phi} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} & + \frac{\rho V_M^2 S l}{2 I_y} C_{m\delta} (\delta_y \cos \varphi - \delta_z \sin \varphi), \\ & \dot{\phi} - \frac{\rho S l^3}{8 V_M I_z} C_{n\alpha\phi} \dot{\phi} \dot{v} + \frac{\rho S l^2}{4 I_z} C_{n\beta} \dot{v} \\ &= \frac{\rho S l^2}{4 I_z} C_{n\alpha\phi} \dot{\phi} \dot{w} + \frac{\rho V_M S l}{2 I_z} C_{n\beta} v \\ &+ \frac{\rho V_M S l^2}{4 I_z} C_{n\alpha} \dot{\phi} - \left(\frac{\rho S l^3}{8 I_z} C_{n\alpha\phi} - \frac{I_x}{I_z} \right) \dot{\phi} \dot{\theta} \\ &+ \frac{\rho V_M^2 S l}{2 I_z} C_{n\delta} (\delta_y \sin \varphi + \delta_z \cos \varphi), \end{aligned} \right\}$$

で表わされる。ここで、

V_M, v, w ; X, Y, Z 軸方向の速度成分,
 φ, θ, ϕ ; X, Y, Z 軸まわりのローリング, ピッチング, ヨーイング角,
 $p, q, r = \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}$,
 ρ ; 空気密度, m ; 飛しょう体の質量,
 S ; 基準面積, l ; 基準長さ,
 I_y, I_z ; 飛しょう体の慣性モーメント,
 $C_{y\beta}, C_{y\phi}, \dots, C_{m\alpha}, \dots$; 空気力微係数,

である。ここで、

$$-w/V_M = \alpha, \quad -v/V_M = \beta, \quad (13)$$

とおくと、

$$-\beta + \phi = \gamma_{M1}, \quad -\alpha - \theta = \gamma_{M2}, \quad (14)$$

が得られる。(12) 式より微小項を省略し、また十字翼形式の飛しょう体の対称性を考慮して、

$$\left. \begin{aligned} & -(\rho V_M S / 2m) C_{y\beta} = -(S V_M S / 2m) C_{z\alpha} = A, \\ & (\rho V_M S / 2m) C_{y\delta} = (\rho V_M S / 2m) C_{z\delta} = B, \\ & (\rho S l / 4m) C_{y\alpha} = -(\rho S l / 4m) C_{z\alpha} = C, \\ & (\rho V_M S l^2 / 4 I_y) C_{m\alpha} \\ &= -(\rho V_M S l^2 / 4 I_z) C_{n\beta} = D, \\ & (\rho V_M^2 S l / 2 I_y) C_{m\alpha} \\ &= -(\rho V_M^2 S l / 2 I_z) C_{n\beta} = E, \\ & (\rho V_M S l^2 / 4 I_y) C_{m\alpha} \\ &= (\rho V_M S l^2 / 4 I_z) C_{n\alpha} = F, \\ & (\rho V_M^2 S l / 2 I_y) C_{m\delta} \\ &= (\rho V_M^2 S l / 2 I_z) C_{n\delta} = G, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

とおき、(13), (14) 式とともに (12) 式に代入すると次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} & \dot{\gamma}_{M1} = A\phi - A\gamma_{M1} + C\dot{\phi} + B(\delta_z \cos \varphi \\ & \quad + \delta_y \sin \varphi) - g\phi \sin \gamma_0 / V_M, \\ & \dot{\gamma}_{M2} = -A\theta - A\gamma_{M2} - C\dot{\theta} + B(\delta_z \sin \varphi \\ & \quad - \delta_y \cos \varphi) + g\theta \sin \gamma_0 / V_M - g \cos \gamma_0 / V_M, \\ & \dot{\theta} = (D+F)\dot{\theta} + D\dot{\gamma}_{M1} + E\theta + E\gamma_{M1} - P\dot{\phi} \\ & \quad + G(\delta_y \cos \varphi - \delta_z \sin \varphi), \\ & \dot{\phi} = (D+F)\dot{\phi} - D\dot{\gamma}_{M2} + E\phi - E\gamma_{M2} \\ & \quad + P\dot{\theta} + G(\delta_y \sin \varphi + \delta_z \cos \varphi), \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

ここで $P = (I_x / I_y) p$ である。

$$i\gamma_{M1} + \gamma_{M2} = \Lambda, \quad (17)$$

とおき、すでに定義した ϕ および Δ' を用いて (16) 式をまとめると、

$$\left. \begin{aligned} (D+A)A-(CD+A')\phi \\ +g \cos \gamma_0/V_M=BD', \\ (DD+E)A+[D^2-(D+F-iP)D \\ -E]\phi=GA', \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

が得られる。ただしここで、

$$A'=A-g \sin \gamma_0/V_M, \quad (19)$$

である。

3. 解 析

(1) 式、(10) 式および (17) 式を解くことによって飛しょう体の運動は解析されるが、(1) 式はすでに文献 (1) で行なった近似化により、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \theta_1 - \bar{\sigma}_1, \\ \gamma_{M1} &= \theta_1 - \gamma_{M1}', \quad \gamma_{M1}' = \theta_1 + \tilde{\gamma}_{M1}, \\ \gamma_{T1} &= \theta_1 - \tilde{\gamma}_{T1}, \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

と変数変換を行なった後、

$$y_1 = \int_0^t V_M \cdot \tilde{\gamma}_{M1} dt, \quad y_2 = \int_0^t V_M \gamma_{M2} dt, \quad (21)$$

と新変数 y_1, y_2 を定義するなら、

$$\bar{\sigma}_1 = -y_1 \cos \theta_1 / V_c T, \quad \sigma_2 = -y_2 / V_c T, \quad (22)$$

なる関係が導かれる。ただし V_c, θ_1, T_0 は、

$$\left. \begin{aligned} V_c &= -V_T \cos \tilde{\gamma}_{T1} + V_M \cos \theta_1, \\ V_T \sin \tilde{\gamma}_{T1} &= V_M \sin \theta_1, \\ T_0 &= R_0 / V_c, \quad T = T_0 - t, \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

なる関係を満足するものとする。 R_0 は $t=0$ における距離である。ここで更に、

$$iy_1 + y_2 = Y, \quad (24)$$

とおくと、

$$V_M A = DY, \quad (25)$$

$$i\sigma_1 + \sigma_2 \cos \theta_1 = -(\cos \theta_1 / V_c) \cdot (Y/T), \quad (26)$$

が得られる。(10) 式の右辺末項は $\bar{\sigma}_1$ が非常に小さいことから $\cos \sigma_1 \approx \cos \theta_1$ と近似化が出来、(26) 式で表わすことが出来る。したがって、操舵方程式として、

$$\left[K \prod_{r=1}^m \left(D + \frac{1}{\tau_r} + ip \right) \cdot \prod_{j=1}^{\frac{n-m}{2}} \{ D^2 + 2(\zeta_j \omega_j + ip) D + (\omega_j^2 - p^2 + 2ip\zeta_j \omega_j) \} \right] D' = -\frac{k \cos \theta_1}{V_c} D \left(\frac{Y}{T} \right) \quad (27)$$

が得られる。他方 (25) 式を (18) 式に代入すると、

$$\left. \begin{aligned} (D+A)DY - V_M(CD+A')\phi \\ +g \cos \gamma_0 = BV_M D', \\ (DD+E)DY + V_M[D^2 - (D \\ +F-iP)D - E]\phi = GV_M D' \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

となり、結局われわれの問題は (27)、(28) 両式より Y を求める問題に帰着する。まず (28) 式第 1 式に G 、第 2 式に B をそれぞれ乗じた後辺々相引くと、

$$\begin{aligned} \{ (G-BD)D + (AG-BE) \} DY - V_M[BD^2 \\ + \{ CG - B(D+F-iP) \} D + (A'G-BE)]\phi \\ = -gG \cos \gamma_0, \end{aligned} \quad (29)$$

を得る。次いで (28) 式の第 1 式に E 、第 2 式に A' を乗じた後差し引き、(27) 式を代入した後 t について積分すると、

$$\begin{aligned} \left[K \prod_{r=1}^m \left(D + \frac{1}{\tau_r} + ip \right) \cdot \prod_{j=1}^{\frac{n-m}{2}} \{ D^2 + 2(\zeta_j \omega_j + ip) D \right. \\ \left. + (\omega_j^2 - p^2 + 2ip\zeta_j \omega_j) \} \right] \times \{ (E-A'D)D \\ + (AE-A'E) \} Y - V_M \{ A'D + CE - A'(D \\ + F - iP) \} \phi + Kgt \cos \gamma_0 \prod_{r=1}^m \left(\frac{1}{\tau_r} + ip \right) \\ \times \prod_{j=1}^{\frac{n-m}{2}} (\omega_j^2 - p^2 + 2ip\zeta_j \omega_j) = -(BE \\ - A'G) V_M k \cos \theta_1 \left(\frac{Y}{V_c T} \right) + C_1, \end{aligned} \quad (30)$$

が得られる。 C_1 は積分常数である。

通常諸空力係数のうち $C \neq 0$ であり、また p が小さいときは $I_x/I_y \ll 1$ であるから P は省略する。また $\gamma_0 = 0$ とする。

$$\left. \begin{aligned} AG - BE &= a, \quad D + F = d, \\ E - AD &= b, \quad E + AF = e, \\ G - BD &= c, \\ - (BE - AG) V_M k \cos \theta_1 / V_c &= k_1, \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

とおくと (30) 式は、

$$\left. \begin{aligned} (cD+a)DY - V_M[BD^2 \\ - BdD + a]\phi = -gG, \\ Kg(D)[bDY - V_MA(D-d)\phi] \\ - k_1(Y/T) = C_1 - k_2 t, \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

と表わされる。

ただしここで、

$$\left. \begin{aligned} g(D) &= \prod_{r=1}^m \left(D + \frac{1}{\tau_r} + ip \right) \cdot \prod_{j=1}^{\frac{n-m}{2}} \{ D^2 \\ &+ 2(\zeta_j \omega_j + ip) D + \omega_j^2 - p^2 + 2ip\zeta_j \omega_j \}, \\ k_2 &= Kg \prod_{r=1}^m (1/\tau_r + ip) \prod_{j=1}^{\frac{n-m}{2}} \{ \omega_j^2 \\ &- p^2 + 2ip\zeta_j \omega_j \}, \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

である。

4. 安定性判別

(32) 式において $k_1/T = \mu$ とおいてパラメーターとみなして安定性判別を行なう。(32) 式の斉次部の作る特有方程式は、

$$\begin{vmatrix} (c\lambda+a)\lambda, & B\lambda^2 - Bd\lambda + a \\ Kb\lambda g(\lambda) - \mu, & KA(\lambda-d)g(\lambda) \end{vmatrix} = 0, \quad (34)$$

である。これを展開して (31) 式を用いると、

$$\begin{aligned} K \frac{a\lambda g(\lambda)[\lambda^2 + (A-d)\lambda - e]}{B\lambda^2 - Bd\lambda + a} \\ = K \frac{a\lambda(\lambda-\alpha)(\lambda-\bar{\alpha})g(\lambda)}{B(\lambda-\beta)(\lambda-\bar{\beta})} = -\mu \end{aligned} \quad (35)$$

$$\frac{\beta}{\bar{\beta}} = \frac{d \pm i\sqrt{4(a/B) - d^2}}{2} \quad (36)$$

$$\frac{\alpha}{\bar{\alpha}} = \frac{-(A-d) \pm i \sqrt{-4e - (A-d)^2}}{2} \quad (37)$$

が得られる。また $g(\lambda)=0$ の根は

$$\lambda_j = \begin{cases} -1/\tau_j - ip, & j=1, \dots, m, \\ -\omega_j(\zeta_j + \sqrt{1-\zeta_j^2}) - ip, & j=m, \dots, (m+n)/2, \\ -\omega_j(\zeta_j - \sqrt{1-\zeta_j^2}) - ip, & j=(m+n)/2, \dots, n, \end{cases} \quad (38)$$

である。これから判るようにスピンの影響は (35) 式左辺の式を $G(\lambda)$ と表わすと、この零点のうち機器特性に関するものを $-ip$ だけ移動させることにより調べる事が出来る。

5. 計算例

数値例を用い (35) 式の根軌跡を調べることによって安定性におよぼす機体特性の影響、スピンの影響、機器特性の影響を調べた。

数値例

$$A=1.30 \text{ 1/s}, B=0.24 \text{ 1/s}, D=-0.26 \text{ 1/s}, \\ E=-600 \text{ 1/s}^2, F=-1.30 \text{ 1/s}, G=220 \text{ 1/s}^2,$$

これを用いると (35) 式は次のようになる。

$$\frac{\lambda(\lambda+1.43-24.49i)(\lambda+1.43+24.49i)g(\lambda)}{(\lambda+0.78-42.32i)(\lambda+0.78+42.32i)} \\ = \frac{-5.581 \times 10^{-4}}{K} \mu \equiv -\mu', \quad (39)$$

5-1 根軌跡 $g(\lambda)$ を 1 次 2 次および 3 次系で次のように表わした場合につき、 $p=0$ および $\pi \text{ rad/s}$ の場合の根軌跡を第 3 図に示す。

$$\left. \begin{aligned} \text{i) } g(\lambda) &= (\lambda+5+ip), \\ \text{ii) } g(\lambda) &= (\lambda+5+ip)(\lambda+10+ip), \\ \text{iii) } g(\lambda) &= \lambda^2 + 2(9.75+ip)\lambda + 918.49 \\ &\quad - p^2 + 19.50ip, \\ \text{iv) } g(\lambda) &= (\lambda+8+ip)\{\lambda^2 + 2(12.566 \\ &\quad + ip) + 986.97 - p^2 + 25.13ip\}, \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

これらの図中 $\alpha, \bar{\alpha}$ および $\beta, \bar{\beta}$ と示された零点および極は機体特性によるものである。根軌跡が虚軸を負の側より正の側に横切る点 (以下安定限界点または限界点と略称する) の μ の値を計算することにより不安定の生ずる時間を求めることが出来る。 μ または μ' と実時間 t の関係は、

$$t = T_0 - k_1/\mu = T_0 - (5.581 \times 10^{-4} k_1/K) \cdot (1/\mu'), \quad (41)$$

である。 k_1 の値は (31) 式で与えられ目標機速度および発射位置等により変化するパラメーターであるが、通常 $k_1/|b| \equiv k_1 = 3 \sim 5$ 程度になるように k の値を定めている。したがって (41) 式を更に、

$$t/T_0 = 1 - (0.3349 \mu_0/K)(1/\mu'), \quad \mu_0 = k_1/T_0, \quad (42)$$

と表わす。第 3 図から判るようにホーミング運動の安定性は機体特性、誘導機器特性およびスピンの影響に

より大きな変化をする。そこでこれらの影響を以下においてもう少し詳しく調べてみる。

5-2 機体の動特性の影響 第 3 図の結果からみられるように安定性におよぼす機体特性の影響は機器特性が 1 次の場合が著しい。スピンの影響は後に扱うのでここでは $p=0$ として、 $g(\lambda)=\lambda+1/\tau$ の場合につき (34) 式を次のように展開する。

$$\lambda^4 + (A-d+1/\tau)\lambda^3 + \{(A-d)/\tau - e + \mu'\}\lambda^2 \\ - (e/\tau + d\mu')\lambda + (a/B)\mu' = 0, \quad (43)$$

第 6 図

である。両辺の正接をとり、整理すると、

$$[x + (b+p)/\tan \alpha]^2 + y^2 = (b+p)^2(1 + 1/\tan^2 \alpha), \quad (49)$$

が得られる。これより根軌跡が B 点を通過するための誘導機器の根位置の軌跡は円であることが判る。なお (63) 式は複素平面上で上半面の場合であり、下半面も同様に得られるが、 p に正負の符号を考えれば (63) 式のみで議論することが出来る。また根軌跡と虚軸の交点が b より小さいためには、機器特性の根位置は (63) 式の円の内側であることが必要であり、この逆も成り立つ。すでに示された諸元を用いて計算を行なった結果を第7図に示す。(a) は $p=0$ とした場合で、領域 I, II および III はそれぞれ $10 < b < 17.5$, $10 < b < 20$, $10 < b < 22.5$ であるような根の位置である。また (b) は $p=\pi \text{ rad/s}$ と予想されるような場合になお $10 < b < 20$ であるための根位置の領域を示す。限界差は機器特性自身の根からも離れていないから、第7図に L, L' と示された線の右側は領域から省く。上述の方法は $n=3$ の場合にも適用できる。この際には機器特性の根のうち実軸上にあるもの ($p=0$ の時に) を α_1 としこれを1つのパラメーターとして残りの2つの根位置を定める。第8図にこの領域を示す。これは $10 < b < 15$ であるような機器特性の根位置を示す。同様にして $n=2$ で根がともに実根である場合のこの両根の位置の相互関係等も得られる。なお安定領域を大にするためには、根位置は軌跡円上にあっても出来るだけ減衰比の大なることが望ましい。

最後に機器特性の次数の影響を調べるために $g(\lambda)$

第 7 図

第 8 図

第9図 安定限界点の上方限界

- i) $g(\lambda) = 1 \cdot f(\lambda)$
- ii) $g(\lambda) = (\lambda + \alpha_1)f(\lambda)$
- iii) $g(\lambda) = (\lambda^2 + 2\pi\lambda + \pi^2 + \alpha_1^2)f(\lambda)$

を、(i) $g(\lambda) = 1 \cdot f(\lambda)$, (ii) $g(\lambda) = (\lambda + \alpha_1)f(\lambda)$, (iii) $g(\lambda) = (\lambda^2 + 2\alpha_1\lambda + \alpha_2)f(\lambda), \dots, f(\lambda)$; 有理多項式等とおいたとき $f(\lambda)$ の根がすべて $-\infty$ にあるための条件を求めてみよう。これは B 点の上方の限界に他ならない。これを第9図に示す。図に示された線より下で必ず根軌跡は虚軸と交じわっている。これから判るように一般に (ごく特殊な場合を除き) 機器特性の次数

が増大するにしたがって安定限界点は下がってくる。これは低次の場合に機体特性の影響を受けやすく、反対に高次の場合にはスピンの影響が大きいことを意味する。

6. む す び

飛しょう体のホーミング運動の安定性に及ぼす機体の動特性、スピン速度および誘導機器の特性の影響についての検討を行なってきた。これらは相互に関連して安定性に著しい影響を示す。したがってこれら個々のものを取り上げて一般的な傾向を掴むまではゆかないが、これまでの検討結果から次のようなことが導かれる。

i) スピンの影響は常に不安定領域を増大させる方向に作用する。したがってスピン速度は出来るだけ小にせねばならない。ただしスピン速度がある一定値以下では、この増加に伴う不安定領域の増加はあまり著るしくない。たとえば第5図(d)において $p \neq 0$ の不安定領域が $p=0$ のものの1.5倍になるような p の値は約 8 rad/s であり、この値に到るまでは不安定領域の増大する割合は小さい。これより許され得るスピン速度が定められる。ただしこれは機器特性により著るしく変化することは既にみたとおりである。

ii) 機体特性については検討が未だ充分でないが、機器特性が低次の場合ほど大きな影響を示す。なお機体特性の影響をより詳細に調べるためには、本稿では固定してしまっている機体特性を変化させて計算を行なう必要がある。特に注意せねばならないのは、機体特性は機体の形状によって変化することはもちろんであるが、これを定めてしまっても高度の変化、速度の変化等によって変化することである。したがってより良いシステムの設計をするためには、ある幅をもった機体特性に対して最高の性能を示すようにせねばな

らない。そのための手段として、本稿では扱っていないが $\dot{\phi}$ その他の部分的なフィード・バック回路を用いたり、トルク制御のサーボを用いる等の考慮がなされねばならないであろう。

iii) 機器特性は飛しょう体の安定性に最も大きな影響を有している。このことは誘導機器の性能によって飛しょう体全体の性能がほとんど決定される事実からも明らかである。本稿ではこれを比較的簡単な n 次系で表わしたが、その結果機器特性の次数が低いときは主として機体特性の影響を強く受け、次数が高くなるにつれてスピンの影響を受けることが示された。なお次数の高い場合でも応答を早くし、振動系の場合にはダンピングを良くすることによりこれを改善することが出来ることも示されている。

この他飛しょう体のホーミング運動を解析するには、リミッターを用いるときの非線型特性やノイズの影響および入力信号に及ぼす機軸変化の影響等についても検討する必要がある。最良の系を決定するためには、これらをすべて考慮した上でなされねばならない。

本稿作成に際して種々御助力頂いた、富士精密工業柴田和雄課長に厚く御礼を申し述べ次第である。

参 考 文 献

- 1) 大須賀節雄：ホーミングを行う飛しょう体の運動解析 日本航空学会誌 Vol. 8, No. 81 昭和 35 年 10 月
- 2) H.S. Tsien, : Engineering Cybernetics. McGraw-Hill Book Co. 1954.
- 3) A.C. Charters, : The Linearized Equation of Motion Underlying the Dynamic Stability of Aircraft, Spinning Projectile and Symmetrical Missiles, NACA. TN. 3350. Jan, 1956.
- 4) Fred. P. Adler, : Missile Guidance by Three Dimensional Proportional Navigation. J. Appl. Phys. Vol. 27 No. 5.

◁ 書

Propulsion Systems for Space Flight 宇宙飛行推進装置, W.R. Corliss (McGraw-Hill Book Co., New York, 1960 年初版), ix+300 頁, 邦価 4,000 円。

最近おびただしい類書の中でやや読むに堪えるものといつてよからう。章別に挙げると、1. 序、2. 推進系の性能と用途、3. 宇宙の環境、4. 宇宙におけるパワ発生、これはラジオアイソトープ、核分裂および融合、太陽熱、大気中のフリーラジカル、地磁気(電動機として)、無線伝送などの可能性、熱の電気変換(熱イオン、熱電気、fuel cell、太陽電池)、冷却器など、5. 熱推進法、これは化学、解離ガス再結合ラムジェ

▷ 評

ット、核分裂、核融合、を使用するロケットの推進法、6. 電気推進法、これは電磁流体力学的加速(プラズマ)ロケット、静電的加速(イオン)ロケットなど、7. 核粒子反動推進法(核分裂およびラジオアイソトープによる)、8. 光子推進法、9. 自然力場使用推進法、これは地磁気、宇宙静電場、反重力(もし存在すれば)など、10. 各法比較、巻末に新用語解説と文献目録が付いていて便利である。広い物理学的視野を必要とする宇宙飛行推進装置の入門書としてちょっと有用な書。(佐貫亦男)